



BERGEN BEDWONGEN

Een casestudie van een dyslectische leerling en zijn wiskundig denken

ABSTRACT

2017 / 2018. LVO Wiskunde
Windesheim Zwolle. Afstudeer-
onderzoek onder begeleiding
van Els Franken en Jos Alkema-
de

Dennis Smit

S319086

Inhoud

Inhoud	3
Inleiding	5
Samenvatting	6
I. Waarom onderzoek?	7
Aanleiding	7
Relevantie	7
Context	7
II. Theoretisch kader	8
Gevolgen van dyslexie	8
Contouren in samenhang	8
Flexibel brein	8
Visueel compenseren	9
Begrippen	10
Dyslexie en dyslectici	10
Visueel denken	10
Aanpak	10
Gevolgtrekkingen	11
III. Probleem, doel en onderzoeksvragen	12
Motivatie	12
Onderzoeksvraag en deelvragen	12
Onderzoeksvraag	12
Deelvragen	12
Verwachtingen	13
IV. Onderzoeksopzet	14
Selectie van de proefpersoon	14
Operationalisatie van centrale begrippen	14
Deel 1: Interview	14
Deel 2: Wiskundige Vraagstukken	15
Geselecteerde vraagstukken	15
Pilot	15
Ontwerp van uitvoering	15
Verantwoording en uitwerking van de onderzoeksopzet	16
Setting van het onderzoek	17
V. Resultaten	18
Doelen van de gedragsobservatie	18
Focus	18
Verwijst naar zichtbare inhoud	20

Houvast.....	22
Snelle selectie van hulpmiddel.....	24
Inzet van wiskundige kennis.....	24
Beeldend en actief taalgebruik.....	25
Fysiek visualiseren.....	26
Deelvragen bij het interview.....	28
Interviews samengevat.....	28
Aansluiting literatuur.....	28
Verwachtingen.....	29
Verbanden versus meetkunde.....	29
Data.....	29
VI. Analyse, Conclusies en discussie.....	31
Ervaringen.....	31
Brams ervaringen en de theorie.....	31
Doorzettingsvermogen.....	32
Effectief gedrag.....	32
Verwijzen en verbale obstakels.....	32
Beeldt situaties uit.....	33
Wiskundige bagage.....	34
Koppeling theorie.....	34
Verwachtingen.....	35
Conclusie resumerend.....	35
Discussie.....	36
Reflectie.....	37
Literatuur.....	39
VII. Bijlage A: vragenlijst.....	41
VIII. Bijlage B: Voorbeelden van opgaven die de proefpersoon mogelijk kan krijgen.....	42
IX. Bijlage C: Literatuuronderzoek.....	46
X. Bijlage D: Vragenschema.....	64
XI. Bijlage E: Referentiemateriaal observaties.....	67
Interview I.....	92
Interview 2: Het Denken.....	98
XII. Bijlage F: Transcriptie beeldmateriaal en codering.....	99
XIII. Bijlage G: Codering van Verwijst naar zichtbare inhoud.....	100
XIV. Bijlage H: Codering van Snelle Selectie.....	101

Inleiding

Voor u ligt een casestudy vooral gericht op ervaringen en gedrag dat helpt bij het toepassen van alternatieve strategieën bij het oplossen van wiskundige vraagstukken door dyslectici. Het is handig om te weten dat in Bijlage E, beginnend op bladzijde 69 referentiemateriaal staat met afbeeldingen van opdrachten gedaan door Bram, de leerling die bij deze casestudy in het middelpunt van de belangstelling staat. Door op de afbeeldingen en 'Control' te klikken volgt u een link naar het beeldmateriaal. Onder de afbeeldingen staan ook zijn antwoorden en verklaringen bij de opgaven. In de daaropvolgende Bijlage F kunt u de link naar het Excelblad met de transcripties van het beeldmateriaal vinden en volgen. Het literatuuronderzoek dat hieraan voorafging leidde me tot een aantal opmerkelijke conclusies. Achteraf is het makkelijk spreken en ik durf nu te stellen dat de observaties gedaan in dit onderzoek die conclusies bijna tastbaar schragen. Ik hoop dat u net zo onder de indruk bent van de observaties als ik.

Samenvatting

Dit onderzoek in de vorm van een casestudy is een exploratie van de ervaringen die Bram opdeed in zijn schoolse carrière als gevolg van zijn dyslexie en van gedrag dat Bram helpt bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. Ik selecteerde Bram op grond van zijn goede prestaties op wiskunde en zijn dyslexie. Verwachtingen in relatie tot visueel redeneren worden gededuceerd uit het literatuuronderzoek van het voorstadium en nage trokken. Analyse van het beeldmateriaal en interviews brengen aan het licht dat doorzettingsvermogen, focus en een stevige basis van wiskundige kennis en vaardigheden van doorslaggevende betekenis zijn. Ook visualisatie speelt een rol, niet alleen ter compensatie van verbale tekorten, maar ook in de vorm van visueel redeneren. De motoriek is daarvoor herhaaldelijk indicatief. Dit blijkt af te leiden uit waarneembaar gedrag, zoals het vele wijzen naar beeldend materiaal en het visualiseren van situaties met gebaren. Dit is in overeenstemming met onderzoek uit verschillende hoek naar dyslectici, naar hersenwerking tijdens wiskundige activiteiten van mensen in het algemeen en met de rol die de pariëtale lob in onze hersenen daarbij speelt. Daar worden motorische en visuele vermogens gecoördineerd. Bram voldoet aan de verwachtingen die hiermee samenhangen zoals het concreet en visueel maken van informatie. Bram blijkt ook baat te hebben bij afbeeldingen, en doet in dat geval bij vraagstukken met verbanden niet onder voor meetkundige vraagstukken. Dit is niet conform de verwachting. Wel conform de verwachting lost hij verbanden beter op als die voorzien zijn van een afbeelding. Brams ervaringen met dyslexie komen globaal overeen met ervaringen die uit onderzoek naar dyslectici bleken. Markant zijn de blijvende moeite met lezen en aanvankelijk het leren daarvan, invloed op de schoolcarrière, ondersteuning op school middels software en faciliteiten en geconfronteerd worden met vooroordelen. Appelleren aan visuele vermogens kan bij leerlingen in het algemeen mogelijk bijdragen aan het leerproces. De uitkomsten verdienen verder onderzoek.

I. WAAROM ONDERZOEK?

Aanleiding

Een leerling die haar leerprobleem de baas werd inspireerde me tot mijn vorige onderzoek. Ik ben onder de indruk van de veerkracht die veel mensen met een leerprobleem aan de dag leggen. Tijdens mijn derde leerwerkstage deed ik kwantitatief onderzoek naar verbanden tussen taal en wiskunde bij dyslecten en niet-dyslecten. De correlatie tussen citoscores op tekstbegrip en meetkunde waren opvallend. Bij de niet dyslecten was er een sterke en significante correlatie van 0,42 tussen tekstbegrip en meetkunde ($P < 0,0002$). Bij dyslecten was deze correlatie een zeer magere 0,02. Dit leidde tot de conclusie dat zij bij het oplossen van meetkundige

vraagstukken met succes een andere strategie toepassen aangezien hun prestaties op meetkunde gemiddeld waren (Smit, 2013). Het lijkt erop dat dyslectici minder afhankelijk zijn van hun tekstbegrip dan andere leerlingen. Dat mijn conclusie geen toevallige vondst was dankzij het afschuimen van data bevestigde de uitspraak van de ter zake deskundige beoordelaar van mijn onderzoek; Els Franken. Zij reageerde enthousiast: 'Je hebt nog een echt verband gevonden ook en daaruit opgemaakt dat dyslecten andere strategieën toepassen. En dat doen ze ook!' Welke strategie dat was verzuimde ze me overigens te vertellen.

Relevantie

In onze in hoge mate gealfabetiseerde wereld is dyslexie een reëel probleem voor de velen die er mee behept zijn. De behandeling van dyslexie is vooral gericht op het wegwerken van tekorten, 'genezing' bestaat niet en het succes is betrekkelijk. Een compensatiemechanisme zoals hierboven vermoed biedt misschien bredere toepassingen. Voor dyslectici is het misschien een geschikt instrument bij andere disciplines binnen en buiten het wis-

kundig curriculum. Verderstrekkend zou behandeling van dyslexie zich naast het terugdringen van tekorten kunnen richten op het bevorderen van zo'n compensatiemechanisme. Mogelijk ligt de aanpak van dyslectici ook binnen het bereik van anderen. Dit kunnen we weliswaar onder het kopje 'pure speculatie' plaatsen, de aanwijzing dat dyslectici compenseren verdient het onderzocht te worden, al is het maar om mijn didactiek te heroverwegen.

Context

Bij het opzetten van en het onderzoek zelf heb ik leerlingen van het Veluws College in Twello betrokken. In elke klas, mavo, havo of vwo, zitten er tussen de drie en zeven leerlingen met dyslexie. In de lespraktijk merk ik weinig verschil tussen dyslectische en niet dyslectische leerlingen, met in beide groepen uitblinkers en achterblijvers. De oorzaken daarvan zijn waarschijnlijk net zo divers als de leerlingen. Wat iedere leerling helpt is vertrouwen

in het eigen kunnen. Voor leerlingen met leerproblemen is het extra belangrijk dat ze zich van hun kwaliteiten bewust worden en daar gebruik van weten te maken. Als docent ben je in de gelegenheid om die ontwikkeling te stimuleren. Voorwaarde is wel dat je die kwaliteiten (h)erkent. Ik zoek dan ook kwaliteiten die antwoord bieden op de vraag: Welke effectieve strategieën gebruiken dyslectici bij het oplossen van meetkundige vraagstukken?

II. THEORETISCH KADER

Gevolgen van dyslexie

Ondanks de blijvende aard van dyslexie rapporteren dyslectici volgens onderzoek van Brante (2013, p. 84) grote vooruitgang in hun leesvaardigheid gedurende hun studietijd. Desondanks blijft lezen een energieverslindende en tijdrovende bezigheid. De tijdsdruk die hierdoor ontstaat, maakt dat dyslectici hard moeten werken voor het behalen van hun resultaten. Ondersteuning van het thuisfront en leraren is een belangrijk ingrediënt voor een succesvolle schoolcarrière. De no-

dige ondersteuning betreft niet alleen studiezaken. Emotioneel krijgen dyslectici ook het nodige te verwerken. Ze worden vanwege hun dyslexie geconfronteerd met vooroordelen en verminderd zelfvertrouwen. Onderzoek van Carawan, Nalavany en Jenkins (2016, pp. 284-285) bevestigt deze uitkomsten en traceert ook een heldere keten van vooroordelen, onbegrip en zelfs discriminatie, die bijdragen aan gevoelens van minderwaardigheid en verminderde kansen op maatschappelijk succes.

Contouren in samenhang

Om inzicht te krijgen in het dyslectische brein en de uitdagingen waar het zich voor gesteld ziet, verdiepte ik mij in de literatuur en recent wetenschappelijke onderzoek. Een uitgebreide weerslag van de insteek en opbrengst van deze zoektocht naar alternatieve strategieën

die dyslectici toepassen om talige tekorten op te vangen vindt u in Bijlage C. Verscheidene onderzoeken schetsen vanuit verschillende invalshoeken samenhangende contouren van dit veronderstelde fenomeen.

Flexibel brein

Leikin, Waisman, Shaul en Leikin (2014, p. 54) vergelijken de gemiddelde amplitude in hersendelen van gangbare proefpersonen paarsgewijs en tonen zichtbaar hogere activiteit bij meetkunde dan bij algebra in de achtergelegen rechterhersenhalft. De onderzoekers melden dat de pariëtale kwab van belang is voor specifieke visuele activiteiten zoals mentaal verbeelden van figuren en mentale manipulaties zoals rotatie. Die bevindingen sluiten volgens deze onderzoekers aan bij de heersende opvatting dat de rechterdelen meer van doen hebben met de verwerking van visueel ruimtelijke informatie en het activeren van meetkundige kennis, terwijl de linkerhersenhalft meer betrokken is bij de verwerking van verbale informatie en ook bij het logisch redeneren. Deze ruimtelijke vermogens vormen de basis voor ruimtelijk redeneren in meetkunde

en voor grafische verbeelding van verbanden en functies (Wei, Yuan, Chen & Zhou, 2011, p. 161). Die bruikbaarheid komt uit de prikkels die in het onderwijs gegeven worden om visuele vaardigheid te trainen volgens Pitta-Pantazi en Christou (2009, p. 8) niet sterk naar voren. Studenten zullen een visuele onderbouwing vermijden omdat die op voorhand ongeldig verklaard wordt. De Stichting Hersenletsel Uitleg (2017) legt voor de leek die ik ben begrijpelijk uit welke functies met onze pariëtale kwab gemoeid zijn. Met dit hersendeel sturen we de beweging van onze ledematen, handen vingers en onze gezichtsspieren ten behoeve van onze mimiek aan. Onze coördinatie en ruimtelijke oriëntatie zijn grotendeels van de werking van onze pariëtale kwab afhankelijk.

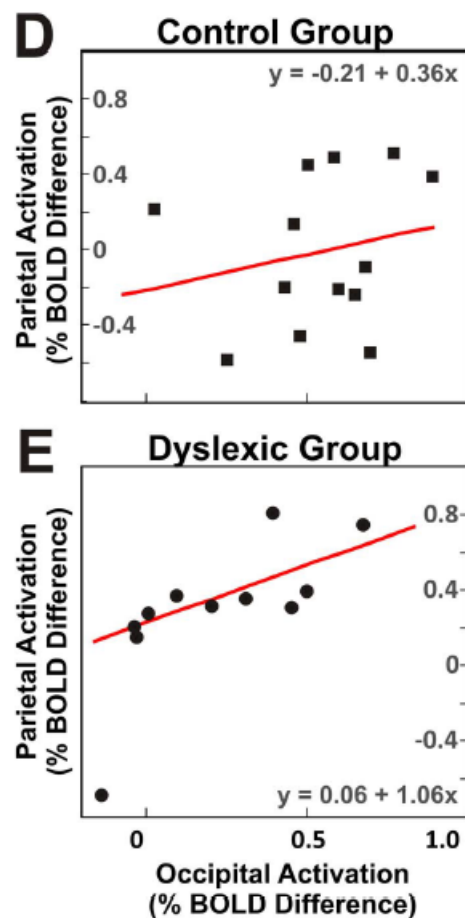
Visueel

Bacon en Handley (2010, pp. 444-448) voerden een drietal experimenten uit waaruit zij de conclusie trokken dat visualiserend vermogen als alternatief voor taal kan werken bij dyslectici. Uit de verschillende experimenten bleek dat dyslecten eigenschappen visueel weergaven om ze onderling te kunnen vergelijken en gevolgtrekkingen af te leiden, terwijl de controlegroep de visuele informatie verbaal labelde. De onderzoekers concluderen dat visuele informatie bij dyslecten niet afleidt noch overvloedig is, maar juist een essentiële bijdrage levert aan het redeneerproces van dyslectici. Dyslectici houden zich niet bezig met de vertaling van afbeeldingen naar verbale logische gevolgtrekking, de eigenschappen van de visuele informatie worden visueel herinnerd. Hun visuele processen maken minder verbaal denken mogelijk. Dit komt overeen met onderzoek van Garcia, Mammarella, Tripodi en Cornoldi (2014, pp. 27-28) waaruit bleek dat kinderen met een gangbare ontwikkeling en kinderen met een niet taalgebonden leerprobleem (NLD) hun visueel ruimtelijk werkgeheugen ondersteunen vaak door kleuren en vertrouwde objecten te verbaliseren. Bij kinderen met dyslexie werd juist het omgekeerde patroon geconstateerd. Zij steunen op hun visueel ruimtelijke vaardigheden om fonologische tekorten te compenseren.

Bij een eenvoudige taak voor visuele waarneming in hun experiment, ging aan de overeenkomende prestaties een heel ander beeld in de hersenen vooraf, ontdekten Zhang, Whitfield-Gabrieli, Christodoulou en Gabrieli (2013, pp. 6-9). Toename in activiteit van achtergelegen hersendelen voor primaire zintuiglijke

compenseren

verwerking ging vergezeld van toename met een factor van 0,36 in de pariëtale hersendelen bij de controlegroep. Bij de dyslectici toonden de pariëtale delen een factor van 1,06 op de gemeten activiteit van de primaire zintuiglijke verwerking. Deze regressielijnen zijn overgenomen in Figuur 1.



Figuur 1. For participants in the control group, parietal activations in areas hIP1 and hIP2 were not correlated with occipital activations in areas V1 and V2 ($N = 13$, $R^2 = 0.015$, and $p > 0.05$). The line in red shows the linear regression line. (E) In contrast, for participants in the dyslexic group, the parietal activations were positively correlated with occipital activations ($N = 11$, $R^2 = 0.526$, and $p < 0.05$). Overgenomen van "Atypical balance between occipital and fronto-parietal activation for visual shape extraction in dyslexia," door Y. Zhang, S. Whitfield-Gabrieli, J. A. Christodoulou, J. D. E. Gabrieli, 2013, *PLoS ONE*, 8(6), p. 7. Copyright 2013 van Zhang et al.

Begrippen

Dyslexie en dyslectici

Ondanks een voortdurende discussie over de oorzaken van dyslexie is er in Nederland brede consensus over hoe we dyslexie definiëren. Weliswaar een beetje gedateerd, fungeert deze definitie zoals geformuleerd in de brochure van de Stichting Dyslexie Nederland (Kleijnen et al., 2008, p. 11) nog steeds als uitgangspunt van behandelaars en onderzoekers:

Definitie dyslexie

Dyslexie is een stoornis die gekenmerkt wordt door een hardnekkig probleem met het aanleren en het accuraat en/of vlot toepassen van het lezen en/of spellen op woordniveau.

Dit is een vereenvoudiging van een uitgebreide definitie ten behoeve van onderzoekers en behandelaars die door Blomert (2013, p. 5) wordt voorgesteld. De stoel van professioneel behandelaar is me te groot en voor mijn onderzoek neem ik genoegen met de ingekaderde definitie. Voor dyslectici hanteer ik een even triviale als handzame definitie zodat bij vervolgonderzoek kan putten uit dezelfde bron als voorheen:

Definitie dyslectici

Personen die door professionele behandelaars zijn geïndiceerd op dyslexie.

Visueel denken

Uit de vraag welke andere strategieën dyslectici gebruiken bij de aanpak van meetkundige problemen, staat het begrip 'visueel denken' in de literatuur die ik selecteerde centraal. Dat verdient enige verduidelijking. De onderzoekers zien in visueel denken het alternatief van verbaal denken.

Wat onder visueel denken valt blijkt een veelzijdig spectrum. Bacon et al. (2010) benoemen hierbij dat visueel redeneren zowel mentaal als fysiek een beeld van eigenschappen produceren betekent. Tegengesteld aan verbale strategieën wordt visuele informatie visueel herinnerd. Inbeeldend vermogen maakt het mogelijk minder verbaal te denken. Garcia et al. (2014) trekken diezelfde conclusie. In het

kader van het onderzoek van Leikin et al. (2014) komt het verschil tussen verbale en visuele strategieën als een tegenstelling tussen het gebruik van linker en hersenhelft naar voren. Specifieke verrichtingen zoals mentaal verbeelden van figuren en mentale manipulaties zoals rotaties zijn hier voorbeelden van visuele activiteiten (Wei et al., 2011, p. 161). Zij vangen dit onder de noemer ruimtelijke vermogens.

Definitie van visueel denken

Informatie op een beeldende manier mentaal of fysiek weergeven of manipuleren.

Aanpak

De literatuur toont dat dyslectici alternatieve strategieën kunnen toepassen bij het waarnemen onthouden en redeneren in het algemeen (Bacon et al., 2010; Garcia et al., 2014; Zhang et al., 2013). Deze uitkomsten lijken verband te houden met de uitkomsten van onderzoek naar verschil in mentale activiteit bij uiteenlopende wiskundige activiteiten (Leikin et al., 2014; Wei et al., 2011). Hoewel de aard en uitkomsten van de onderzoeken nogal verschillen in hoedanigheid, geeft het begrip 'aanpak' een overkoepelende term die geen van de uitkomsten uitsluit.

In het kader van mijn oriënterende onderzoeksvraag naar alternatieve strategieën bij meetkundige vraagstukken van dyslectici en het vervolgonderzoek beperk ik dit begrip tot de aanpak van wiskundige vraagstukken.

Definitie van aanpak bij het oplossen

De inzet van fysieke en/of mentale instrumenten die in samenhang het proces dat doorlopen wordt om een wiskundig vraagstuk op te lossen kenmerken.

Gevolgtrekkingen

Bovenstaande invalshoeken, waarbij visueel denken een belangrijke rol speelt, houden verband met mijn verkennende onderzoeksvraag. Voor het beantwoorden van de vraag ‘welke strategieën gebruiken dyslectici om hun verbale tekorten te compenseren?’ is na kennisname van de literatuur een sterke kandidaat op het toneel verschenen. Het blijkt dat bij meetkundig redeneren gangbare proefpersonen hun toevlucht zoeken tot visueel ruimtelijk denken. Dyslectici blijken tot dit visuele denken in andere onderzoeken (Bacon et al., 2010; Garcia et al., 2014) meer geneigd dan controlegroepen. Zhang et al. laten zien dat bij puur visuele activiteiten de pariëtale lob bij dyslectici compenseert voor gemankeerde primaire visuele verwerking, de zuivere regi-

stratie, van een object. Diezelfde lob blijkt in het onderzoek van Leikin et al. voor te komen als zetel voor mentale manipulaties van meetkundige objecten. Afsluitend zien we dat dit hersendeel functies heeft die alles te maken hebben met onze ruimtelijke oriëntatie. Met deze uitkomsten ben ik mogelijk te gelukkig om de conclusie die ik trek heel kritisch te beschouwen: Dyslectici gebruiken visueel redeneren als compensatie bij het meetkundig denken. Dit zijn onafhankelijke bronnen die vanuit diverse invalshoeken zo op elkaar aansluiten dat ze de stelling dichtten. De afzonderlijke conclusies en observaties uit elk genoemd onderzoek worden ondersteund door de uitkomsten van andere experimenten die in Bijlage C zijn opgenomen.

III. PROBLEEM, DOEL EN ONDERZOEKSVRAGEN

Motivatie

Dit literatuuronderzoek heeft me gebracht tot de conclusie dat visueel ruimtelijk denken een belangrijke rol speelt bij het oplossen van meetkundige problemen door dyslectici. Deze manier van denken blijkt belangrijk voor wiskundige prestaties in het algemeen. Het ontwikkelt eerder bij dyslectici om tekortschietende talige vermogens te compenseren. Het is tijd om deze generalisaties over leerlingen met dyslexie een persoonlijker gezicht te geven. De inhoud van mijn rol als wiskundedocent wordt immers medebepaald door begrip, inlevingsvermogen en waardering voor de prestaties van leerlingen. Ik wil loskomen van het literatuuronderzoek en via een totaal andere weg terugkomen op het wiskundig redeneren van dyslecten. Wat is de betekenis van dyslexie bij een effectieve aanpak van het oplossen van wiskundige vraagstukken? Wat betekent dyslexie nou in het leven van een leerling? Nauwgezette observaties van een

dyslectische leerling die wiskundig goed presteert biedt zicht op die eerste vraag.

Bram, een mavoleerling, is geselecteerd omdat hij blijkens goede prestaties minder gehinderd wordt door tekorten op bijvoorbeeld feitenkennis en nuttig gebruik maakt van zijn vaardigheden. Ik heb hem de vorige twee jaar in de klas gehad. Hij is gemotiveerd om mee te werken aan dit onderzoek. Zijn ontwikkelingsprofiel past bij zijn dyslexie. Middels een interview worden we gewaar hoe zijn (schoolse) leven is en wordt beïnvloed door dyslexie. Aan de hand van nauwgezette gedragsobservatie bij het oplossen van wiskundige vraagstukken krijgen we een beeld van Brams wiskundige aanpak en hoe die zich verhoudt tot de observaties in de besproken onderzoeken. Dit is volledig in lijn met de door Baarda geopperde keuze voor een casestudie van 'typerende gevallen om een probleem of situatie te beschrijven' (2014, p. 51).

12

Onderzoeksvraag en deelvragen

Onderzoeksvraag

De leidende vraag die bij mijn doelstelling en probleemstelling passen is:

Wat betekent zijn dyslexie in het leven van Bram, een leerling met hoge gemiddelden op wiskunde, in het bijzonder voor zijn aanpak bij het oplossen van wiskundige vraagstukken?

Het beantwoorden van die vraag door in te zoomen op de proefpersoon is geenszins exemplarisch representatief. De ecologische validiteit van casestudies in het algemeen is laag. Het antwoord op die vraag voor de be-

treffende proefpersoon dient wel een brug te kunnen slaan naar de literatuur. Die verbinding wordt ingekaderd door de deelvragen:

Deelvragen

Welke gevolgen geeft de proefpersoon aan te ervaren van dyslexie?

Welk gedrag en welke eigenschappen helpen de proefpersoon bij het oplossen van wiskundige vraagstukken?

Hoe passen ervaringen, gedrag en eigenschappen bij de alternatieve strategie die de bevindingen uit de literatuur impliceren?

Verwachtingen

Naar aanleiding van de literatuur zijn er een aantal verwachtingen ontstaan die ik hieronder gemotiveerd weergeef.

Tijdens de oplossende fase maakt de proefpersoon informatie concreet.

Dyslectici in het onderzoek van Bacon et al. (2010, p.448) maakten eigenschappen meetbaar door er een waarde aan toe te kennen. Zo werden 'dommer' en 'domst' weergegeven door één, respectievelijk twee ezels hoedjes.

Tijdens de oplossende fase maakt de proefpersoon informatie visueel.

Voor de dyslectische deelnemers van het experiment geldt dat visuele informatie behouden en geëvalueerd wordt met behulp van visuele geheugenbronnen (Bacon, 2010 p. 447).

Er zijn indicaties voor factoren die de bovengemiddelde prestaties van de proefpersoon bevorderen.

Bram haalt uitstekende resultaten bij met name de exacte vakken. Voor de overige vakken geldt dat Bram daar dit jaar gemiddeld of hoger scoort. Dat is bijzonder en ik verwacht en hoop aanwijzingen voor mogelijke verklaringen te vinden.

Meetkundige vraagstukken worden beter opgelost dan de vraagstukken over verbanden.

Visueel redeneren leent zich mogelijk beter voor meetkunde dan andere wiskundeonderdelen. In het algemeen is er een patroon dat bij dyslectici vaker voorkomt dat meetkunde ze het best afgaat. Leikin et al. vergelijkt de gemiddelde amplitude in hersendelen paarsgewijs en toont zichtbaar hogere activiteit bij meetkunde dan bij algebra in de achtergele-

Er gaat informatie verloren bij het vertalen van het denkproces naar de uitleg.

Visuele processen kunnen de druk op het verbale denken verminderen en visualiserend vermogen kan daarom als alternatief voor taal, compenserend werken bij dyslectici (Bacon, 2010, p. 448). Dyslectici houden zich niet bezig met de vertaling van afbeelding naar verbale logische gevolgtrekking, de eigenschappen van de visuele informatie worden visueel herinnerd (Bacon et al., 2010). Afhankelijk van het niveau van visueel redeneren zal er bij de vertaalslag naar verbaal informatie er verloren gaan. De volgende verwachting sluit hierbij aan:

Bij de uitleg wordt verwezen naar visuele processen.

gen rechterhersenhalft. Die bevindingen sluiten aan bij de heersende opvatting dat de rechterdelen meer van doen hebben met de verwerking van visueel ruimtelijke informatie en het activeren van meetkundige kennis, terwijl de linkerhersenhalft meer betrokken is bij de verwerking van verbale informatie en ook bij het logisch redeneren (Leikin et al., 2014, p. 51, 54).

Verbanden met grafische weergaven worden beter uitgevoerd dan woordproblemen.

Met afbeeldingen van grafieken wordt het visueel redeneren gefaciliteerd. Woordproblemen lenen zich eerder voor verbaal redeneren is de aanname. Volgens Wei et al. (2011, p. 161) zijn ruimtelijke vermogens de basis voor ruimtelijk redeneren in meetkunde en voor grafische verbeelding van verbanden en functies.

IV. ONDERZOEKSOPZET

Selectie van de proefpersoon

De gericht geselecteerde proefpersoon, Bram, voldoet aan de gekozen definities van dyslectici en dyslexie en heeft een verklaring van dyslexie. Bevorderend voor de validiteit van het onderzoek is dat hij voldoet aan een scheef profiel zoals voortvloeit uit de genoemde definities waarbij talige vakken on-

derdoen voor minder talige: op vakken als Nederlands, Engels en Duits scoort de proefpersoon minder hoog als op exacte vakken. Bram voldoet aan de eis van een leerling met dyslexie wiens profiel van ontwikkeling typerend is en die goed, het liefst uitstekend, presteert op wiskunde.

Operationalisatie van centrale begrippen

Exploratief van aard is het waar te nemen gedrag dat Bram inzet tijdens het oplossen van wiskundige vraagstukken en tijdens zijn verklaring van die oplossingen. Waar te nemen gedrag beslaat zowel verbaal als non-verbaal gedrag. De aanpak bij het oplossen van wiskundige vraagstukken wordt afgebakend tot waarneembaar gedrag dat te herleiden valt tot de inzet van fysieke en/of mentale instrumenten die in samenhang het proces dat doorlopen wordt om een wiskundig vraagstuk op te lossen kenmerken, conform de gegeven definitie van aanpak bij het oplossen.

Om de onderzoeksvraag, de operationalisatie van begrippen en de verwachtingen die de literatuur opleverde recht te doen, is gebruik gemaakt van twee onderzoeksinstrumenten. Te weten: interviews en een serie wiskundige vraagstukken ter oplossing van de gericht geselecteerde proefpersoon. Hierdoor ontstaat een triangulatie van het literatuuronderzoek, het interview en de observaties die de interne validiteit bevordert. Het uitgangspunt van mijn methodiek blijft weliswaar een exploratieve vraagstelling, de verwachtingen geven dit onderzoek deels een toetsend karakter.

Deel 1: Interview

Voor het interview zijn de leidende vragen gebruikt, waarbij ik gebruik heb gemaakt van de mogelijkheid tot doorvragen. Het interview is gefilmd, zodat de antwoorden vastliggen voor transcriptie en observatie achteraf. In Bijlage A staat de opgestelde vragenlijst. De vragen zijn zo gekozen dat we een beeld krijgen van Brams functioneren in relatie tot zijn dyslexie en zijn beleving daarvan. De vragen naar zijn (vakspecifieke) ervaringen op school en zijn behandelingstraject vloeien voort uit de gegeven definitie (Kleijnen et al., 2008, p. 11), zodat duidelijk wordt in hoeverre het

profiel en de ervaringen van Bram overeenstemmen met dat van dyslectici in meer algemene zin (Brante, 2013; Carawan et al., 2016, pp. 284-285). Zijn antwoorden op de vragen belichten ook zelfbeeld en omgevingsfactoren, zoals hobby's die mogelijk een rol hebben gespeeld in de ontwikkeling van compenserende mechanismen zoals in relatie tot het functioneren van visuele vermogens en de genoemde pariëtale kwab (Zhang et al., 2013; Stichting Hersenletsel Uitleg, 2017; Leikin et al., 2014; Garcia et al., 2014). Het interview kreeg een vervolg als ik Bram vraag te verklaren waarom hij het oplossen in stilte deed.

Deel 2: Wiskundige Vraagstukken

Bram krijgt een aantal wiskundige vraagstukken ter oplossing aangeboden. De vraagstukken zijn minimaal van het niveau waarop Bram opereert. Bram zit op het vmbo, de vraagstukken heb ik ontleend aan de cito toetsen voor wiskunde voor havo/vwo 3 en aan de opgaven van kangoeroewedstrijden (Stichting Wiskunde Kangoeroe, 2017). Voor het oplossen van het laatste type vraagstukken is ervaring met schoolse wiskunde nodig, maar ze kunnen doorgaans niet op routine of bekende procedures worden beantwoord. De opgaven heb ik gekozen om het maximale kunnen van de proefpersoon te vragen. De vraagstukken beslaan meerdere wiskundige terreinen, sommige met en andere zonder afbeelding. Het ge-

observeerde verbale en non-verbale gedrag, de frequenties en de samenhang moeten indicaties bieden voor door de proefpersoon gehanteerde aanpak en mogelijk ook voor onderscheid hierin naar het soort vraagstuk. Daarbij hanteer ik een exploratieve invalshoek door al het gedrag in kaart te brengen. Vanwege de exploratieve aard houd ik de mogelijkheden van waarneembaar gedrag open en probeer dat met een minimum aan eisen zo min mogelijk te beïnvloeden. De methodiek van de gefundeerde theorievorming (Baarda, 2014, pp. 156-162) leef ik na van open labels tot theoretiseren zoals ik nader toelicht bij verantwoording en uitwerking van de onderzoeksopzet. Dit proces wordt verder benut om de verwachtingen te toetsen.

Geselecteerde vraagstukken

In Bijlage E staan de opgaven en de transcriptie van de verbale waarneming van de opnamen op volgorde van afname. De vragen zijn benoemd naar herkomst. 'HV' staat voor cito opgaven van havo/ vwo drie. 'WB' staat voor 'wiz-brain' en 'WP' voor 'wizprof' uit kan-

goeroewedstrijden. De eerste twee cijfers geven het jaar en de laatste twee geven het vraagnummer. Het verloop van het traject staat toegelicht in het vraagschema in Bijlage D.

Pilot

Een aantal keuzes van de opzet zijn aanpassingen die voortvloeien uit een pilot, waarbij ik naast Bram twee leerlingen zonder dyslexie vraagstukken heb voorgelegd. De opzet van de pilot was minder getrapt. De leerlingen kregen het vraagstuk, en moesten hardop denkend tot een oplossing komen. Hoewel deze leerlingen op mavo-niveau ook goed presteren bleken de vraagstukken te hoog gegrepen en monde dit al snel uit in multiple gok en 'ik weet niet', of ik vulde het hardop denken aan. Omdat elke vergelijking vervolgens mank zou

gaan heb ik mijn onderzoeksobjecten beperkt. Verder bleek dat de verplichting om hardop te denken niet werkte. Proefpersoon dacht alsnog in zichzelf of had de neiging af te haken. Om dit in goede banen te leiden heb ik de onderverdeling gemaakt, waarbij de proefpersoon tijdens het oplossen hardop mag, maar niet moet, denken en vervolgens zijn oplossing verklaart. Bijkomend voordeel is dat ik, hopelijk, minder geneigd was tot interactie tijdens het oplossen.

Ontwerp van uitvoering

Proefpersoon krijgt instructie waarin de volgende fasen verteld worden.

- Proefpersoon krijgt een wiskundig vraagstuk.
- Vraagstuk wordt voorgelezen.
- Proefpersoon lost of probeert het vraagstuk op te lossen.

- Proefpersoon mag hierbij hardop denken.
- Proefpersoon mag gebruik maken van potlood, gum, geodriehoek en papier. Ook de rekenmachine mag gebruikt worden, maar zo min mogelijk.
- Proefpersoon geeft zijn oplossing.
- Na antwoord krijgt de proefpersoon de vraag of proefpersoon het zeker weet.

- Bij bevestiging wordt gevraagd hoe proefpersoon het zeker weet.
- De proefpersoon wordt bij alle onderdelen gefilmd.
- De opnamen en de eventuele uitwerkingen op papier worden naderhand in het volgende observatieschema opgenomen, het geobserveerde gedrag (verbaal en non-verbaal) eveneens:

fase	Vraagnr.
Observatie voorlezen	Gedrag
Observatie oplossen	Gedrag
Observatie antwoord	Gedrag
Observatie verklaren	Gedrag

Na transcriptie van het beeldmateriaal van de eerste opgaven blijkt dat ik gedrag over het hoofd zie. Het observatieschema verfijnde ik om verschillende gedragsvormen beter te onderscheiden.

	Onderscheid	Tijd	Observatie
Verbaal	Woorden		
	Intonatie		
Non-verbaal	Gebaar		
	Handeling		
	Beweging		
	Houding		
	Mimiek		

Verantwoording en uitwerking van de onderzoeksopzet.

Het onderzoek moet dieper inzicht bieden in hoe dyslexie ingrijpt in het leven en wat het voor de aanpak van Bram, de proefpersoon, betekent. Een breder beeld van zijn beleving en dyslexie levert het interview op. De proefpersoon krijgt veel vrije keus zonder bijkomende beperkingen in het oplossingsproces zodat er veel authentieke gedragsmogelijkheden blijven. In rekenvaardigheid ben ik minder geïnteresseerd dan zijn denkproces. Wanneer hij kiest voor de rekenmachine is mogelijk wel interessant, maar redeneerprocessen wil ik niet laten beïnvloeden door eventuele reken tekorten. Het gedrag dat de proefpersoon in de video-opnamen laat zien wordt gedetailleerd schriftelijk vertaald, de zogenaamde transcriptie. De eerste transcriptie staat dicht bij het waargenomen verbale en non-verbale gedrag. Dicht bij het gedrag betekent de waarneming van het gedrag zonder interpretatie van het gedrag. Al het beschreven gedrag heet nu de open codering. De open codes reduceer ik vervolgens door synoniemen en overeenkomstig gedrag samen te brengen onder een label. Deze labels worden vervolgens zoveel mogelijk in coherente categorieën

ondergebracht, 'axiaal coderen' noemt Baarda (2014, pp. 156-162) dat. Hij is ook verantwoordelijk voor de eerdere en volgende benamingen van de fases in de ordening van de kwalitatieve gegevens. De categorieën kunnen de doelen of functies van verschillende gedragingen of uitspraken zijn die daarin zijn ondergebracht. De manier waarop gedrag samenhangt is de selectieve codering waarop theorievorming volgt. Bevindingen uit het interview en de gedragsbeschrijving en de theorievorming op het uitgevoerde onderzoek knoop ik aan bij de literatuur. Deze onderzoeksmethodiek wordt de 'gefundeerde theorievorming' genoemd. Dit is geen hypothetisch deductisch onderzoeksmodel, maar wel een goede manier om een brug tussen theorie en werkelijkheid te slaan. De beschreven wijze van coderen en het vastgelegde beeldmateriaal zijn goed voor de betrouwbaarheid. Hoewel dit in beginsel een insteek veronderstelt die vrij is van voorkennis, ben ik daar gezien onderdompeling in de literatuur niet vrij van en daarom niet geheel objectief.

Setting van het onderzoek

Nadat Bram zijn bereidwillig had verklaard om mee te werken aan dit onderzoek, heb ik toestemming van zijn ouders gevraagd en gekregen. Bram koos zijn ouderlijk huis als locatie voor de afname van het onderzoek. Het huis is nieuw en landelijk gelegen met vanuit grote raampartijen uitzicht op de omliggende landerijen. Daar aangekomen ben ik ontvangen met koffie en, zoals beloofd, had ik iets voor bij de koffie. Het interview en het oplossen van de vraagstukken verlopen in een ontspannen sfeer, hoewel ik aanvankelijk een lichte spanning bij Bram meen te bespeuren. De vragen die Bram krijgt voorgeschoteld zijn zeer divers en geselecteerd uit materiaal dat het maximale van Brams kunnen vraagt. Bram zit nu in het laatste jaar van het vmbo, terwijl de vragen komen uit citotoetsen voor havo/ vwo drie, wizprof en wizbrain. Met name deze laatste twee uit de kangoeroewedstrijden zijn van een soort waar Bram geen directe ervaring mee heeft. Ter ondersteuning heb ik voor Bram materialen als een notitieboekje, een

geodriehoek, potlood, pen, passer en een rekenmachine meegenomen. Hij geeft er de voorkeur aan om zijn eigen rekenmachine te gebruiken. Afhankelijk van mijn inschatting van de manier waarop Bram een vraag beantwoordt heeft, maak ik een afweging wat betreft de keuze van de moeilijkheidsgraad uit de volgende vooraf geselecteerde opdracht-mogelijkheden. Elk vraagstuk verloopt in vijf fasen. Bij de opstart noem ik het opgavenummer, houd het opgaveblad voor de camera en geef dit aan Bram. Dan lees ik het vraagstuk voor, waarna Bram het oplost, vervolgens zijn antwoord geeft en ten slotte vraag ik hem naar zijn verklaring. Tijdens de opnames, met name ertussendoor, zorgt het opslaan en opstarten van het beeldmateriaal, of juist het vergeten daarvan, voor enig vermaak van Brams zijde. In de opstartende fase van menig vraagstuk kunt u van de brede grijns die Bram dan produceert getuige zijn. Het is een ruim drie uur durende sessie waarbij Bram zich onverdroten blijft inzetten en die we besluiten met het nuttigen van enige croissantjes.

V. RESULTATEN

Doelen van de gedragsobservatie

Om mogelijke antwoorden te formuleren op de deelvraag welk gedrag en welke eigenschappen de proefpersoon helpen bij het oplossen van wiskundige vraagstukken is Brams gedrag tijdens het doorwerken van wiskundige vraagstukken geregistreerd. De observaties zijn vervolgens gecodeerd volgens de principes van de gefundeerde theorievorming. Overeenkomstig de exploratieve aard van dit

onderzoek is de aard van het gelabelde waargenomen gedrag geheel open. De resultaten betreffen de categorisering en selectieve codering van het waargenomen gedrag en de frequentie van veel waargenomen gedrag bij het oplossen van de verschillende vraagstukken en de informatie die Bram geeft in de interviews.

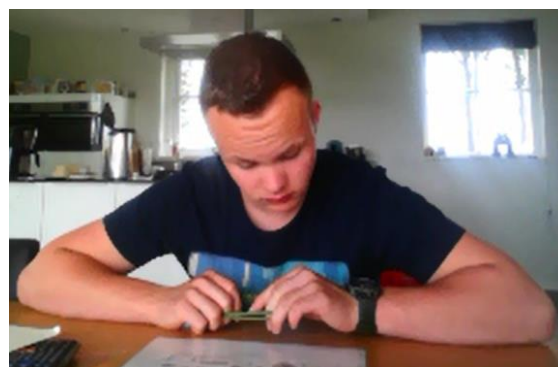
Focus

De functionaliteit met de hoogste waargenomen frequentie is het gedrag dat selectief gecodeerd is als 'focust'. Deze functionaliteit vloeit voort uit drie categorisaties; houding voorover, doelgerichte blik en geconcentreerde blik. Elke categorie kenmerkt zich door het buitensluiten van een groot deel van de omgeving ten gunste van het vraagstuk; vandaar de keuze voor 'focust'.

Het waargenomen gedrag dat aan die categorieën ten grondslag ligt zoals 'zit naar voren gebogen', 'hoofd boven vragenblad', 'steunt op ellebogen voorover', 'kijkt naar afbeelding', 'kijkt op rekenmachine' en 'fronst zijn wenkbrauwen' en overeenkomend gedrag zijn ondergebracht in labels met synoniem staande waarnemingen zoals te zien in tabel 1. Twee

categorieën die onderdeel zijn van 'focust' komen veel voor. Het ene is de doelgerichte blik (2917 seconden van het totaal), het andere de houding voorover (opgeteld 2163 seconden).

Figuur 1



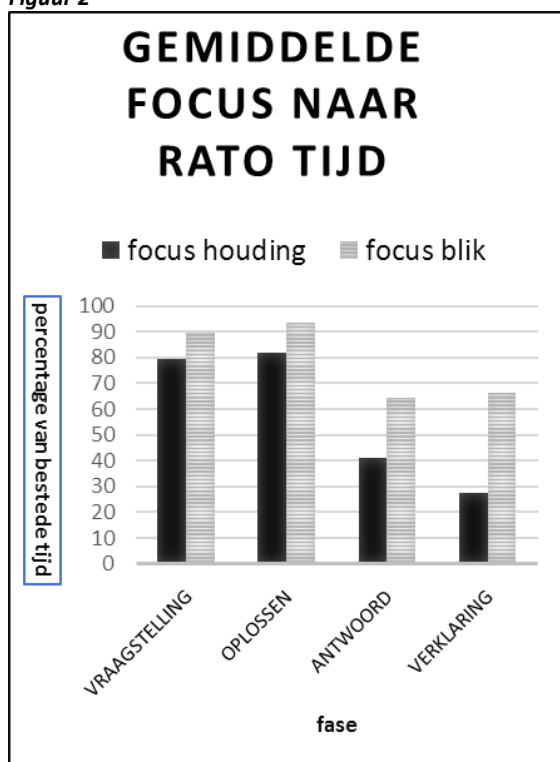
Tabel 1

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
Steunt op ellebogen op tafelblad voorovergebogen	Steunt voorover	Houding voorover	
Leunt op onderarmen tegen tafelrand voorover			
...			
Hoofd gebogen over vragenblad	Voorovergebogen		
Handen over elkaar voorover			
Rug gekromd			

Nek gebogen			Focust
...			
Buigt naar voren	Buigt voorover		
Buigt hoofd voorover			
...	...		
Kijkt naar afbeelding	Kijkt op vragenblad		
Blik gericht op opgaveblad			
...			
Kijkt op rekenmachine	Kijkt op instrument	Doelgerichte blik	
Kijkt in notitieboekje			
...			
Samengeknepen ogen	Nadenkende blik	Geconcentreerde blik	
Lichte frons			
Wenkbrauwen opgetrokken	Ingespannen blik Bedachtzame blik		
...			

Uitgedrukt in gemiddelde percentages van de totale tijd van de afzonderlijke actieve fases ondersteunt Bram zijn focus met een voorovergebogen houding tijdens de vraagstellingen 79,3% van de tijd, tijdens het oplossen 81,6% en 41% van de tijd van het beantwoorden en 27,6% van de tijd bij het verklaren.

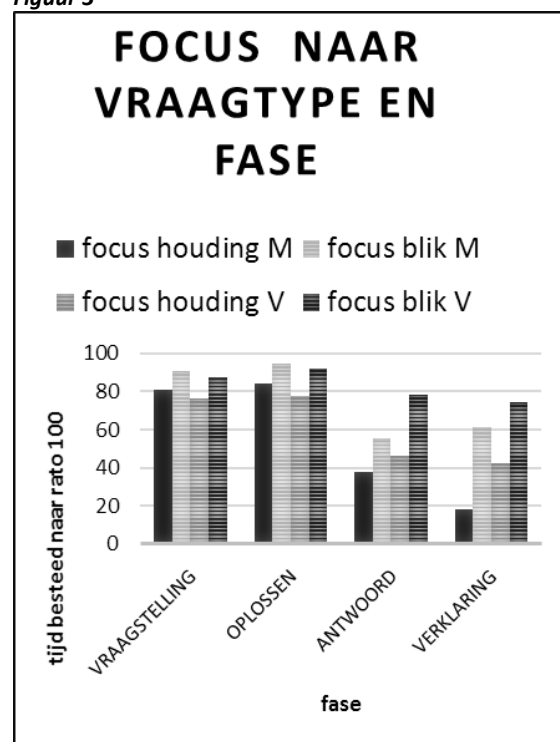
Figuur 2



Met de doelgerichte blik ondersteunt Bram zijn focus tijdens de vraagstellingen 89,7% van de tijd, tijdens het oplossen 93,5% en 64,4% van de tijd van het beantwoorden en 66,5%

van de tijd bij het verklaren. Deze ingrediënten 'houding' en 'blik' van de categorie 'focust' zijn afzonderlijk in de grafiek van Figuur 2 ondergebracht.

Figuur 3



We vinden op meetkundige onderdelen tijdens de vraagstellingen een gemiddelde van 81% van de tijd een focusgerichte houding, tijdens het oplossen gemiddeld 84,3% van de tijd en 37,7% gemiddelde van de tijd van het beantwoorden en gemiddeld 18,3% van de tijd bij het verklaren. Een doelgerichte blik in de tijd van de vraagstellingen ondersteunt ge-

middeld 91% van de tijd zijn focus, tijdens het oplossen gemiddeld 94,6% van de tijd en 55,4% gemiddeld van de tijd bij het beantwoorden en gemiddeld 61,5% van de tijd bij het verklaren.

Voor verbanden zien we tijdens de vraagstellingen een gemiddelde van 76,7% van de tijd een focusgerichte houding, tijdens het oplossen gemiddeld 77,9% van de tijd en 46,2% gemiddeld van de tijd bij het beantwoorden en gemiddeld 42,8% van de tijd bij het verklaren. Een doelgerichte blik in de tijd van de vraagstellingen ondersteunt gemiddeld 87,6%

Verwijst naar zichtbare inhoud

Bij het bekijken van de beelden zien we hoe Bram bij het oplossen achtereenvolgens met de pen wijst naar de rechthoeken in de figuur bij opgave WB1401 waar hem het aantal gevraagd wordt. Bij de opdracht het oppervlak van de vogel te achterhalen in opgave WB1404 wijst hij beurtelings naar de afzonderlijke oppervlakken. Bij opgave WP1423 handelt hij vergelijkbaar met de kubusjes. Wijzend naar zijn hulpschema en de overstaande en aanliggende zijden past Bram de benodigde goniometrie toe tijdens het oplossen van opgave HV3420. Als ik opgave HV3631 voorlees wijst Bram naar de antwoordmogelijkheid waarin de drie hoeken als scherp betiteld worden, die hem later het waarschijnlijkst voorkomt. Hij wijst naar de mogelijke hoogtepunten die in de afbeelding staan van opgave HV3628 alvorens hij de verschillende hoogtelijnen tekent. Bij probleem WP1405 volgt Bram de 'paden' met zijn pen als hij ze op lengte moet sorteren (zie Figuur4). Hij wijst tijdens het oplossen van opgave WP1604 naar

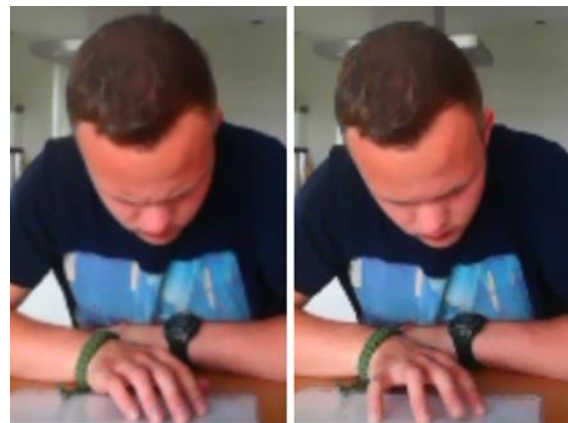


Figuur 4

verschillende onderdelen zoals de zijden van het vierkant die de rechthoeken insluit waarvan hij de omtrek moet achterhalen. Tijdens

van de tijd zijn focus, tijdens het oplossen gemiddeld 91,9% van de tijd en 78,2% gemiddeld van de tijd bij het beantwoorden en gemiddeld 78,5% van de tijd bij het verklaren. De tijden met een gefocuste houding en gefocuste blik gedurende de verschillende onderdelen zijn tijdens de vraagstelling en het oplossen globaal het hoogst en lager bij het beantwoorden en verklaren. Deze gegevens vertellen ons dat die verschillen bij meetkunde groter zijn dan bij verbanden zoals te zien in de grafiek bij Figuur 3.

het oplossen bij opgave WP1408 wijst hij naar de opstaande zijden van de aaneengeregen gelijkzijdige driehoeken die een zigzaglijn vormen waarvan hij de lengte te weten moet komen en volgt die lengtes met zijn geodriehoek. Hoewel vingerwijzingen zich eenvoudig laten herkennen, kan dit complexe vormen aannemen. Zo wijst hij met zijn rechtermvingers afwisselend spreidend gelijktijdig naar de beschreven sommen van gewichten tijdens het



Figuur 5

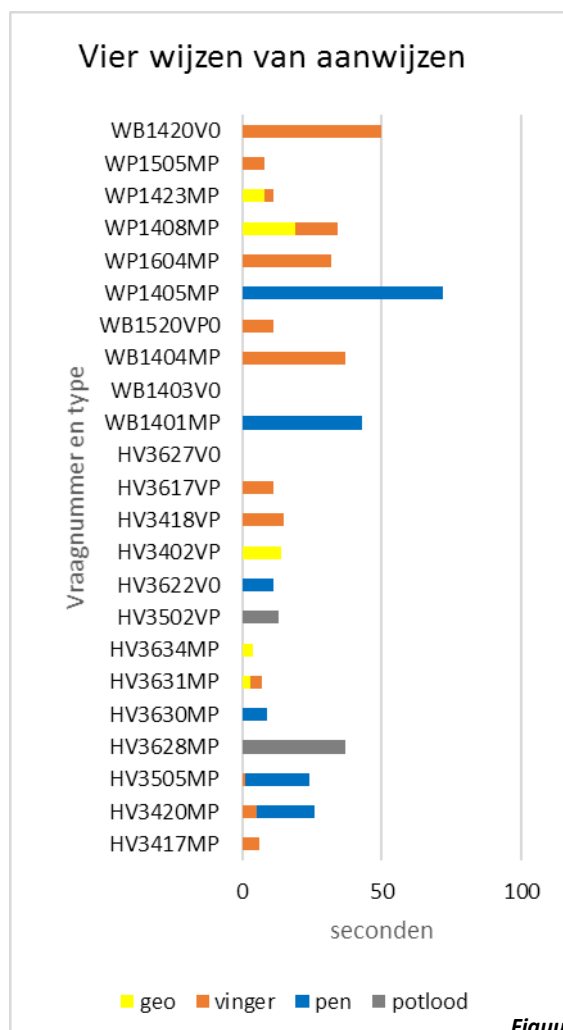
oplossen bij opgave WP1420 en vergelijkt ze onderling en met meerdere tegelijk (Figuur 5). Bram wijst met de vinger van boven naar beneden en vice versa naar vier vlakken van de uitslag bij opgave HV3417. Samen met het verwijzwoord 'die' vervangt dit wijzen zolang het woord 'verticaal', dat hij daarna weet te benoemen bij zijn uitleg van de oplossing. Bij opgave WP1408 zegt hij 'elke ding' in plaats van 'elke driehoek'. Met vingerwijzingen en de

sne de van zijn hand maakt Bram alsnog duidelijk dat ‘elke ding’ een driehoek is en ‘2 dingen’ de opstaande zijden zijn: ‘Nou elke ding heeft

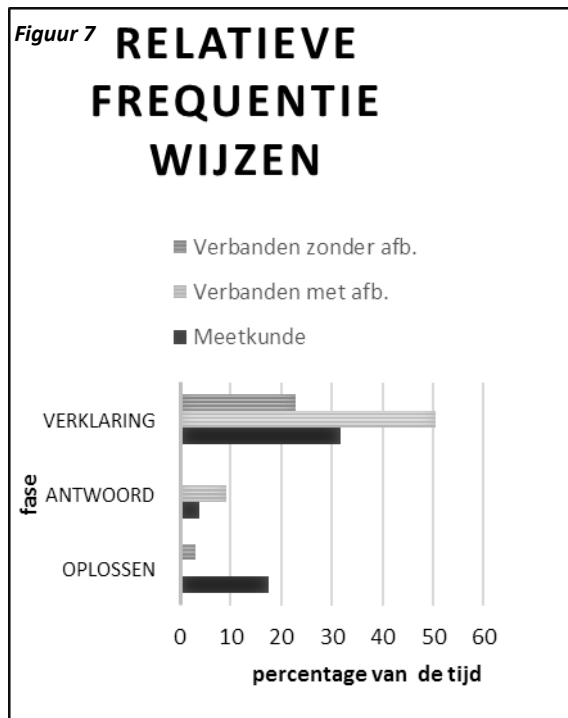
2 dingen’. Bij opgave HV3617 vervangt het wijzen samen met ‘heb je er 2’ het item ‘boek’, dat hij niet noemt.

Vergelijkbaar vervangt Bram wijzend met de pen bij zijn verklaring in combinatie met aanwijzend voornaamwoord ‘die’, het benoemen van de betreffende lijnen bij opgave WP1405. Op gelijksoortige manier ondersteunen en completeren zijn aanwijzingen de verklaring in opgave HV3420. De begrippen ‘overstaand’ en ‘aanliggend’ vervangt Bram door het verwijzwoord ‘die’ samen met wijzen. Overstaand of aanliggend komen zo in het hele verhaal niet voor. Andere begrippen weet hij zo ook te vermijden. Tijdens zijn uitspraken bij de uitleg van opgave HV3628, ‘Want die komen niet bij deze lijn...’ en ‘Dus moet ik ‘m doortrekken naar beneden, want daar staat er nog een’,

vervangt Bram de begrippen hoogtepunt en hoogtelijn door de verwijzwoorden ‘die’,



Figuur 6



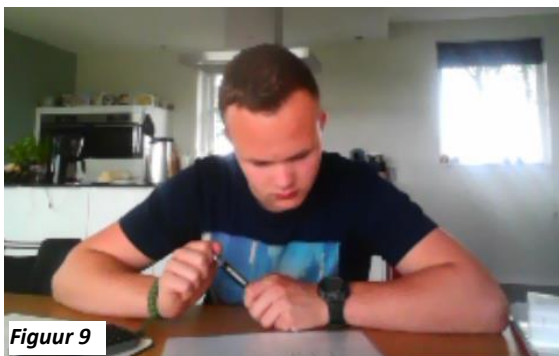
‘daar’, ‘hem’ aangevuld met wijzend potlood. Bij het open coderen van het opgenomen beeldmateriaal noteer ik dan ook veelvuldig wijzen met de vinger, pen, geodriehoek, en het potlood naar zichtbare onderdelen. Veelal ondersteunt Bram die aanwijzingen met verbale verwijzingen. Deze verschillenden uitingen laat ik via de categorieën ‘wijst fysiek naar zichtbare onderdelen’ en ‘duidt zichtbare onderdelen door verwijzwoorden’ samenkomen door selectief te coderen als ‘verwijst naar zichtbare inhoud’. Dit coderingsproces is samengevat in tabel 2 in Bijlage G. Hoewel vingerwijzingen zich eenvoudig laten herkennen, kan dit complexe vormen aannemen. Zo vergelijkt hij met zijn rechtervingers, afwisselend spreidend en gelijktijdig wijzend verschillende sommen van gewichten tijdens het oplossen bij opgave WP1420. In de grafiek van Figuur 6 is te zien is dat bij de meeste vragen op dezelfde manier gewezen, dat wil zeggen met of

de vinger of de pen of het potlood of de geodriehoek. Bij vier van de drieëntwintig opgaven wordt naast de vinger met een ander attribuut gewezen. Bij slechts twee vragen, allebei zonder afbeelding, wordt in het geheel niet gewezen. Onderscheiden naar vraagtype, afgezet tegen de gebezigde tijd per onderdeel wijst Bram bij de vragen met verbanden tijdens de fase van het oplossen 2,6% van de tijd, tijdens het antwoorden 3,4% van de tijd en tijdens het verklaren 31,7% van de tijd.

De vragen verder onderscheidend naar type, wijst Bram bij de verbanden voorzien van een afbeelding tijdens de fase van het oplossen niet, tijdens het antwoorden 9,1% van de tijd en tijdens het verklaren 50,5 % van de tijd. Bij de vragen met verbanden zonder afbeelding

Houvast

Hoogfrequent in gedrag zijn de waarnemingen die selectief samengevoegd zijn onder de noemer 'houdt vast aan attribuut zonder doelgericht gebruik' (zie tabel 2). Zo kent de armband die Bram beetpakt, soms om mee te frunniken en soms, bij enkele opgaven, om de jonge Sammy te vermaken (Figuur 10). Maar liefst 716 seconden registreert de camera Bram achteloos in de weer met de armband, waarvan bij 505 seconden Sammy geen rol speelt. We zien verder dat een dubbele greep bij Bram geregeld voorkomt (Figuur 9). De pen met beide handen beethebben staat 236 seconden geregistreerd. En Bram houdt de pen

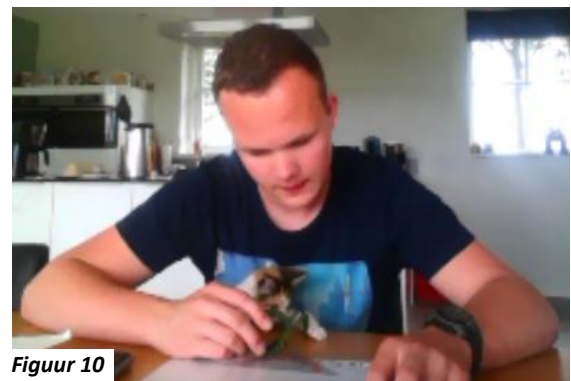


Figuur 9

beet met zijn rechterhand gedurende 473 seconden, waarvan Bram 29 seconden daad-

wijst hij tijdens de fase van het oplossen 3,1% van de tijd, tijdens het antwoorden niet en tijdens het verklaren 22,8% van de tijd. Bij de meetkundige vragen wijst Bram tijdens de fase van het oplossen 17,5% van de tijd, tijdens het antwoorden 3,7% van de tijd en tijdens het verklaren 31,8% van de tijd. In het diagram van Figuur 7 worden die gegevens weergegeven. Dit gaat met 102 verbale verwijzingen naar inhoud gepaard. Bij de meetkundige vraagstukken gebeurt dit bij oplossen en verklaren respectievelijk 7 en 63 keer. Bij de verbanden gebeurt dit tijdens het oplossen en verklaren respectievelijk 5 en 24 keer. Tijdens de antwoordfase verwijst Bram 3 keer verbaal bij de meetkundige vraagstukken en bij de verbanden niet.

werkelijk schrijft. De pen beet links staat 72 seconden geregistreerd. Het potlood is een stuk minder populair en houdt hij slechts bij



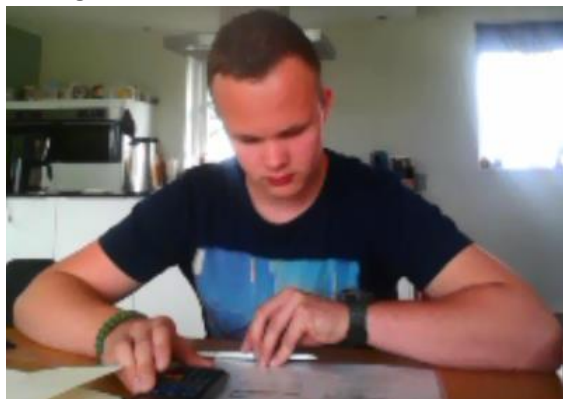
Figuur 10

drie opgaven vast. Een goede dertig seconden slechts verkeert het tegelijkertijd in beide handen. Een attribuut waar Bram aan vast houdt, mee wijst en meet is de geodriehoek. Bram gebruikt het 142 seconden om in een afbeelding te meten of lijnen te tekenen, waarvoor het natuurlijk bedoeld is, en vijftig om te wijzen. Honderdachtenzeventig seconden staat het daar helemaal los van en houdt Bram het met een of beide handen alleen vast, bijvoorbeeld om de buigbaarheid van het attribuut te testen.

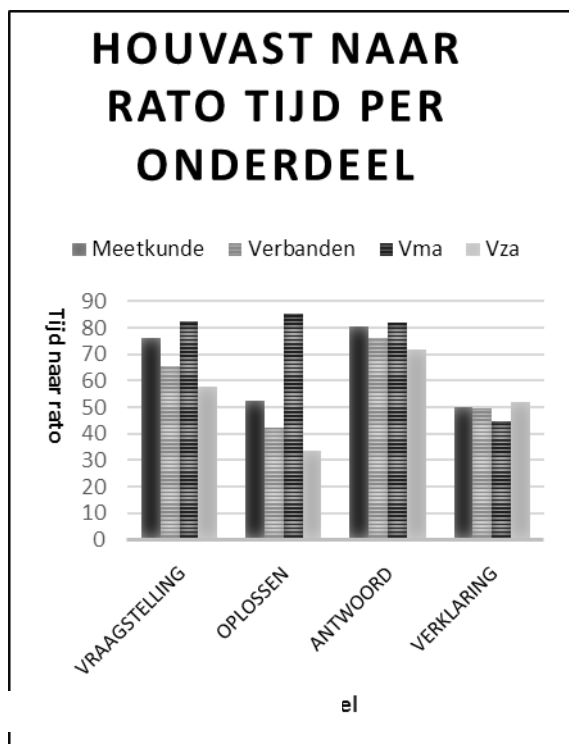
Tabel 2

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
Pakt pen links	Pen beet links	Houdt pen 'doelloos' vast	Houdt vast aan attribuut zonder doelgericht gebruik
Pen beet links			
Pen beet met linkerhand			
...			
Pen beet met rechts	Pen beet rechts		
Pen rechts vast			
Pakt pen rechts			
...			
Pen tussen duim en wijsvinger beide handen	Pen beet beide		
Pen beet met beide handen			
...			
Fruunnikt aan armband met vingers linkerhand	Pakt armband met links	Zit aan armband zonder doel	
Draait knoop armband met links			
Pakt armband met rechts	Pakt armband met rechts		
...			
Armband beet met beide handen			
Potlood beet met links	Potlood beet links	Houdt potlood vast zonder instrumenteel gebruik	
Potlood vast met beide handen	Potlood beet beide		
Houdt potlood vast met rechts	...		
Geo beet met beide handen	Geo beet met beide handen	Houdt geo vast zonder 'doel'	
Buigt geo met twee handen			
Geo beet met links			
Geodriehoek beet met rechts	...		
Krult vragenblad aan rand met beide handen	...	Zit aan vragenblad	
Schuift met vragenblad	...		
...	...	...	

Uitgedrukt in percentages van de totale tijd van de afzonderlijke actieve fases houdt Bram 70,9% van de tijd tijdens de vraagstelling vast aan een attribuut, tijdens het oplossen 48,4% en 79,0% van de tijd bij het beantwoorden en 49,7% van de tijd bij het verklaren. Het percentage



van de tijdsduur van dit gedrag bij de meetkundige vraagstukken is over het geheel 76,1% van de tijd bij de vraagstellingen, tijdens het oplossen 52,5% en 80,6% van de tijd van het beantwoorden en 49,9% van de tijd bij het verklaren. Het percentage van de waargenomen tijdsduur van dit gedrag bij de vraagstukken met verbanden is 65,4% van de tijd bij de vraagstellingen, tijdens het oplossen gemiddeld 42,1% en 75,9% van de tijd van het beantwoorden en 49,5% van de tijd bij het verklaren.



Figuur 11

De verbanden nog onderverdeeld naar aanwezige afbeeldingen zien we bij verbanden met afbeeldingen dat Bram 82,4% van de tijd bij de vraagstellingen vasthoudt aan een attribuut, tijdens het oplossen gemiddeld 85,4% en 81,8% van de tijd van het beantwoorden en 44,6% van de tijd bij het verklaren. Bij verbanden zonder afbeeldingen houdt Bram 57,5% van de tijd bij de vraagstellingen vast aan een attribuut, tijdens het oplossen gemiddeld 33,3% en 71,9% van de tijd van het beantwoorden en 51,8% van de tijd bij het verklaren. Deze percentages onderscheiden naar vraagtype en fase en gemiddelde percentages staan overzichtelijk weergegeven in de grafiek van Figuur 11.

Snelle selectie van hulpmiddel

Bij alle citovragen waar Bram een instrument gebruikt heeft Bram dat reeds rondom het einde van de vraagstelling gekozen. Bram pakt de rekenmachine zodra de vraag gesteld is bij HV3420 en gebruikt deze voor berekeningen met de tangens. Bij HV3505 pakt hij direct na de vraag de rekenmachine. En past daarmee later de hoekensom toe. Hij pakt de geodriehoek al tijdens het stellen van de vraag bij HV3402 om later de lengte op de y-as te meten. Snel na de vraag pakt Bram geodriehoek Later met goed gevolg bij HV3634 voor de constructie van de driehoek. Deze en verwante open coderingen zijn via de categorieën 'Rekenmachine snel gekozen en goed gebruikt', 'Geodriehoek snel gekozen en goed gebruikt', 'Snel na de vraag notitieboekje gekozen en goed gebruikt', selectief gecodeerd

als 'Selecteert snel een effectief hulpmiddel'. Dit proces van coderen wordt volledig weergegeven in Bijlage H. Bij alle citovragen waar Bram effectief een instrument gebruikt heeft hij dat rond het eind van de vraagstelling al gekozen. Deze snelle en effectieve selectie vindt bij geen van de Kangoeroe vraagstukken plaats. Bram gebruikt bij 10 opdrachten zijn rekenmachine. Bij 7 opdrachten gebruikt hij de geodriehoek, 3 keer voor constructies en 5 keer om te meten. Bij 4 opdrachten gebruikt hij de pen om te schrijven en bij 2 opdrachten gebruikt hij het potlood om te tekenen. Bij 1 opdracht gebruikt hij de passer voor de constructie van een driehoek. Bij 5 vraagstukken gebruikt hij geen van deze instrumenten.

Inzet van wiskundige kennis

Via de open codering van een breed palet aan wiskundige vaardigheden komen we tot de Selectieve codering 'Zet wiskundige kennis in', waarvan het proces in Tabel 4 is weergegeven.

'Wiskundige kennis', bevat hier ook vaardigheden.

Tabel 2

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
Zet lengtes om in hoek met tangens	Past meetkundige formules toe om gegevens te kwantificeren	Zet meetkundige kennis in	Zet Wiskundige kennis in
Past hoek met tangens toe voor hoogte			
Zet schuine zijde met Pythagoras om in lengte			
Zet boog met formule cirkelomtrek om in lengte			
Past hoekensom herhaalt toe, werkt daarmee onbekenden achtereenvolgens weg			
Behoudt cirkelomtrek in nieuw patroon	Past meetkundige eigenschappen toe		
Zet diameter om in rechte zijden taartpunten			
Bepaalt met gelijkbenige driehoek gelijke basis-hoeken			
Past afstand tot punt toe als straal in cirkelvorm			
Ziet afstand tot muur als evenwijdigheid			
Zet oppervlakte om in lengte zijde			
Zet grammen om naar aantal munten per 4 gram	Zet eenheden verhoudingsgewijs om	Zet gegevens om met kennis van lineaire verbanden	
Zet centen om in Euro's			
Zet afstanden en tijden om in tijd per tien km			
Zet kilo's om in gram en zet grammen om in aantal munten			
Gebruikt verhouding tijd en afstand voor eind-tijd			
Breekt oppervlakte op in concrete deeloppervlakken			
Verhouding gewicht van appels gegeven aan peer			
Zet ontbreken hellingsgetal in formule om in 1	Zet indicatoren van lineaire formules en grafieken om in bruikbare vorm		
Zet hellingsgetal formule om in die van de grafiek			
Zet snijpunt y as om in begingetal			
Meet met geo verticale afstand y-as om begingetal te achterhalen			
Zet vaste kosten om in begingetal			
Controleert met stijging lijn het hellingsgetal			
Zet hellingsgetal om in verschil van stijgende lijn			
Berekent verschillen van tijd en afstand			
Meet hoeken	Gebruikt wiskundige instrumenten		
Construeert driehoek met passer en liniaal			

Beeldend en actief taalgebruik

Selectief gecodeerd als 'Gebruikt beeldende en actieve taal' is een type uitspraken dat Bram bezigt tijdens het verklaren (Tabel 5). Zo spreekt hij bij de uitslag van een kubus met een vlak te veel bij opgave HV3417MP over 'als je de eerste vier oprolt' en 'moet je hem aan beide kanten dicht kunnen vouwen'. De

uitspraak 'als je die een keer uitrekt' bij de zigzaglijn van gelijkzijdige driehoeken in opgave WP1408MP leidt tot de gevolgtrekking van de lengte. Hij zegt: 'want die komen niet bij deze lijn', bij opgave HV3628MP om het juiste hoogtepunt te verklaren. Met 'je hebt dan niet zo'n grote afstand dat ie oversteekt' leidt hij

de conclusie in dat de lijnstukken bij opgave HV3631MP in een driehoek geen stompe hoek maken. Met 't is eigenlijk gewoon een spiegel' duidt hij in HV3505MP bij de gelijkbenige driehoek op de symmetrieas en in diezelfde

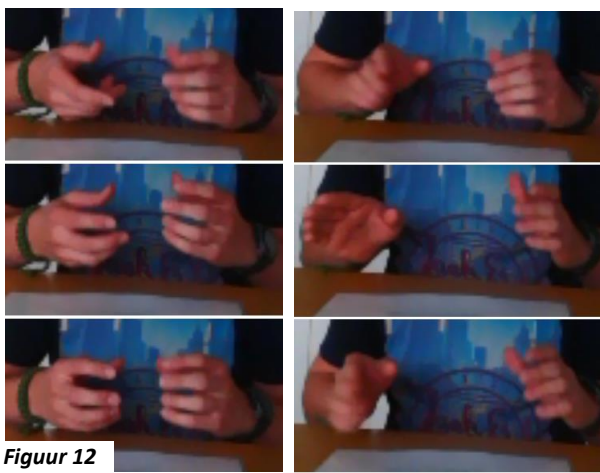
opgave laat vertaalt hij het gebruik van de hoekensom met 'moet je die eraf halen'. 'Als je dat bij die 300 doet, heb je 500' en 'dan hou je nog een halve over'.

Tabel 3

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
‘moet je die eraf halen’	2 ^e persoon actief overdrachtelijk imperatief	Voorwaardelijke figuurlijke handelingen	Gebruikt beeldende en actieve taal
‘moet je hem aan beide zijden dichtvouwen’			
‘omdat je hem in tweeën splitst’	2e persoon actief overdrachtelijk voorwaardelijk		
‘als je die een keer uitrekt’			
‘als je de eerste vier oprolt’			
‘Als je dat bij die 300 doet, heb je 500’			
‘dan hou je nog een halve over’			
‘En zo kom je uiteindelijk bij die dertien zevenentwintig’	2 ^e persoon overdrachtelijk gevolgtrekking	Figuurlijk concluderend	
‘Dan moet je hem aan beide kanten dicht kunnen vouwen’			
‘dan zit daar aan een kant een te veel en dat is in dit geval nummer drie.’			
‘alleen er komt meer bij’			
‘Want die komen niet bij deze lijn’			
‘de omtrek blijft in stand’			
‘dat ie oversteekt’			
‘dit is gebogen’			
‘van die 128 kilogram heb ik gram gemaakt’	1 ^e persoon denkbeeldig beschrijvend		
‘ik heb hier een kleintje zitten’			
‘t is eigenlijk een spiegel’	3 ^e persoon denkbeeldig beschrijvend		

Fysiek visualiseren

Bij zijn eerste opdracht HV3417 vat Bram met zijn handen het verhaal dat hij daarbij doet samen in twee gebarenreeksen die samen nog geen seconde duren. Hij maak een rolbewe-



Figuur 12

ging met zijn rechterhand (Figuur 12 links), vervolgens houdt hij zijn handen naast elkaar alsof hij een doos vastheeft en slaat dan met zijn rechterhand een 'flap' van de kubus uit-slag *denkbeeldig* dicht (Figuur 12 rechts). Wat hij hierbij vertelt loopt wel chronologisch, maar niet helemaal simultaan met zijn gebaren. Tijdens het oplossen bij opgave HV3631

Figuur 13





Figuur 14

stelt Bram de gevraagde driehoek met zijn vingers in een driehoek voor (Figuur 13). De handeling beslaat ongeveer drie seconden. In de verklarende fase is er opnieuw sprake van het vormen van de hoek met de handen. Zijn verhaal ondersteunt hij met, 'zaagbewegingen' (Figuur 14) en de hoek tussen zijn handen. Die handgebaren gaan gepaard met de zinsneden 'dat ie oversteekt' en 'dat je aan een stompe hoek kan komen'. Bij opgave HV3402 maakt hij trapsgewijze stappen op de helling van de grafiek, waarbij hij aangeeft: 'het is niet tel-

kens plus één plus één' waarmee hij beargumenteerd dat de helling dan minder steil zou



Figuur 15

zijn. Bij opgave WP1408 begeleidt hij de uitspraak. Bij WB1408 rekt Bram virtueel de zigzaglijn uit (Figuur 15). Hij legt zijn pen bij HV3505 zodat het de symmetrieas weergeeft. In tabel 6 zijn deze open labels selectief gecodeerd als 'Gebruikt fysieke mogelijkheden om situaties te visualiseren'.

Tabel 4

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
Legt handen in driehoek	Verbeeldt nieuwe situatie bij het oplossen met handen.	Beeldt situaties uit	Gebruikt fysieke mogelijkheden om situaties te visualiseren
Tilt vinger op bij grootste gewicht			
Overbrugt tijd en afstand door de handen tussen afbeeldingen heen en weer te bewegen			
Beeldt snijdende lijnen uit met zaagbeweging	Beeldt handelingen op fictieve objecten uit		
Draait virtuele kubus met handen			
Sluit denkbeeldige vlakken met handen			
‘Pakt’ lijn met vingers en rekt die uit			
Maakt met geodriehoek trapsgewijze stappen over helling grafiek			
Maakt stappen met handen bij optellen	Motoriek verbeeldt rekenkundige operaties		
Maakt stappen met handen bij vermenigvuldigen			
Telt met vingeropsteken			
Gebruikt liniaal als zijden driehoek	Gebruikt materiaal om nieuwe situatie in beeld te brengen	Maakt nieuwe situaties aanschouwelijk met materiaal	
Legt geo als loodrechte lijn			
Legt pen als symmetrieas			

Deelvragen bij het interview

Het interview heeft als doel de gevolgen die de proefpersonen aangeeft te ervaren van dyslexie en ervaringen en eigenschappen die passen bij de literatuur en de daarin geopper-

de alternatieve strategie te inventariseren. Andere factoren die hierbij naar voren komen helpen mogelijk de bovengemiddelde prestaties van Bram op wiskunde verklaren.

Interviews samengevat

Bram geeft aan dat hij in de eerste jaren dat hij op school zat 'twee jaar verspild' heeft. Na de constatering van dyslexie volgden aanpassingen en vond interventie plaats. De inspanningen die interventies van hem vragen vindt hij niet opwegen tegen het resultaat. Meer aanpassingen zoals gebruik van hulpprogramma's *'Sprint'* en *'ClaroRead'* volgen op de middelbare school. Hij maakt daar gebruik van. Ondanks een mavo/havo advies wordt hij in een mavoklas geplaatst. Hij blijft de gevolgen van dyslexie ondervinden. Dit merkt hij duidelijk aan de vakken Nederlands en Engels en in mindere mate bij de zaakvakken. Hij typeert zijn moeite met Engels door te stellen dat hij daar aanvankelijk allemaal enen en tweeën voor haalde. Tekorten op Engels en Nederlands weet hij in de loop der jaren weg te werken en uiteindelijk tot ruime voldoendes te brengen. De exacte vakken en economie en gaan hem van meet af aan erg goed af. 'Makkelijk' lijkt voor Bram het centrale begrip om wiskunde te beschrijven, daarbij aangetekend dat meetkunde hem iets beter ligt dan 'formules', met goniometrie als favoriete onderdeel. (Met uitzondering van Brams herinnering dat hij allemaal enen en tweeën haalde voor En-

gels in het eerste jaar is zijn de rapporten in overeenstemming met dit beeld. De afgelopen twee jaar staat Bram voor wiskunde gemiddeld een 9,3 met als laagste cijfer het onderdeel rekenen en verbanden; een 7,2. Later dit jaar haalt hij hiervoor een 9,4. Voor de vakken economie en natuurkunde zijn die gemiddelden respectievelijk een 8,1 en een 8,7. Voor zowel Engels, Duits als Nederlands staat hij gemiddeld ruim een zeven. Dit toont bij de talen een duidelijke progressie vanaf het eerste jaar waarin hij voor Engels gemiddeld een 5,5 haalde, voor Nederlands gemiddeld een 5,7 en voor Duits gemiddeld een 6,7. Bram beoefent fysieke hobby's, zoals scouting, fietsen en bergbeklimmen. Het interview krijgt nog een vervolg nadat ik Bram tussen de vraagstukken door vraag waarom hij tijdens het oplossen bij voorkeur niet hardop denkt. Volgens hem is dit omdat hij stilzwijgend 'makkelijker dingen op een rijtje kan zetten' en '... dan kijk ik vooral naar het plaatje. Dat is van wat heb ik, en 't is niet echt in woorden. Ik weet niet, meer beelden dan woorden zeg maar'.

28

Aansluiting literatuur

Hoe passen ervaringen, gedrag en eigenschappen bij de literatuur bij de alternatieve strategie die de bevindingen uit de literatuur impliceren? Om een eerste zicht te krijgen hoe ervaringen, gedrag en eigenschappen passen bij de alternatieve strategie die de bevindingen uit de literatuur impliceren, brengen we in kaart hoe selectieve categorieën een waarneembare visuele en of motorische component bevatten.

De selectieve coderingen met een visuele component zijn: Focust, Verwijst naar zichtbare inhoud, Beeldend en actief taalgebruik, Fysiek visualiseren. Die met een waarneembare motorische component zijn: Focust, Verwijst naar zichtbare inhoud, Houdt vast aan attribuut zonder doelgericht gebruik, Beeldend en actief taalgebruik, Fysiek visualiseren, Snelle selectie en lonende inzet van instrumenten.

Verwachtingen

De literatuur gaf aanleiding tot de verwachtingen dat de proefpersoon tijdens de oplossende fase informatie concreet maakt. De gegevens die leidden tot de selectieve coderingen 'Snelle selectie van effectief hulpmiddel' en 'Zet wiskundige kennis in om gegevens bruikbaar te maken' bieden voldoende grond voor conclusies, alwaar ik die zal trekken. Mogelijk ten overvloede zien we Bram nog driemaal lengtes meten waar dit niet is opgenomen in 'Snelle selectie van effectief hulpmiddel'. Zo pakt hij de geodriehoek en meet een zijde van het vierkant bij WP1604MP maar verbindt hier verder geen gegevens aan. Hij meet delen van de zigzaglijn bij WP1423MP maar trekt de conclusie dat dat geen zin heeft en gooit hem neer. Bij WB1401 pakt hij de geodriehoek pas laat om uit te sluiten dat een van de rechtehoeken vierkant is. Deze selecties kunnen

worden ingezet om de verwachting dat Bram informatie visueel maakt te toetsen.

Voor de verwachting dat er factoren naar voren komen die de bovengemiddelde prestaties van Bram bevorderen zijn de reeds gegeven selectieve coderingen van betekenis. Van toegevoegde waarde daarop zijn de interviews met in de samenvatting hierboven de gegevens die mogelijk helpen de bovengemiddelde prestaties van Bram op wiskunde te verklaren. Verder worden daarin de gevolgen die de proefpersoon aangeeft te ervaren van dyslexie en ervaringen en eigenschappen die passen bij de literatuur en de daaruit gedestilleerde alternatieve strategie geïnventariseerd. De volledige interviews sluiten Bijlage E af.

Verbanden versus meetkunde

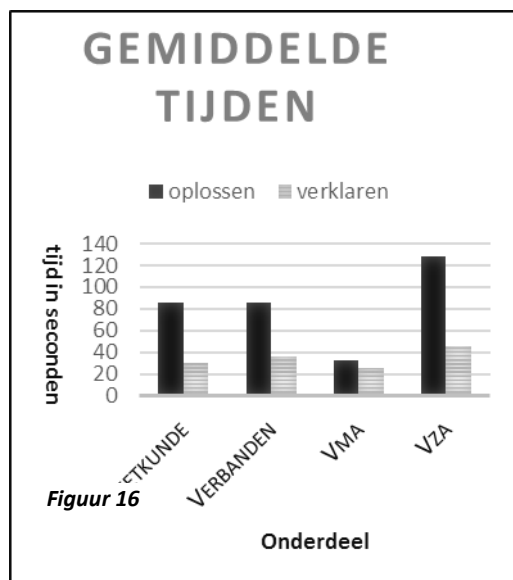
Meetkundige vraagstukken zouden volgens de verwachtingen beter worden opgelost dan de vraagstukken over verbanden en dat verbanden met grafische weergaven op hun beurt weer beter worden uitgevoerd dan woord-

problemen zonder afbeelding. Om dit te kunnen toetsen breng ik een aantal gegevens in kaart.

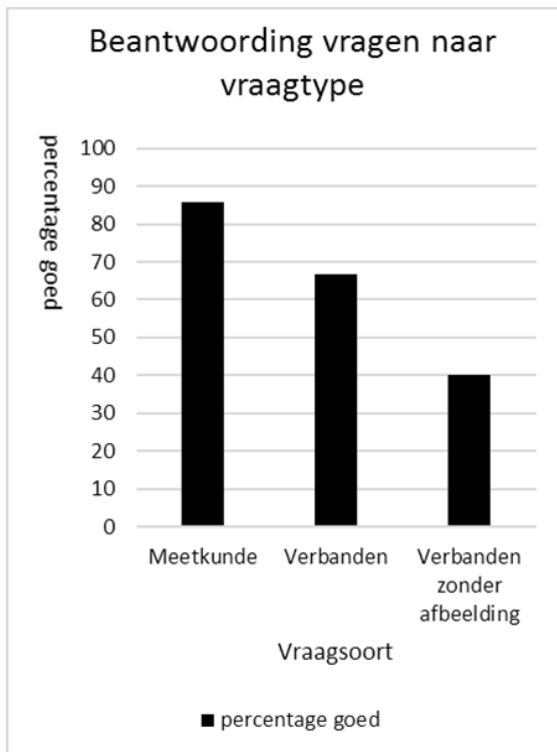
Data

De tijdsduur van de interviews is in totaal 13 minuten en 29 seconden. De totale tijd van observatie van het gedrag tijdens de opgaven is ruim een uur. Er zijn 23 opdrachten geregistreerd, waarvan 14 van meetkundige aard in een tijd van 2186 seconden en 9 met verban-

den in 1535 seconden. De gemiddelde tijden zijn daarmee 156 seconden per meetkundige vraag en bij de verbanden dik 170 seconden per vraag. De opnamen binnen het bestek van de opgaven beslaan daarmee 3721 seconden waarbinnen vijf fasen zijn te onderscheiden. Apart genomen besloegen de fasen van opstarten 397 seconden, voorlezen in totaal 436 seconden, van het oplossen 1972 seconden, van het antwoorden 162 seconden en van het verklaren 754. Bij meetkunde apart besloegen de fasen van opstarten 228 seconden, voorlezen in totaal 222 seconden, van het oplossen 1203 seconden, van het antwoorden 108 seconden en van het verklaren 425. Bij verbanden apart besloegen de fasen van opstarten



169 seconden, voorlezen in totaal 214 seconden, van het oplossen 769 seconden, van het antwoorden



Figuur 17

54 seconden en van het verklaren 329. Verder wist Bram, zoals te zien is in de grafiek van

figuur 17 van de meetkundige vragen 86% afdoende te beantwoorden, van de verbanden 67%, daarbij aangemerkt dat deze lagere score volledig op rekening komt van de verbanden zonder afbeelding en één met een louter illustratieve afbeelding waar Bram bij 40% tot de juiste oplossing kwam. Gemiddeld besteedde Bram aan het oplossen van meetkundige vragen 86 seconden. Over vragen met verbanden deed Bram gemiddeld een halve seconde korter, met dat onderscheid dat verbanden met een relevante afbeelding hem gemiddeld 32,5 seconden kostten om op te lossen en die zonder inhoudelijke afbeelding gemiddeld 128 seconden. Gemiddeld besteedde Bram aan het verklaren van meetkundige vragen 30 seconden. Bij vragen met verbanden deed Bram dat gemiddeld in 36,5 seconden, met dat onderscheid dat hij verbanden met een relevante afbeelding (VMA) gemiddeld in 25 seconden verklaarde en die zonder (inhoudelijke) afbeelding (VZA) gemiddeld in 45,5 seconden.

VI. ANALYSE, CONCLUSIES EN DISCUSSIE

Ervaringen

In Interview I deelt Bram een aantal ervaringen die hij relateert aan zijn dyslexie. De eerste confrontatie met zijn dyslexie al voordat die was geconstateerd is de moeite die hij had met het leren lezen. Dat zorgde weer voor aanvankelijk zwakke prestaties op de basisschool, waarin hij de eerste twee jaar niet goed kon meekomen. Dat levert hem de nodige frustratie op blijkens de woordkeus; 'twee jaar verspild' evenals de interventies die hij na de constatering van dyslexie als inefficiënt ervaart en zijn probleem niet oplossen. Hij ervaart dan wel enige verlichting doordat in zowel het basis- als vervolgonderwijs hem spellingsfouten niet worden aangerekend. Een tegenslag die weliswaar verlichting in zijn ta-

kenpakket betekent is dat het basisschooladvies voor mavo/havo als vervolgopleiding wordt genegeerd en er mavo wordt aangeraden door het vervolgonderwijs. Op de mavo ervaart hij ondersteuning door faciliteiten als leessoftware en extra tijd bij toetsen. Zijn dyslexie is van negatieve invloed op de vakken Nederlands en vooral Engels en minder op Duits omdat hij al de nodige voorkennis opdeed in Oostenrijk. Hij ondervindt dat hij met de nodige inzet ook zijn Nederlands en Engels op een goed niveau weet te brengen. Bij de zaakvakken ervaart hij minder en op de exacte vakken geen nadelige gevolgen van dyslexie.

Brams ervaringen en de theorie

We zien dat in antwoord op de deelvraag; welke gevolgen de proefpersoon aangeeft te ervaren van dyslexie, enige voorspellende waarde van de theorie niet ontkend kan worden. Bram beantwoordt daaraan door te wijzen op een moeizame start van zijn schoolcarrière in het primair onderwijs en hij ervaart een eveneens moeizame start bij de vakken Nederlands en Engels op de mavo doordat lezen en spelling hem slecht afgaat. Dit directe gevolg van Brams dyslexie is geheel in overeenstemming met het problematisch aanleren en toepassen van lezen en spelling in de definitie die Kleijnen et al. formuleerden (2008, p. 11) en het daarin benoemde aspect van hardnekkigheid is weer in overeenstemming met Brams typering van zijn behandeling als tijdrovend en zwaar, terwijl dat 'niet heel erg veel heeft geholpen'. We herkennen hierin ook de conclusie van Brante (2013, p. 84) dat dyslectici hard moeten werken voor hun resultaten. Het door Brante eveneens benoemde belangrijke ingrediënt van ondersteuning merkt Bram als er op de scholen rekening met hem wordt gehouden door 'veel meer hulp' aan te bieden, fouten als gevolg van zijn dyslexie niet aan te rekenen en daarbij, op de mavo, gebruik te kunnen maken van de expertise op

het gebied van dyslexie zodat hij extra hulpmiddelen en faciliteiten goed kan inzetten. Andere indirecte gevolgen van dyslexie zoals geconfronteerd worden met vooroordelen en verminderd zelfvertrouwen die Brante in zijn en Carawan, Nalavany en Jenkins (2016, pp. 284-285) in hun onderzoek constateren, ondervindt Bram als hij vanuit de basisschool de inschatting mee krijgt dat de havo binnen zijn mogelijkheden kan liggen, maar in gesprek met het vervolgonderwijs te horen krijgt dat in zijn geval 'vmbo beter is', wat Bram vervolgens doet. Zo bericht hij wat negatiever dan nodig over zijn prestaties bij Engels in het eerste jaar waarvoor hij 'zeg maar enen en tweeën' haalde. Zijn rapportcijfer toont hier een gemiddelde van vijf en een half. Hoewel een zelfbeeld dat afbreuk doet aan zijn werkelijke prestaties hierdoor bevestigd lijkt te worden, liet hij dit toch grotendeels achter zich gezien hij met gerechtvaardigde trots verhaalt hoe hij zich op Nederlands en Engels enorm verbeterde. Daarbij opgemerkt dat hij aangeeft deze vakken lastig te vinden, de aanvankelijk krappe voldoende bevestigen dat, heeft hij daarvoor het nodige werk verzet in plaats van zich erbij neer te leggen.

Doorzettingsvermogen

De ervaringen ten gevolge van dyslexie die Bram deelt hebben met name betrekking op het schoolse leven. Tegenvallende resultaten zijn gerelateerd aan Brams moeizame traject bij het (leren) lezen of aan de manier waarop school omgaat met de wetenschap van zijn dyslexie door enerzijds extra ondersteuning en faciliteiten te bieden en anderzijds een lager opleidingsniveau te selecteren. In positieve zin ervaart Bram dat hij aanvankelijke achterstanden de baas wordt. Specifiek blijkt dit uit het schooladvies van de lagere school, ondanks zijn moeizame start, en de steeds betere resultaten op Nederlands en Engels. Dit duidt op het nodige doorzettingsvermogen, een eigenschap die we bevestigd zien in de gegevens van de selectieve codering *'Focust'*. De hoge mate waarin hij dit vertoont door zijn voorovergebogen houding en zijn gerichte blik gedurende de complete sessie van 24 opgaven etaleert een indrukwekkende taakgerichtheid. De wil om iets te doen, de motivatie, en het

doorzettingsvermogen om dat ook te volbrengen geldt in het algemeen als een effectieve basis voor goede prestaties. De nodige motivatie om zich te focussen en doorzettingsvermogen om dat ook vol te houden liggen ten grondslag aan zijn prestaties bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. Bergbeklimmen heeft Bram dan wel passend gekozen als hobby, ofwel het heeft bijgedragen aan dit doorzettingsvermogen; opgeven is geen optie. De vakken Nederlands, Engels en de interventie hebben met elkaar gemeen dat hoewel de inzet groot is en de resultaten in aanvang niet zijn wat hij wenst, hij eraan blijft werken om dit te verbeteren. In de observaties zien we dat Bram een enorm gefocuste houding weet te handhaven dan wel te hervatten. Vooruitlopend op de deelvraag welke eigenschappen Bram helpen bij het oplossen van wiskundige vraagstukken leidt deze exploratie me tot de volgende conclusie dat Brams doorzettingsvermogen er zeer waarschijnlijk een van is.

Effectief gedrag

Bij de resultaten is divers gedrag selectief gecodeerd dat aanhoudend en dermate stelselmatig voorkomt dat het voor Bram van belang lijkt te zijn voor het oplossen van wiskundige vraagstukken. Bram *'Focust'*, *'Verwijst naar zichtbare inhoud'*, *'Houdt vast aan attribuut zonder gebruik'*, *'Selecteert snel een effectief hulpmiddel'*, *'Zet Wiskundige kennis in'* *'Gebruikt beeldende en actieve taal'*, *'Gebruikt fysieke mogelijkheden om situaties te visualiseren'*. De deelvraag luidde: *Welk gedrag en welke eigenschappen helpen de proefpersoon bij het oplossen van wiskundige vraagstukken?*

Hoewel de coderingen al een beeld geven van gedrag en eigenschappen die Bram inzet bij het oplossen van wiskundige vraagstukken is het bij een aantal allerm minst evident dat die daarbij van toegevoegde waarde zijn ofwel is er een reden dat dit gedrag helpt bij het oplossen? Om deze deelvraag naar behoren te kunnen beantwoorden moeten we het proces van de gefundeerde theorievorming afronden met het stadium van de theorievorming.

Verwijzen en verbale obstakels

De lange lijst van open codes die leidden tot de selectie *'Verwijst naar zichtbare inhoud'* bestaat uit drie verschillende soorten gedrag waarmee Bram wijst op zichtbare inhoud. Verbaal gaat het verwijzen gepaard met aanwijzende voornaamwoorden als *'die'* en *'deze'*, met of zonder onbepaald onderwerp als *'dinges'*. Het fysiek wijzen vormt geregeld een tweespan met verbale verwijzingen waarmee Bram verduidelijkt welke onderdelen in figu-

ren hij bedoelt als hij ze al noemt; vaker nog neemt het wijzen de plaats in van het daadwerkelijk benoemen. In Grafiek 16 valt op dat het per vraag sterk verschilt waarmee Bram wijst, maar dat de manier van wijzen binnen een vraagstuk heel consistent is. Er wordt in de regel op dezelfde manier gewezen, dus met de vinger of de pen of het potlood of de godriehoek. Een mogelijke gevolgtrekking is dat Bram er niet bij stilstaat waarmee hij wijst. Hij

gebruikt eenvoudigweg wat hij op dat moment in of voorhanden heeft. Dit duidt erop dat het wijzen een automatisme is. De ruime tijd die Bram besteedt aan het wijzen naar de afbeeldingen en onderdelen overstijgt die van de verbale verwijzingen en dit automatisch wijzen lijkt daarmee leidend te zijn voor het reproduceren van de in het algemeen genomen, zwigend doorlopen oplossingsprocessen. Karakteristiek daarbij is dat Bram tijdens het oplossen in het algemeen minder gebruik maakt van wijzen dan bij het verklaren. Daarbij zijn er twee aannames die ik waarschijnlijk acht, gezien de gegevens, namelijk dat Bram bij zijn verklaring dicht bij zijn manier van oplossen blijft en dat Brams aanwijzingen dichter staan bij zijn visuele representaties dan bij zijn verbale. Het eerste leid ik af uit het gegeven dat Bram over het oplossingsproces gemiddeld zo'n drie keer zo lang doet als over het verklaringsproces, het komt me onwaarschijnlijk voor dat Bram al verklarend een andere manier van oplossen bedenkt in veel minder

tijd. Het tweede omdat hij naar visuele indicatoren verwijst die hij dan zou moeten afleiden uit zijn verbale denken. Dit zou een extra verbaalslag betekenen, waarvan hij de oorsprong vervolgens verzwijgt. Zijn verklaringen zijn onvolledig in verbale zin omdat die deels in het visuele domein blijven hangen, waarbij hij zonder benoemen duidelijk maakt wat hij bedoelt door te wijzen. Met dit verwijzen vermijdt Bram mogelijk verbale obstakels. In verschillende contexten selecteert Bram door te wijzen relevante onderdelen om te tellen, te verkennen en te vergelijken. Bij het verklaren lijkt het me nu redelijk aan te nemen dat er een transfer van het visuele naar het verbale domein plaatsvindt en dan nog maar ten dele. Met het fysiek wijzen en verbaal verwijzen in de selectie van '*Verwijst naar zichtbare inhoud*' maakt Bram fysieke dan wel mentale afbeeldingen leidend voor (het ophalen van) zijn oplossingsproces. Bram bevestigt dit in de zelfrapportage: "... meer in beelden denk ik."

Beeldt situaties uit

De selectie '*Beeldt situaties uit*' komt voort uit open codes van handelingen die wijzen op andere dan talige cognitieve bronnen. En hoewel de selectie van '*Beeldend en actief taalgebruik*' gebaseerd is op de open codering van uitspraken tonen beide selecties Brams beleving van wiskundige vraagstukken als een spel waarin je actief figureert. De uitspraak 'omdat je hem in tweeën splitst' bij zijn constructie van de gelijkbenige driehoek mag als voorbeeld dienen. Zijn taal is dermate beeldend dat het doet vermoeden dat Bram iets voor zich ziet. Bram '*beeldt situaties uit*' in twee fasen; oplossen en verklaren. Het kan hier dus naast het winnen van informatie om de overdracht gaan. Het korte tijdsbestek en de snelle opeenvolging van sommige handelingen geven de indruk dat het opgevoerde toneelstuk niet voor toeschouwers bestemd is. In beide gevallen duidt de uiting van dit gedrag op een actieve visuele en motorische bron. Zijn motorische bron lijkt voortdurend actief door hoogfrequente verrichtingen met attributen selectief gecodeerd als '*Houdt vast*

aan attributen'. De selectieve codering '*Snelle selectie van effectief hulpmiddel*' is van invloed op het attribuut dat Bram wenst vast te houden, bij de opgaven waar hij die snelle keuze niet weet te maken wordt alsnog de armband of het vragenblad ingezet om aan die klaarblijkelijke behoefte te voldoen. Door zijn focus sluit Bram visuele prikkels van buitenaf grotendeels uit. Hij vermindert op die manier de mogelijkheid dat prikkels van buitenaf zijn denken ondermijnen. Dit idee krijgt wel steun door de minder gefocuste houding qua relatieve frequentie bij de verbanden zonder afbeelding gezien bij '*focust*' naar vraagtype en fase in (zie ook Figuur 3) ten opzichte van de verbanden met afbeelding. Brams eigen constatering: "dan kijk ik vooral naar het plaatje" sluit hierbij aan. Mentale beelden lijken daarbij, terugkerend naar '*Beeldt situaties uit*', ook leidend. Deze selectieve coderingen illustreren hoe Bram op basis van beeldende weergaven, al dan niet terechte, conclusies trekt.

Wiskundige bagage

De uitgebreide ontginning van het beeldmateriaal leidde tot de selectieve codering *‘Past wiskundige kennis toe om gegevens bruikbaar te maken’*, die bij het oplossen van wiskundige vraagstukken, zeker voor iemand die goed presteert op het vak, tamelijk obligaant lijkt. Het geeft aan dat Bram goed onderlegd is. Bij de selectieve codering van *‘Snelle selectie van effectief hulpmiddel’* past Bram kennis van wiskundige procedures toe wat als zodanig alleen is gelabeld bij de schoolse citovragen. Dit laat zich verklaren; het slag vraagstukken van de kangoeroewedstrijden heeft een veel opener karakter waarbij meer appel gedaan wordt op logisch vlak, met name door inductief en deductief redeneren, dan op wiskundige kennis en vaardigheden. De aard van die vraagstukken leent zich minder voor standaardprocedures en vooropgezette oplos-

singsroutes. Hij anticipeert bij kangoeroevraagstukken niet op het succesvol gebruik van een instrument. Dit staat in schril contrast met de citovragen, waar Bram op het succesvolle gebruik van een instrument wel stevast anticipeert door deze ook vroegtijdig te pakken. Het is tot op zekere hoogte misschien teleurstellend dat Brams wiskundige kennis, inzicht en vaardigheden vaker waarneembaar bijdragen aan zijn prestaties dan visueel redeneren. Hierbij moeten we niet uit het oog verliezen dat bij alle vraagstukken visueel en/of motorisch gedrag is gecodeerd. Bram laat zo een wisselwerking zien tussen wiskundige, visuele en motorische vaardigheden. Die wisselwerking draagt ook bij aan zijn wiskundige ontwikkeling.

Koppeling theorie

Door te wijzen naar onderdelen van afbeeldingen, veelal verwijzend en begrippen weg te laten, lijkt Bram een visuele herkomst te verdragen als bron. Er zijn gegevens die direct wijzen op de visueel redeneren van Bram. Zo maakt Bram bij het oplossen en verklaren gebruik van visueel motorische vermogens in de vorm van gebarentaal. In de literatuur bij de theorie zagen we Garcia, et al. (2014, pp. 27-28) al constateren dat dyslectici in tegenstelling tot controlegroepen steunen op hun visueel ruimtelijke vaardigheden om fonologische tekorten te compenseren. De actieve en beeldende inhoud van de taal waarvan hij zich in veel van zijn verklaringen bedient en waarmee hij actief handelen schetst duiden sterk op het activeren van zijn visueel motorische geheugen. Brams veel gebezigde figuurlijke en actieve taalgebruik, herhaaldelijk begeleidt door gebarentaal, het fysiek visualiseren overtuigen dat de pariëtale delen die verantwoordelijk zijn voor ons visuele voorstellingsvermogen (Leikin et al., 2014, p. 54) en bovendien motoriek (Stichting Hersenletsel

Uitleg, 2017), bij Bram een onloochenbare rol spelen bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. Een rol waarbij volgens Wei et al. (2011, p. 161) ruimtelijke vermogens de basis vormen voor ruimtelijk redeneren in meetkunde en voor grafische verbeelding van verbanden en functies. Brams hobby's zijn ook gekoppeld aan motoriek en visuele vermogens. Bergbeklimmen vergroot mogelijk niet alleen zijn doorzettingsvermogen het kan ook wel eens bijdragen aan Brams motoriek en visuele vermogens door de ontwikkeling van pariëtale delen. Het activeren van die motoriek is hoogfrequent door het vasthouden aan attributen. De ondubbelzinnige waarnemingen waarbij Bram begrippen begeleidt door te wijzen met vingers of attributen en daar zelfs begrippen helemaal mee vervangt vormen een duidelijke indicatie dat Bram informatie zoals Bacon et al. (2010 p. 447) concludeerde niet omzet naar verbaal geheugen, maar behoudt in het visuele domein.

Verwachtingen

De literatuur gaf aanleiding tot de verwachtingen dat de proefpersoon tijdens de oplossen-de fase informatie concreet maakt. De gegevens die leidden tot de selectieve coderingen *'Snelle selectie van effectief hulpmiddel'* en *'Zet wiskundige kennis in om gegevens bruikbaar te maken'* bevestigen dit. De open codes die voor deze selectieve coderingen de basis vormen zoals; constructies maken, lengtes meten (dit laatste ook daar waar de tekst dit overbodig maakt). Een andere invulling van concreet maken die ik niet met de verwachting beoogde is het 'Fysiek visualiseren', daarmee wordt wel duidelijk dat de verwachting dat Bram informatie visueel maakt terecht is. Voor de verwachting dat er factoren naar voren komen die de bovengemiddelde prestaties verklaren zijn de belangrijkste Brams wiskundige vaardigheden en doorzettingsvermogen, zijn visuele insteek is daarbij helpend. Zijn hobby's scouting en bergbeklimmen stimuleren mogelijk zijn ruimtelijk inzicht door de ervaring met nauwgezet beoordelen en handelen van rots structuren en

knopen leggen. Meetkundige vraagstukken zouden volgens de verwachtingen beter worden opgelost dan de vraagstukken over verbanden en dat verbanden met grafische weergaven op hun beurt weer beter worden uitgevoerd dan woordproblemen zonder afbeelding. De gegevens tonen dat Bram uitstekend scoort op verbanden met afbeeldingen en die ook het snelst oplost. Het minst scoort Bram op de verbanden zonder afbeeldingen. Deze kosten hem gemiddeld ook het meest tijd. De scores op de meetkundige vraagstukken zitten hier tussenin. Wat de verwachting voor meetkunde betreft klopt dit dus duidelijk voor de verbanden zonder afbeelding, maar niet voor de verbanden met afbeelding. Het verwachte onderscheid tussen de verbanden lijkt hiermee wel bevestigd. Dat er informatie verloren gaat in het proces van oplossen naar verklaren wordt gestaafd door het verwijzen waarbij begrippen en concrete getallen weggelaten en vervangen worden.

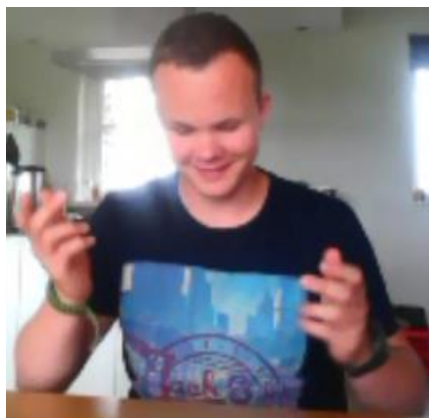
Conclusie resumerend

De bevestigde verwachtingen waar de literatuur aanleiding toe gaf ondersteunen de inventarisatie van gedrag en ervaringen die Bram helpen bij het oplossen leidde tot veelkleurige lappendeken van selectieve coderingen. Bram 'Focust', 'Verwijst naar zichtbare inhoud', 'Houdt vast aan attriboot zonder gebruik', 'Selecteert snel een effectief hulpmiddel', 'Zet Wiskundige kennis in' 'Gebruikt beeldende en actieve taal', 'Gebruikt fysieke mogelijkheden om situaties te visualiseren'. Het structurele karakter en de mate waarin dit gedrag optreedt en Bram tot overwegend goede oplossingen beweegt geven antwoord op de deelvraag: *Welk gedrag en welke eigenschappen helpen de proefpersoon bij het oplossen van wiskundige vraagstukken?* De lappendeken blijkt zowel een samenhang als wisselwerking die duidt op de nodige motivatie, een sterke voorkeur voor visuele manieren van benaderen, een gedegen wiskundige basis, die Bram in staat stellen vraagstukken dan wel

snel te doorgronden, zo niet alsnog te ontrafelen. Die samenhang sluit nauw aan bij de literatuur over visueel compenseren voor talige tekorten door dyslectici aan de ene kant, visueel redeneren door de vaardige wiskundebeoefenaars aan de andere kant en de samenhang van beiden met activiteit in de pariëtale kwab. *'Hoe passen ervaringen, gedrag en eigenschappen bij de alternatieve strategie die de bevindingen uit de literatuur impliceren?'*, is de vraag waarbij Brams gedrag overtuigt dat visueel redeneren door dyslectici dat we aantreffen in de literatuur ter compensatie van verbale tekorten door Bram wordt ingezet bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. De bevestigde verwachtingen waar de literatuur toe leidde ondersteunen dit. Mijns inziens voegt dit onderzoek aan bestaand onderzoek de motorische component toe. De pariëtale lob controleert motorische activiteiten. Dit hersendeel was actiever bij gangbare proefpersonen die wiskundige vraagstukken effec-

tief oplossen. Brams persoonlijke voorkeur voor fysieke sporten, waarvoor genoemd hersendeel cruciaal is, betekent een geoefende motoriek en visueel voorstellingsvermogen. Afgaande op Brams gedrag, zijn dit vaardigheden die, aan dyslexie inherente, problemen ondervangen en daardoor in de ontwikkeling worden begunstigd. De moeite die Bramervaarde zoals bij het leren lezen, het leren en extra inspanning die hem dat kost, vereisen en versterken zijn doorzettingsvermogen. De antwoorden op deze drie deelvragen suggereren het antwoord op de hoofdvraag; *Wat betekent zijn dyslexie in het leven van Bram, een leerling met hoge gemiddelden op wiskunde, in het bijzonder voor zijn aanpak bij het oplossen van wiskundige vraagstukken?* Ik stel hier op basis van de gegevens en de analyse dat Bram een sterke visuele voorkeur toont bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. Een visuele voorkeur waarmee Bram aansluit bij

onderzoek naar dyslectici waar dit als compensatiemechanisme voor talige tekorten werd gevonden. Deze en de daaraan verwante functie van motoriek wordt door Bram ingezet voor het selecteren, verbeelden en manipuleren van informatie en het focussen op informatie. Bij inspanningen op wiskundig terrein is het gebruik van een visueel motorische manier van denken hem van dienst door het vermijden van talige inspanningen. In samenwerking met zijn doorzettingsvermogen heeft dit ook bijgedragen aan zijn wiskundige kennis. Brams doorzettingsvermogen is versterkt door de extra inspanningen die hij ten gevolge van zijn dyslexie heeft moeten leveren. Uit zijn hobby's blijkt een fysieke insteek die aansluit bij visueel motorische activiteiten en voorkeuren, het laatste mede ingegeven om problemen voortvloeiend uit dyslexie te ondervangen, zodat bijbehorende vaardigheden en doorzettingsvermogen verder ontwikkelen.



Discussie

De filosofische beschouwer zal met betrekking tot het beeldend taalgebruik mogelijk opmerken dat de wiskunde bol staat van de metaforen en dus aan de wiskunde eigen is. Ik zou hier tegenin willen brengen dat Bram zich bedient van zijn eigen metaforen. Aangezien Bram met zijn wiskundige vaardigheid niet representatief is, erken ik dat deze casestudy op zich een te beperkte externe validiteit heeft om de verkregen resultaten zonder meer op dyslectici in het algemeen te projecteren. Niettemin breng ik graag de aanzet tot de zoektocht naar een alternatieve strategie in herinnering. Mijn kwantitatieve onderzoek

naar verbanden tussen taal en wiskunde toonde een significante en positieve correlatie ($r = 0,42$ en $P < 0,0002$) op tekstbegrip en meetkunde bij de controlegroep terwijl bij de dyslectici die relatie ontbrak ($r = 0,02$ en $P < 0,9$). De literatuur leidde tot de kandidaatstelling van visueel redeneren, en Brams gedrag blijkt exemplarisch. We hebben daarbij geconstateerd dat Brams goede scores in belangrijke mate op zijn wiskundige kennis en vaardigheden stoelen. De manier waarop zijn gedrag hem helpt om talige tekorten te omzeilen biedt ons een goede verklaring voor het ontbreken van een correlatie tussen meetkunde

en tekstbegrip. Wat ik niet kan ontkennen is dat ik door de literatuur en mijn vorige onderzoek bevooroordeeld was. Niettemin bleef ik in de fase van het open coderen van het beeldmateriaal zo dicht mogelijk bij de observaties. De conclusies stemmen overeen met de gevonden theorieën over compenserende mechanismen bij dyslectici en ook die theorieën over de hersenwerking bij goede wiskundige prestaties. De functie van de pariëtale lob sluit daarnaast goed aan bij Brams gebarentaal. Een verschijnsel dat we niet in de literatuur tegenkwamen. Ik meen dan ook dat ik de conclusies als betrouwbaar mag betitelen. De fasen richting de selectieve codering heb ik zorgvuldig doorlopen. Neemt niet weg dat ik daarbij talloze keuzes heb gemaakt en vast en zeker niet altijd de beste. Ik houd me dan ook aanbevolen voor inhoudelijke kritiek. De conclusies die ik trek laten zich goed vanuit de gegeven invalshoek verklaren, maar andere interpretaties zijn niet uitgesloten. De categorie 'Houdt vast aan attributen' zou tevens

Reflectie

Bij nader inzien was dit onderzoek wat hoog gegrepen. Met name bij het toepassen van de gefundeerde theorievorming sloeg ik de plank nog wel eens mis en moest ik op mijn schreden terugkeren en het categoriseren en selecteren verbeteren. Ook het theoretiseren was wat dat betreft een cyclisch proces, wat me wel de nodige twijfels maar ook inzichten heeft opgeleverd. Het categoriseren is geen taalkundige samenvoeging van begrippen. Op die manier gooi je tegengestelde activiteiten onder een noemer, waardoor informatie niet meer klopt of verloren gaat. De exploratieve insteek was breder dan nodig en ik zou dat en de deelvragen beter afbakenen en beperken als ik er weer voor stond. Een kwalitatief onderzoek als dit zou ik in het vervolg ook samendoen om keuzes en beslissingen te kunnen overleggen en om niet al het open coderen en labelen zelf te hoeven doen. Het ordenen van het beeldmateriaal was een aanzienlijke klus, waarbij ik tot op achtsten van seconden bepaalde gedragingen pas kon duiden. Ik geloof overigens niet dat ik ooit nog onderzoek op deze wijze zal doen. Dat geldt niet voor mijn literatuuronderzoek. De weten-

opgevat kunnen worden als onzekerheidssignaal dat de behoefte aan houvast weergeeft. Basaal blijft echter staan dat dit van motorische oorsprong is.

De invloed van visueel redeneren bij wiskunde, door zowel dyslectici als andere doelgroepen en hoe dit te stimuleren verdient verder onderzoek. Effecten van buitenschoolse activiteiten op het ruimtelijk denken, ik denk aan Brams hobby's, en de invloed van die ruimtelijke vaardigheden op het visueel redeneren lijkt me ook een goede suggestie voor verder onderzoek. Andere compensatiemechanismen dan we bij dyslexie aantreffen, die mogelijk bij andere doelgroepen een rol spelen kunnen gezocht worden. Het is immers mogelijk dat wat we afwijkingen noemen met een reden ontstaan is en op bepaalde manieren toch voordelen biedt. Ik denk aan AD(H)D en NLD. Onderzoek hiernaar verdient aanbeveling.

schappelijke databank zou ik graag blijvend ter beschikking hebben. Zoveel kennis en onderzoek is voorhanden waarmee beroepsbeoefenaars hun voordeel kunnen doen. Mijn beperkte onderzoeksvaardigheden kunnen aan dat wetenschappelijk geweld niet tippen. De andere kant is dat de antwoorden van deze persoonlijke queeste middels literatuuronderzoek en casestudy me volop tevredenstellen. Mijn eerste opwinding over het vinden van aantoonbaar visueel ruimtelijk redeneren in de vorm van verwijzingen en gebarentaal betijde. In mijn omgeving werd ik me bewuster van deze vorm van communiceren en daarmee de alledaagsheid ervan. De klaarblijkelijke vanzelfsprekendheid doet me ook mijn blindheid beseffen. Tijdens en na de opnamen dacht ik werkelijk dat ik weinig ammunitie had om mijn verwachtingen te staven. Ik zag Bram alleen in opperste concentratie. Treffend voor die blindheid is dat ik Bram vraag bij de oppervlakte van de vogel in WB1404 om aan te wijzen wat hij precies deed. Laat dat in de beelden die hier aan voorafgaan nou precies zijn wat hij doet. Mijn bewustwording gaat gepaard met meer opzettelijk gebaren bij uit-

leg en instructie in de klas. Dat gaat niet automatisch, daarvoor zet ik mezelf in een soort theaterstand. Omgekeerd stimuleer ik de leerlingen zich bewust te worden van hun visueel motorisch denkvermogen. Als een leerling antwoord geeft op een vraag en daar de nodige gebaren bij maakt, waardeer ik dat expliciet. Daarnaast laat ik ze ook en masse gebaren maken. Soms met iets minder smakelijke bijeffecten. Zo vroeg ik mijn 1mavo/ havoklas achtereenvolgens een dalende, constante en stijgende lijn met hun arm te laten zien, waarbij ik me uiteindelijk geconfronteerd zag met een hele klas die me op uiterst dubieuze wijze leek te groeten. Gebarentaal dicht ik nu meer dan puur communicatieve waarde toe. Ik ben overtuigd geraakt dat dit meer is dan de illustratie bij een denkwijze. Het beïnvloedt het

denken en daarmee het leren en het visueel ruimtelijk redeneren kan doelgericht worden ingezet als instrument. Een prettige bijkomstigheid van dit onderzoek is dat het mijn schaamte wegneemt voor het gênantste moment elk jaar, als ik mijn leerlingen met pasjes en een liedje de 3D coördinaten aanleer. Dankzij dit onderzoek kan ik de opgelopen reputatieschade rechtvaardigen. Bovenstaande voorbeelden maken duidelijk dat ik de vruchten van het door Bram vertoonde gedrag niet zie als een exclusief instrument waarover alleen dyslectici kunnen beschikken. Blootstelling aan dit gedrag activeert dit denken.

LITERATUUR

- Baarda, B., (2014). *Dit is onderzoek! Handleiding voor kwantitatief en kwalitatief onderzoek* (2^e druk). Groningen: Noordhoff.
- Bacon, A. M., Handley, S. J. (2010). Dyslexia and reasoning: The importance of visual processes. *British Journal of Psychology*, 101, 433-452. doi:10.1348/000712609X467314
- Blomert, L. (2013). *Nieuwe evidentie ten behoeve van protocol dyslexie diagnostiek en behandeling 2.0*. Nieuw rapport op basis van CVZ-project nr.: 608/001/2005.
- Brante, E. W. (2013). 'I don't know what it is to be able to read': how students with dyslexia experience their reading impairment. *Support for Learning*, 28, 79-86. doi:10.1111/1467-9604.12022
- Carawan, L. W., Nalavany, B. A., Jenkins, C. (2016). Emotional experience with dyslexia and self-esteem: the protective role of perceived family support in late adulthood. *Aging and Mental Health*, 20, 284-294. doi:10.1080/13607863.2015.1008984
- Garcia, B. G., Mammarella, I. C., Tripodi, D., Cornoldi, C. (2014). Visuospatial working memory for locations, colours, and binding in typically developing children and in children with dyslexia and non-verbal learning disability. *British Journal of Developmental Psychology*, 32, 17-23. doi:10.1111/bjdp.12019
- Kleijnen, R., Bosman, A., De Jong, P., Henneman, K., Pasman, J., Paternotte, A., ..., Wijnen, F. (2008). Diagnose en behandeling van dyslexie [Brochure]. Gevonden op <http://www.stichtingdyslexienederland.nl/media/183/sdnbrochure2008.pdf>
- Leikin, M., Waisman, I., Shaul, S., Leikin, R. (2014). Brain activity associated with translation from a visual to a symbolic representation in algebra and geometry. *Journal of Integrative Neuroscience*, 13(1), 35-59. doi:10.1142/SO219635214500034
- Pitta-Pantazi, D., Christou, C. (2009). Cognitive styles, dynamic geometry and measurement performance. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 5-22. doi: 10.1007/s10649-008-9139-z
- Smit, D., (2013). *Een puzzel van taal en wiskunde; naar een gerichte aanpak van dyslexie* (kwantitatief onderzoek). Lerarenopleiding Wiskunde. Hogeschool Windesheim, Zwolle.

- Stichting Hersenletsel Uitleg. (2017). Hersenletsel uitleg; Letsel in de pariëtaalkwab. Gevonden op <http://www.hersenletsel-uitleg.nl/gevolgen/gevolgen-per-hersendeel/parietaal-kwab>
- Stichting Wiskunde Kangoeroe (2017). *Wizbrain 2016* (Wereldwijde wiskundewedstrijd w4kangoeroe). Verkregen van http://www.w4kangoeroe.nl/kangoeroe/files/2314/6255/0302/wizBRAIN2016_21-2.pdf
- Stichting Wiskunde Kangoeroe (2017). *Wizbrain 2015* (Wereldwijde wiskundewedstrijd w4kangoeroe). Verkregen van http://www.w4kangoeroe.nl/kangoeroe/files/7914/2947/4754/wizBRAIN_11-3-2015.pdf
- Stichting Wiskunde Kangoeroe (2017). *Wizbrain 2014* (Wereldwijde wiskundewedstrijd w4kangoeroe). Verkregen van <http://www.w4kangoeroe.nl/kangoeroe/files/3313/9817/1765/wizBRAIN2014.pdf>
- Stichting Wiskunde Kangoeroe (2017). *Wizprof 2016* (Wereldwijde wiskundewedstrijd w4kangoeroe). Verkregen van http://www.w4kangoeroe.nl/kangoeroe/files/1114/6255/0307/wizPROF2016__21-2.pdf
- Stichting Wiskunde Kangoeroe (2017). *Wizprof 2015* (Wereldwijde wiskundewedstrijd w4kangoeroe). Verkregen van http://www.w4kangoeroe.nl/kangoeroe/files/6014/2947/4756/wizPROF_11-3-2015.pdf
- Stichting Wiskunde Kangoeroe (2017). *Wizprof 2014* (Wereldwijde wiskundewedstrijd w4kangoeroe). Verkregen van <http://www.w4kangoeroe.nl/kangoeroe/files/3213/9817/1768/wizPROF2014.pdf>
- Wei, W., Yuan, H. B., Chen, C. S., Zhou, X. L., (2012). Cognitive correlates of performance in advanced mathematics *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 157-181. doi: 10.1111/j.2044-8279.2011.02049.x
- Zhang, Y., Whitfield-Gabrieli, S., Christodoulou, J. A., Gabrieli, J. D. E. (2013). Atypical balance between occipital and fronto-parietal activation for visual shape extraction in dyslexia. *PLoS ONE*, 8(6), 1-12. doi: 10.1371/journal.pone.0067331

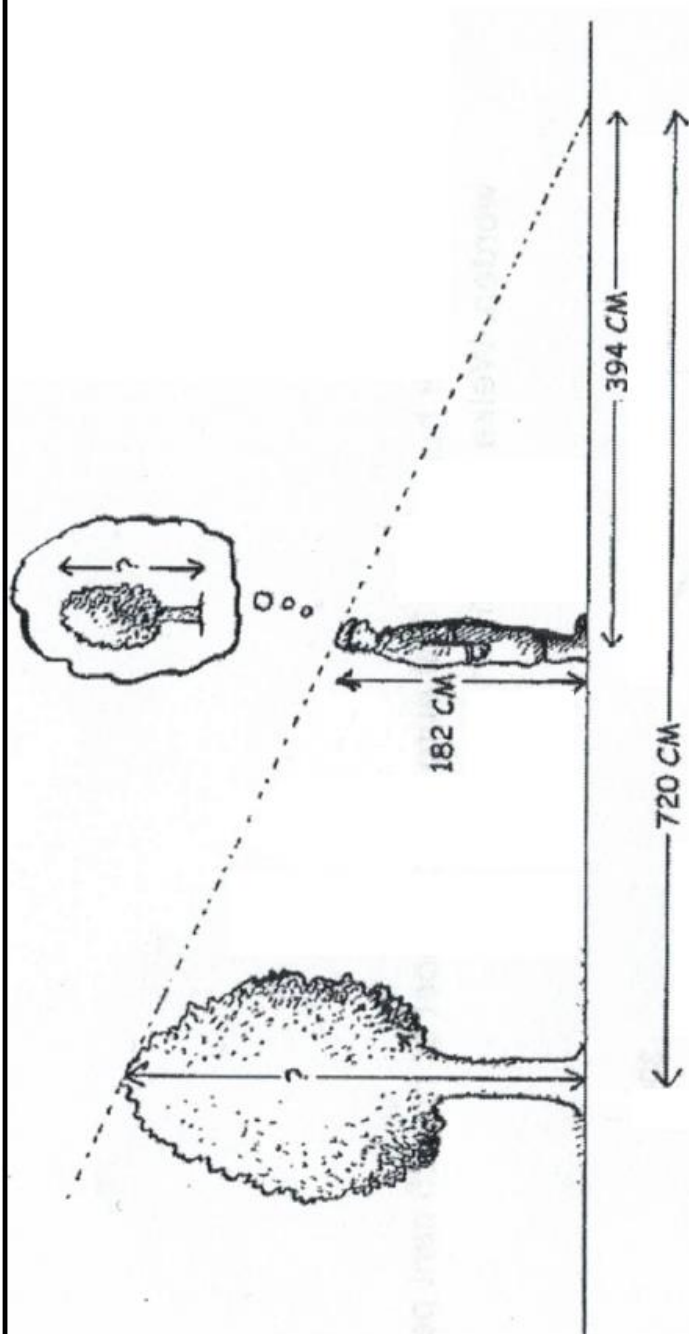
VII. BIJLAGE A: VRAGENLIJST

Vragen voor het onderzoek. Bedoeld als leidraad en met mogelijkheid tot doorvragen

1. *Kun je kort vertellen wie je bent, hoe oud je bent en wat je nu doet?*
2. *Kun je iets vertellen over je schoolcarrière, van zo vroeg mogelijk tot heden?*
3. *Hoe kwamen ze erachter dat je dyslexie hebt?*
4. *Merkte je zelf al iets voordat duidelijk was dat je dyslexie had?*
5. *Hoe heb je dat opgepakt?*
6. *Heb je hulp gehad?*
7. *Hoe kwam je op onze school terecht?*
8. *Bij ons op school is er een dyslexiebeleid. Heb je daar iets van gemerkt?*
9. *Gebruikte je hulpmiddelen of ben je die gaan gebruiken?*
10. *Je kreeg op de middelbare school allemaal nieuwe vakken. Hoe ging dat?*
11. *Hoe verging het vak wiskunde jou?*
12. *Wat doe je in je vrije tijd?*

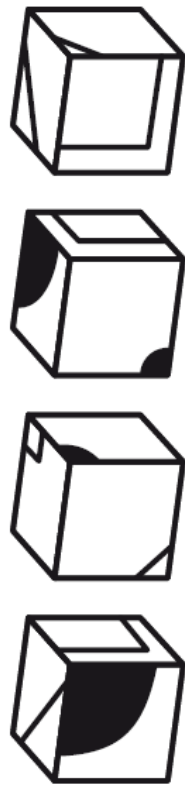
VIII. BIJLAGE B

Voorbeelden van opgaven die de proefpersoon mogelijk kan krijgen

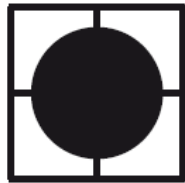


Boer Jan wil weten hoe hoog de boom is. Hij meet de schaduwen

Hoe hoog is de boom?



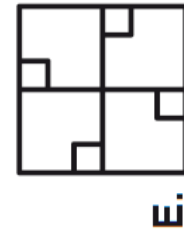
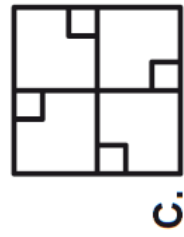
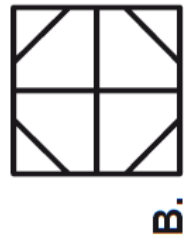
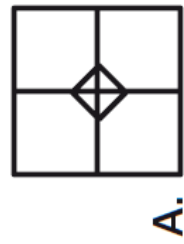
figuur 1



figuur 2

We hebben vier gelijke kubussen, zie figuur 1.
De kubussen worden aan elkaar gelegd,
waardoor de bovenkant eruit ziet als in figuur 2.

Hoe ziet de onderkant er dan uit?

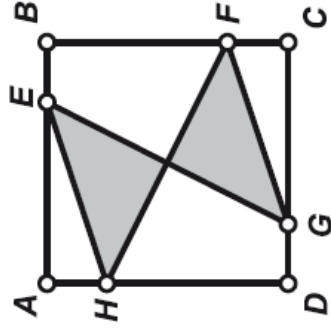


Meneer Kei laat zijn 5 leerlingen raden hoeveel van hen het huiswerk hebben gemaakt. *Ali* antwoordt 0, *Bert* 1, *Caroline* 2, *Desi* 3 en *Elsje* 4. Meneer Kei merkt dat de niet-makers het fout hebben geraden en de makers het goed.

Hoeveel leerlingen hebben het huiswerk gemaakt?

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4





Vierkant $ABCD$ heeft oppervlakte 80, $AE = BF = CG = DH$ en $AE = 3EB$.
 Wat is de oppervlakte van het grijze deel?

- A.** 20 **B.** 25 **C.** 30 **D.** 35 **E.** 40

IX. BIJLAGE C: LITERATUURONDERZOEK

Samenvatting literatuuronderzoek

Welke effectieve strategieën gebruiken dyslectici bij het oplossen van meetkundige vraagstukken? Deze vraag leverde mijn stageonderzoek me op. De zoektocht naar het antwoord veroorzaakte een valse start, want de literatuur gaf geen pasklaar antwoord. De antwoorden op vier deelvragen leiden wel tot een geloofwaardige mogelijkheid. Met de eerste deelvraag zoek ik antwoord op welke oorzaken of tekorten bij dyslexie horen en welke vaardigheden daardoor beperkt worden. Zowel de tekorten als de oorzaken leveren een versplinterd beeld op. Zoals te verwachten zijn tekorten op taalvaardigheid zoals lezen en betekenisverlening de belangrijkste symptomen. De oorzaken hiervan worden in verband gebracht met zowel fonologisch (klankgerelateerde processen zoals hakken en plakken) als visueel afwijkende processen in de zintuiglijke verwerking. Er wordt echter ook motorisch afwijkend gedrag en een zwak leervermogen voor volgorden geconstateerd. Deze kunnen verband houden met het overvragen van een hersenfunctie waardoor andere functies geremd worden. Een enkele oorzaak wordt mogelijk geacht. De vraag welke compenserende mechanismen bij dyslectici een rol spelen wordt bij uiteenlopend onderzoek uit verschillende invalshoek op meerdere manieren beantwoord. Het aanpassingsvermogen van het brein wordt enerzijds gediend door succeservaringen en anderzijds door falen. Uit interventies blijkt dat blootstelling aan 'problemen' wordt beloond met versterkte hersenpaden en aanwas van informa-

tie verwerkende cellen. De literatuur toont ook aan dat de hersenactiviteit anders verdeeld is in de hersenen van dyslectici. Een kenmerkende plek van hogere activiteit is die waar hogere visueel ruimtelijk processen plaatsvinden. Minder activiteit dan gangbaar is juist gerelateerd aan hersendelen voor verbale en lagere visuele processen. Ander onderzoek duidt erop dat dyslecten zich bij hun leerproces bewust door studiehulpmiddelen laten ondersteunen en leren op concreet begrip. De inhoud van taken kan ook compensatief werken. Er zijn wetenschappers die vrezen dat taalgerichte interventie nadelige gevolgen kunnen hebben op de visueel ruimtelijke ontwikkeling van dyslectici. Zij menen dat moet worden ingestoken op het potentieel dat kenmerkend is voor dyslectici en dat interventies daarop moeten worden aangepast. In de voorlaatste sectie vinden we antwoord op de vraag wat meetkunde van ons vraagt zien we dat prestaties op wiskunde en het bijzonder meetkunde bij jongvolwassenen goed voor-
speld worden door hun visueel ruimtelijke vermogens of leerstijl. Meetkundige taken vereisen en ontwikkelen deductief redeneren. Dyslectici blijken een voorkeur voor deze manier van denken te hebben. In de laatste sectie blijken hogere visuele processen bij dyslectici inderdaad extra geactiveerd worden en er sprake is van visueel redeneren. Het antwoord op de laatste vraag luidt dat visuele ruimtelijke vaardigheden meetkundige prestaties ondersteunen en dat dyslectici die daadwerkelijk inzetten bij verwante maar eenvoudiger taken.

Zoals ik hierboven al aankondigde zocht ik het antwoord op de vraag welke strategieën dyslectici gebruiken bij het oplossen van meetkundige problemen. Nogal teleurstellend vond ik geen uitsluitsel noch onderzoek die mijn vraag beantwoordden. De zoektermen 'compensatie', 'dyslexie' en 'meetkunde' in het Nederlands of Engels leverde helemaal niets relevants op. De combinatie van de eerste twee met wiskunde gaf resultaten die waarbij de wiskunde duidde op de statistische methode. Direct onderzoek naar het verschijnsel lijkt er dus niet gedaan te zijn. Dat is niet heel verwonderlijk, want in overeenstemming met de uitkomsten van mijn stageonderzoek, is het geen nijpend probleem en in Nederland nog minder dan elders. Anderzijds is er wel veel onderzoek verricht naar dyslexie op velerlei fronten, met een schat aan informatie. Bijzonder en verrijkend zijn ook de onderzoeken met relatief nieuwe technieken. De schat aan informatie die divers onderzoek oplevert helpt om met een omtrekkende beweging zicht te krijgen op meer fundamentele vraagstukken.

De onderzoeksvraag: 'Welke strategie(ën) gebruiken dyslectici bij het oplossen van meetkundige problemen?' moet ik bijstellen. Eerst zal ik zoeken naar antwoorden op de volgende deelvragen:

1. Deelvraag: Welke oorzaken of tekorten die horen bij dyslexie beperken welke vaardigheden?
2. Deelvraag: Welke eigenschappen of vaardigheden of invloeden compenseren gebreken van dyslectici?
3. Deelvraag: Welke eigenschappen of strategieën ondersteunen wiskundige vaardigheden in het algemeen en meetkundige vaardigheden in het bijzonder bij leerlingen in het algemeen?
4. Deelvraag: Welke vaardigheden of strategieën of compensatiemechanismen die meetkundige vaardigheden ondersteunen worden gehanteerd door dyslectici?

De antwoorden op die vragen kunnen me dan helpen met de bijgestelde onderzoeksvraag: Als er samenhang is tussen de gevonden tekorten en compenserende mechanismen en vaardigheden van dyslectici en wat meetkunde van mensen vraagt in het algemeen, wat is dan die samenhang?

Dus zet ik me aan de taak om uit te vinden of al die gegevens me op het spoor kunnen zetten van een antwoord op deze intrigerende vraag. Eerst zal ik echter enkele centrale begrippen scherpstellen zodat duidelijk is om wie en wat het gaat.

Vertraagde ontwikkeling

Dyslexie wordt wel gekarakteriseerd als onvermogen om de gebruikelijke geletterdheid die bij een bepaalde leeftijd hoort, te bereiken (Viana, Razuk, De Freitas & Barela, 2013). Deze invalshoek verklaart dyslexie als een ontwikkelingsachterstand. De manier van opslaan en ophalen van informatie bij kinderen met dyslexie lijkt op die van een stuk jongere kinderen. Maar omdat dit ook tijdens de pubertijd weinig verbetert, is deze verklaring niet toereikend (Bouma & Geuze, 2006, p. 67). Vukovic vindt ook achterstanden bij kleuters en beginnende schoolkinderen, zoals het be-

noemen van getallen, die binnen enkele jaren worden ingelopen en neigen tot gemiddelde prestaties (2012, p. 293). De door Vukovic signaleerde achterstand is niet bedoeld als bewijs van ontwikkelingsachterstand. De gemaakte inhaalslag kan namelijk ook duiden op een alternatieve ontwikkelingsroute. Een route die waarschijnlijk niet zonder reden wordt ingeslagen. Dyslexie louter als een ontwikkelingsachterstand beschouwen, is gezien het blijvende en specifieke karakter te kort door de bocht en verklaart het verschijnsel niet.

Fonologische tekorten

Karakteristiek voor dyslexie is natuurlijk een gebrekkige leesvaardigheid. Met de vergevorderde alfabetisering in onze maatschappij is moeizaam lezen vaak het eerste en uiteindelijk ernstigste symptoom van dyslexie. Echter, al voor dyslectische kinderen leren lezen zijn er verbale taken die hun probleem verklappen. Verminderde gevoeligheid voor klankdelen in woorden, moeite met het aaneenrijgen van klanken, zoals bij het produceren van rijmwoorden, tekorten in het verbale geheugen, moeite met het ophalen van betekenissen, woordvindproblemen, kortweg de fonologische tekorten, behoren tot de belangrijkste symptomen waar dyslectici last van hebben (Gabay, Thiessen & Holt, 2015, p. 935). 'Een van de best begrepen oorzaken van dyslexie is de zwakte van het fonologisch bewustzijn' (Zhang, Whitfield-Gabrieli, Christodoulou & Gabrieli 2013, p. 1). Fonologische coderingsproblemen worden verreweg het meeste bij dyslectici aangetroffen en gezien als een be-

langrijke oorzaak voor dyslexie (Bouma, et al., 2006, pp. 64-65).

Fonologische tekorten alleen geven geen sluitende verklaring verduidelijken Zhang et al.:

Fonologische training is effectiever voor het verbeteren van de leesnauwkeurigheid dan voor de leessnelheid. Daarom moet er rekening mee gehouden worden dat andere factoren, zoals visuele tekorten, in de weg staan bij het doeltreffend winnen van informatie uit geschreven tekst (2013, p. 1).

In het onderzoek met hersenscans van Christodoulou et al. blijken de hersendelen verantwoordelijk voor fonologische opslag en het ophalen en opslaan van betekenissen niet volledig benut om tekstbegrip te ondersteunen als er snel gelezen wordt. Een bredere neurologische oorzaak voor gebrekkige leesvaardigheden van dyslectici is daarom waarschijnlijk (2014).

Visuele tekorten

Waar normale lezers een woordbeeld herkennen in zowel het visuele als fonologische waarnemingssysteem en bij overeenkomst in het kortetermijngeheugen opslaan, loopt dat bij dyslecten deels spaak. Bij dyslectische proefpersonen was al wel aangetoond dat ze

minder goed bewegingen in het visuele veld opvingen. Bouma et al. vermoedde dan ook dat dit waarschijnlijk de waarneming van de positie van letters en klankgroepen en eveneens het richten van aandacht bemoeilijkt. Dit kan allemaal bijdragen aan een beperking van

de leesvaardigheid (2006, p. 65). Ondanks dat ze deze mogelijkheid overwegen concludeerden de schrijvers dat veel van de problemen van dyslectici zijn terug te voeren op tekorten in de fonologische verwerking. Van de visueel ruimtelijke waarneming als oorzaak waren zij nog niet overtuigd (Bouma et al., 2006, p. 71). De tijd leert dat de jarenlang gangbare theorie voor het fonologische tekort als oorzaak terrein inleverde ten faveure van problemen in het visuele domein als medeverantwoordelijke voor de klachten bij dyslexie (Hachmann et al., 2014). Als grote boosdoener bij de visuele waarnemingstekorten van dyslectici in de vroege visuele waarneming wordt het magnocellulaire systeem, dat een cruciale rol speelt in het waarnemen van beweging en onderscheiden van contouren, herhaaldelijk ten tonele gevoerd (Bouma et al., 2006; Zhang et al.; 2013; Viana et al., 2013; Denison & Silver, 2011, p. 257). Het onderzoek van Zhang et al. naar de hersenactiviteit bij deze fundamentele processen om vormen te onderscheiden bevestigt dat die bij dyslectici heel anders werken zelfs als er van lezen nog geen sprake is.

Volwassenen met dyslexie vertonen een heel ander beeld in de hersenen dan volwassenen die gewoon goed kunnen lezen. De hersenactiviteit werd gemeten terwijl de proefpersonen werden blootgesteld aan een pijl die van richting veranderde tegen een nu eens ingewikkelde, dan weer simpele achtergrond. In vergelijking tot de controlegroep bleek de activiteit bij dyslectici in de hersendelen die verantwoordelijk zijn voor de primaire visuele perceptie lager en juist hoger in de gebieden zoals de pariëtale kwab die visuele aandacht sturen. Zhang et al. vermoedt dat het beslag dat hogere visuele hersenfuncties leggen op hersenactiviteit ten koste gaat van aandachtsgebieden die nodig zijn voor het begrijpen van teksten (2013, p. 9-10). Hoe treffend is dit als verwant onderzoek met hersenscans van Christodoulou et al. deze vrees bevestigt. Lezers met dyslexie werden gekenmerkt door een lagere activering van juist die hersendelen die te maken hebben met het achterhalen van betekenis van woorden, zinnen en zinsbouw. Naarmate het leestempo werd opgevoerd werden deze verschillen groter (2014, p. 12).

Werkgeheugen

Verwoede discussies over en onderzoek naar de oorzaken van dyslexie, zoals dat van Zhang et al. hierboven, leidden tot terreinwinst van visuele problemen als oorzaak ten koste van alleen talige, zoals fonologische, gebreken die ten grondslag zouden liggen aan dyslexie. Vervolgens staan perceptuele problemen terrein af aan leertekorten die spelen als er informatie tijdens de overgang van het korte naar het langetermijngeheugen verloren gaat. (Hachmann et al., 2014). Ogenblikkelijk ophalen van geordende informatie hangt af van het werkgeheugen, zo stellen Garcia, Mammarella, Tripodi en Cornoldi. Dit werkgeheugen is onontbeerlijk voor de tijdelijke opslag van informatie (het kortetermijngeheugen) en doet dienst bij tal van alledaagse bezigheden. De fonologische lus, deel van het verbale werkgeheugen, haalt verbale informatie op. Het visueel-ruimtelijke werkgeheugen is grotendeels verantwoordelijk voor het ophalen van visuele informatie. Het werkgeheugen zorgt door middel van de episodische buffer ook

voor de tijdelijke opslag van waarneming en activering van het langetermijngeheugen (2014). Bij dyslectici wordt algemeen minder grijze stof, met als functie het verwerken van informatie, aangetroffen. Nieuw voor Tamboer, Scholte en Vorst was de significante uitkomst bij hun onderzoek dat de prestatie op Nederlands-Engelse rijmwoorden negatief correleerde met de hogere hoeveelheden witte stof (de witte stof zorgt voor communicatie tussen de zenuwcellen in de hersenen) in totaliteit en positief correleerde met de hoeveelheid grijze massa in de nucleus caudatus of staartkern. Dit deel van de hersenen zou primair betrokken zijn bij de regulatie van motorische processen, maar ook bij herinneren, leren, terugkoppeling en zelfbeloning. De kleinere hoeveelheid grijze massa in de staartkern wijst er volgens de onderzoekers op dat er een fundamenteel leerprobleem aan dyslexie ten grondslag ligt en noemen met name het kortetermijngeheugen met gemankeerde prestaties zoals bij het onthouden van

reeksen. Met betrekking tot de witte massa stellen de onderzoekers een nieuwe hypothese tegenover de oude dat dyslectici zouden lijden aan gebrekkige verbindingen in de hersenen. Zij stellen dat te veel verbindingen tot 'verwarring' leiden (2015). Onderzoek van Hachmann et al. wijst erop dat mensen met

dyslexie problemen ervaren als het werkgeheugen reeksen of volgorden van het kortetermijngeheugen omzet naar het langetermijngeheugen. De volgorde waarin die objecten gepresenteerd werd door dyslectici verwisseld (2014).

Motoriek

Mogelijk voortvloeiend uit de primaire visuele tekorten, maar zeker in samenhang daarmee, blijkt ook de motoriek gemankeerd. Nou is 'gemankeerd' wel een groot woord. Om de afwijkende bewegingen te zien moet je ze welhaast onder een vergrootglas leggen. Viana et al. stelt dertig dyslectische en evenveel niet-dyslectische kinderen bloot aan vijf verwante omstandigheden. Hen wordt verzocht zo min mogelijk te bewegen in een donkere kamer zonder iets aan te raken, hetzelfde in een bewegende kamer, een stilstaande kamer met houvast aan een bewegende stang, een bewegende kamer en een stilstaande stang, en die laatste twee ook in een verlichte kamer. Uit de resultaten blijkt dat dyslectische kinderen meer overhellen dan kinderen in de

controlegroep in elk van de omgevingen. Ze bewegen daarnaast minder in samenhang met de veranderlijke omstandigheden, en houden zich steviger aan de stang vast. De resultaten tonen dat dyslectische kinderen visueel zintuiglijke en motorisch zintuiglijke informatie weliswaar gebruiken om hun houding te controleren, maar dat hun coördinatie eronder lijdt als ze verschillende zintuigen tegelijkertijd moeten gebruiken. Viana et al. bevestigt hiermee eerdere bevindingen dat dyslectici in het algemeen een grilliger motoriek vertonen bij zowel stilstaan als bewegen. Dit verschil neemt toe als extra beroep gedaan wordt op de aandacht door een bijkomende taak (2013, p. 1).

Achterstanden op feitenkennis

De zwakke woordverwerking die voortvloeit uit eerdergenoemde fonologische tekorten heeft ook gevolgen voor het schoolse leren. Zwakke woordherkenning verhoogt de mentale last waardoor processen voor het leggen van onderlinge verbanden onder druk staan en het onderscheid tussen hoofd en bijzaken verwatert. Het verschijnsel dat hoofd en bijzaken niet goed worden onderscheiden noemen Miller en Keenan het 'centrality deficit'. Zon-

der doeltreffende interventie leidt dit tot beperktere feitenkennis. Er worden dan minder verbanden gelegd, en daarmee minder sporen om de kennis op te roepen. De basis voor een toenemende achterstand is hiermee gelegd; lezers met minder voorkennis zijn meer aangewezen op de tekst om onderlinge verbanden te leggen, maar vinden die juist minder (2008, p. 110).

Leertekort

De zoektocht naar een algemene leerbeperking als enige oorzaak van dyslexie doet opmars. Beperkingen in het werkgeheugen, de motoriek, bij de waarneming, de aandacht en van het leren zijn zomaar een greep uit de mogelijke symptomen die misschien voortkomen uit een onderliggende oorzaak. In het onderzoek van Viana et al. was het verschil in prestatie het gevolg van zintuiglijke prikkels

van verschillende oorsprong. Hij stelt vervolgens dat als de motoriek of geletterdheid alleen gebreken vertonen als er meerdere bronnen worden aangesproken, die gebreken bijna wel een gemeenschappelijke oorzaak moeten hebben (2013, p. 9). Er zijn meer en meer aanwijzingen dat dyslectici te maken hebben met een breed scala aan niet-talige tekorten. Gabay et al. sluit ontwrichting van

een algemeen leervermogen dat die specifieke (leer)taken ondersteunt niet uit. Dit kan bijvoorbeeld automatisering van diverse vaardigheden belemmeren. Kandidaat hiervoor staat een beperking die niet zo zeer te maken heeft met de fonologische verwerking, maar met het filteren van statistische regelmatigheden. Hij noemt het statistisch leren. Het principe van dit leermechanisme stoelt op verwachtingen die we ontleen aan patronen in of frequenties van het aantal waarnemingen van verschillende stimuli in verhouding tot elkaar. Als zodanig kan het als een algemeen leerconcept beschouwd worden. De verschillende experimenten om deze mogelijkheid te onderzoeken hebben wat weg van het leren van een vreemde taal, wat denk ik goed aansluit bij dit leerconcept. De uitkomst is niet

helemaal wat werd gehoopt. Weliswaar presteerden deelnemers met dyslexie beduidend lager dan die van de controlegroep bij zowel talige (meer of mindere regelmaat in klanken), als niet talige onderdelen (gelijk aan talige maar dan met tonen). Ook correleerde leesvaardigheid significant met de statistische leerprestaties op taal en toontaken. De tekorten hierop zijn in overeenstemming met theorieën die veronderstellen dat er een algemeen leergebrek betrokken is bij dyslexie. Statistisch leren kan die rol echter niet opeisen, daarvoor zijn de uitkomsten te zwak. De onderzoekers moeten helaas genoeg nemen met de conclusie dat inefficiënt statistisch leren zelf ook het gevolg van een algemenere oorzaak voor meerdere gebreken kan zijn (Gabay et al., 2015, pp. 935-942).

Terugblik op tekorten

Na kennis genomen te hebben van alle bovenstaande onderzoeken zou ik, als ik een enkele oorzaak moest kiezen, het niet synchroon lopen van verschillende verwerkingsprocessen in de hersenen als 'kandidaat algemene oorzaak' stellen. Dit zou onvolmaakte terugkoppelingslusen tot gevolg hebben die de genoemde (leer)gebreken weleens kunnen verklaren. Voorlopig trek ik voorzichtig de conclusie dat dyslexie door meer tekorten gekenmerkt wordt dan alleen die in taalvaardigheden. Het hele scala aan gebreken doet me

inmiddels wanhopen dat ik uiteindelijk een doeltreffend compensatiemechanisme zal vinden. Geen van deze tekorten benadert de hinderlijkheid van het gebrekkig lezen en de daaruit voortvloeiende problemen. Blijkbaar vindt het brein oplossingen om die bijkomende gebreken zoals in het werkgeheugen, de motoriek, de waarneming en de aandacht binnen de perken te houden. De vraag die ons weer een stapje verder kan brengen in het oplossen van de puzzel is: Welke oplossingen vindt het dyslectische brein?

COMPENSATIE

Flexibel brein

Hersenbeschadigingen in het ene deel kunnen het leren in andere hersendelen vergroten weet Hedenius, Ullman, Alm, Jennische en Persson. Bevindingen uit studies die dit uitwijzen worden ook wel als bewijs genomen dat hersendelen onder normale omstandigheden

met elkaar concurreren (2013, p. 9). Veel dyslectische kinderen blijken zo in staat zichzelf enorm te verbeteren. Het blijft raadselachtig hoe ze dat precies doen. Brainscans lichten een tipje van de sluier op (Trafton, 2011).

Overnemen van taken

Dat is precies wat Koyama et al. in zijn onderzoek deed. Hij vond dat dyslectici in meerdere opzichten afwijkend functioneren. Naast de fonologische verwerking, geldt dat ook voor

de verwerking van auditieve en visuele waarnemingsprocessen, aandachtsprocessen en snelle naamgeving (2013, p. 1). Christodoulou et al. somt de verantwoordelijke hersendelen

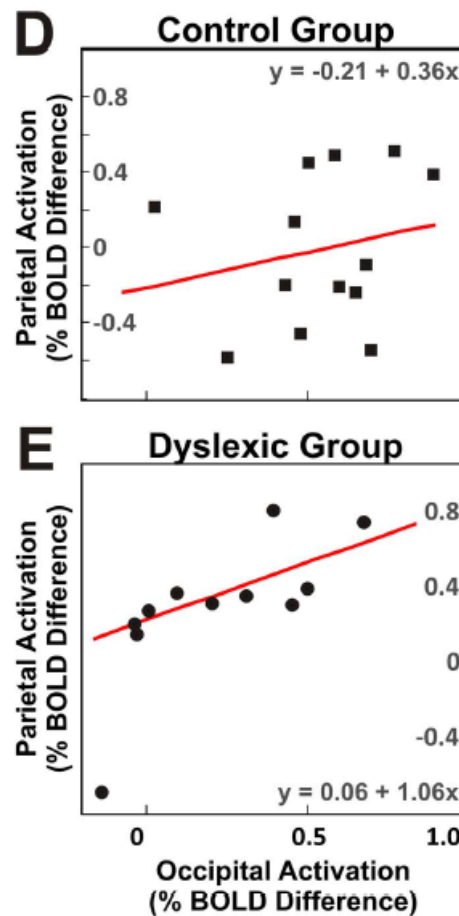
op die bij het lezen van complete zinnen bij dyslecten niet actief, minder actief of juist actiever zijn dan bij de controlegroep. Dat geeft de complexiteit van een doorgaans simpele handeling mooi weer. Maar vooral biedt deze opsomming inzicht in het verschil in functioneren tussen beide groepen. Een verschil dat zich ook blijkt uit te strekken tot andere activiteiten zoals spreken, luisteren, tijd schatten en tonen onderscheiden (2014, pp. 2, 9). Het brein blijkt in staat om hetzelfde doel op verschillende manieren te benaderen (Gilger & Olulade, 2013). Bij een complexe taak als lezen vallen hier zeker steken, maar dat hangt van de taak af. De eenvoud van de taak bij zijn eigen experiment, veronderstelt Zhang et al., zorgde dat iedereen het er vrijwel perfect van afbracht. Aan de overeenkomende prestaties ging wederom een heel ander beeld in de hersenen vooraf. Als de activiteit in achtergelegen hersendelen voor primaire zintuiglijke verwerkingen toenam werd die begeleid door een toename met een factor van 0,36 in de pariëtale hersendelen bij de controlegroep. Bij de dyslectici kende de begeleidende toename in de pariëtale delen een factor van 1,06 van de activiteit van de primaire zintuiglijke verwerking. Deze regressielijnen zijn overgenomen in figuur 1. Zhang et al. vraagt zich dan ook af of de extra activiteit in de hersendelen voor hogere visueel ruimtelijke processen een compenserende aanpassing is, of dat deze afwijkende werking aan de basis ligt van dyslexie. (2013, p. 6-9). Koyama et al.'s onderzoek lijkt de vraag van Zhang et al. te beantwoorden. Na interventie wijkt het gevonden hersenpatroon bij dyslectici af van dat van normale lezers en eveneens van dat van de dyslectici bij wie geen interventie plaatsvond. Dit duidt erop dat succesvolle in-

Visuele netwerken

Nu we weten dat beperkingen bij dyslecten aanzetten tot veranderingen in de werking en zelfs de structuur van de hersenen, rijst natuurlijk de vraag, mede ingegeven door de onderzoeksvraag, waar en hoe?

Twee uitkomsten typeren de gevolgen van gedragsremediëring. In de eerste plaats dat delen in de linkerhersenhalft, die gewoonlijk

terventie veranderingen in de connecties te weegbrengt (Koyama et al., 2013, p. 7, 10).



Figuur 4 (D) For participants in the control group, parietal activations in areas hIP1 and hIP2 were not correlated with occipital activations in areas V1 and V2 ($N = 13$, $R^2 = 0.015$, and $p > 0.05$). The line in red shows the linear regression line. (E) In contrast, for participants in the dyslexic group, the parietal activations were positively correlated with occipital activations ($N = 11$, $R^2 = 0.526$, and $p < 0.05$). Overgenomen van "Atypical balance between occipital and fronto-parietal activation for visual shape extraction in dyslexia," door Y. Zhang, S. Whitfield-Gabrieli, J. A. Christodoulou, J. D. E. Gabrieli, 2013, *PLoS ONE*, 8(6), p. 7. Copyright 2013 van Zhang et al.

bij het leesproces betrokken zijn, actiever worden en 'normaler' functioneren. In de tweede plaats wordt er compenserende activiteit waargenomen in delen die normaalgesproken niet bij het leesproces betrokken zijn. Met name noemt Koyama et al. de connecties met en activiteit in visuele delen zoals de pariëtale kwab (2013, p. 1). Gilger en Guttmacher bevestigen dat behandelingen en trainingen

gericht op het verminderen van taaltekorten bewerkstelligen dat functies van de rechter hemisfeer compenseren voor tekorten in de talige linker hemisfeer (2013, p. 248). Volgens Zhang et al. zijn dyslectici daarnaast in staat zwak functioneren van de primaire visueel zintuiglijke verwerking te compenseren. De eenvoud van de taak met de pijlen droeg ertoe bij dat extra activiteit van voorin gelegen en pariëtale delen de tekortkomingen van de visueel zintuiglijke waarneming volledig tennietdeden (2013, p. 8). Kinderen met een gangbare ontwikkeling en kinderen met een niet taalgebonden leerprobleem (NLD) ondersteunen het visueel ruimtelijk werkgeheugen vaak door kleuren en vertrouwde objecten te verbaliseren. Bij kinderen met dyslexie werd juist het omgekeerde patroon geconstateerd. Zij steunen op hun visueel ruimtelijke vaardigheden om fonologische tekorten te compenseren. (Garcia et al., 2014, pp. 27-28). Dat Koyama et al. dan ook ontdekte dat verbanden tussen primaire en hogere visuele delen positief gecorreleerd zijn aan geletterdheid van dyslecten in het algemeen is hiermee in overeenstemming. Lees en spellingsvaardigheid van de dyslectische interventiegroep in het bijzonder kwamen daar nog bij. Dit

Verbindingen

Tot dusverre maak ik uit de literatuur op dat dyslectici tekorten opvangen, meestal gedeeltelijk, soms helemaal. Dat geldt voor fonologische en basale visuele tekorten, die normaalgesproken bij het lezen van belang zijn. De hersenen passen zich aan door nieuwe verbindingen te leggen, actieve cellen te genereren en hersendelen te activeren die bij doorsnee populaties niet of minder actief zijn bij uitvoering van dezelfde taken. Andere hersendelen worden ontweken, of dat nu is doordat die hersendelen zelf niet optimaal

duidt op fysiologische aanpassingen die visuele leesstrategieën ondersteunen om gebreken in fonologische verwerking te compenseren. Remediëren uit zich niet alleen in toenemende activiteit, maar ook in fysieke aanpassingen in de hersenen. Sterkere verbindingen (meer witte massa dus) tussen de verschillende visuele netwerken, waaronder de pariëtale kwab, zijn gekoppeld aan betere lettervaardigheden van dyslecten in het algemeen en de interventiegroep in het bijzonder. (Koyama et al., 2013, p. 7, 10). De pariëtale lob die bij gangbare lezers weinig wordt geactiveerd, blijkt ook in andere onderzoeken extra actief bij dyslecten (Christodoulou et al., 2014; Leikin, Waisman, Shaul & Leikin, 2014; Zhang et al., 2013; Tamboer et al., 2015).

Tamboer et al. vond een positief verband tussen de hoeveelheid grijze (informatie verwerkende) stof en Nederlands-Engelse rijmwoorden. Hij concludeert dat ervaring leidt tot deze aanzienlijke anatomische veranderingen in de hersenen. Training in spelling, inbeeldend vermogen, articulatie, opsporen van letters en woorden, leidt tot een aanwas van informatie verwerkende hersencellen. Meer grijze massa dus, waarvan het volume aanvankelijk ondermaats was (2015, p. 133).

functioneren, of dat de vereiste samenwerking tussen deze en andere hersendelen ontbreekt of nog andere oorzaken heeft staat niet vast. Getuige de aanwas van witte massa en de conclusie van Tamboer et al. (2015) dat dit tot verwarring kan leiden omdat dit overdadige verbindingen tot gevolg heeft, lijkt het me voorstelbaar dat de aanwas van witte stof een reactie is op gemankeerde informatieoverdracht. Een oplossing waarvan het succes ongewis blijkt.

Ondersteunend

Even uit de hersenen stappend zien we dat dyslectische studenten zich bewust zijn van hun tekorten en mogelijkheden om bijkomstige eisen die taken stellen te compenseren. De blijvende uitval die dyslectici vertonen in de automatisering van kennis en procedures kan (gedeeltelijk) worden gecompenseerd door gebruik te leren maken van metacognitieve strategieën en van ondersteunende hulpmiddelen, waaronder ICT-hulpmiddelen (Bosman, 2008). Dat ze deze ook gebruiken blijkt uit een enquête van Kirby, Silvestri, Allingham, Parrila en La Fave. Studenten met dyslexie leren meer op begrip en ze gebruiken veel meer studie-hulpmiddelen en strategieën voor timemanagement dan studenten zonder dyslexie. Die laatsten rapporteerden vaker dat ze toets

strategieën gebruikten en hoofdzaken selecteerden. Iets wat juist goed bij de op inzicht gerichte leerstrategie van dyslectici zou passen (2008).

Het kan valse hoop zijn die men hieruit put. We zagen eerder namelijk dat dyslectici moeite hebben om hoofdzaken te onderscheiden en te onthouden, wat Miller et al. (2008) het 'centrality deficit' noemde. Voorkennis van een onderwerp aanbieden ondersteunt wel het verbinden van ideeën, zodat het 'centrality deficit' vermindert of zelfs teniet gedaan wordt. Het aanbieden van voorkennis helpt specifiek de zwakke lezers om het hoofdzaken te onderscheiden. Bij de controlegroep heeft voorkennis geen effect op het selecteren of onthouden van hoofdzaken.

Realisme

Gek genoeg blijkt gebrekkige voorkennis van basale wiskunde niet onoverkomelijk voor praktische wiskunde. Dat vermogen is redelijk constant en ontwikkelt zich onafhankelijk. Volgens Vukovic en Siegel hebben kinderen een wiskundig begrip van de wereld dat al dan niet samenvalt met formele wiskunde (2010b, p. 36). Praktische situaties en verhalen waaraan wiskundige problemen kunnen worden opgehangen geven dyslecten veel steun bij het oplossen (Vukovic, Lesaux & Siegel, 2010a, p. 643). Laat me hier de kanttekening maken dat de onderzoeksgroep bestond uit jonge schoolkinderen. Enige steun voor dit compenserende effect van praktische contexten krijgt ze in

ieder geval van Chinn, et al. (2001). Dyslectische leerlingen in Nederland blijken flexibeler in het toepassen van oplossingsstrategieën dan hun tegenhangers in Ierland en Engeland. Dit komt volgens haar doordat het wiskunde-onderwijs hier op realistische wiskunde geschoeid is in tegenstelling tot de formelere wiskundige leest in Engeland en Ierland. De voorkeur voor leren op begrip sluit goed aan bij realistische wiskunde, waarbij begrip van de wereld om ons heen het uitvoeren van taken ondersteunt. Anders dan bij de eerdergenoemde hulpmiddelen en het timemanagement passen hier de inhoudelijke eisen beter bij dyslexie.

Aangepaste taken

Geïnterviewd door Sarah Sparks (2012) zien Gilger en Guttmacher wel wat in aanpassingen in taken om zwaktes van dyslectici ontzien. Gilger gelooft dat er kritieke momenten in de ontwikkeling kunnen zijn waarop mogelijkheden al dan niet verwezenlijkt worden:

'Als we alleen gaan voor het bestrijden van het leesprobleem in de linkerhersen helft, schieten we misschien wel tekort in het bieden van de kans dat kinderen hun bijzonde-

re talenten kunnen ontwikkelen. Eigenschappen waarvan ontwikkeling ertoe kan leiden dat ze ruimtelijke informatie op een doeltreffender manier verwerken dan de rest van ons.'

Guttmacher, directeur van het Amerikaanse Nationaal Instituut voor Gezondheid, sluit zich daarbij aan:

'Een volwassene die op drie vlakken uitblinkt en tekortschiet op ander terrein zal voor dit

laatste simpelweg een ander inschakelen. Op school moet je alles maar kunnen, blink je in alles uit op een ding na, dan kan dat ene verschrikkelijk voor je uitpakken.'

Onderzoeker Gabrieli neemt net een andere invalshoek die hier wel bij past. Volgens hem

kunnen de interventies beter afgestemd worden op de mogelijkheden van dyslectici. In contrast met het veel gebruikte leren vertalen van letters naar klanken zou een visuele benadering, die op snellezen lijkt, mogelijk zijn (Trafton, 2011).

Overdenkingen bij compensaties

We troffen nu compensaties van totaal verschillende orde. Van binnenuit om tegemoet te komen aan de eisen van de taak: het brein dat zich op diverse manieren aanpast aan de eisen van een taak, of door blootstelling en interventies. Van buitenaf de taaklast verlichtend: Passende interventies zoals het voorzien in voorkennis, aangereikte hulpmiddelen en manieren die dyslectici kunnen gebruiken om de taaklast te verminderen. Of compensatie doordat taken zo zijn opgezet dat het beter aansluit bij dyslectici (realistische wiskunde, visuele snelleestechneken). Als laatste wordt

nog geopperd dyslectici te ontheffen van bepaalde taken en hun mogelijke talent uit te buiten. Wat me opvalt en ook wel verbaast is dat de geïnterviewde wetenschappers ervan lijken uit te gaan dat bijzondere visuele vermogens, of het talent daarvoor, bij dyslexie hoort. Dat klopt wel met de aanwas, de activiteit en de verbindingen in de hersenen die in de aangehaalde onderzoeken in verband worden gebracht met hogere visuele processen bij dyslectici.

Mijn vraag is nu: Is dat dan wat meetkunde van ons vraagt?

Oplossingsstrategieën

‘Sommige studenten storten zich in berekeningen en constructies zonder enig plan of overzicht; anderen wachten onbeholpen af tot er een idee opkomt en zijn niet bij machte dit proces te versnellen’, schreef Polya in de klassieker ‘How to solve it’ over het toepassen van strategieën. Dit zijn wel ongeveer de uitersten waartussen alle leerlingen zich bevinden. Succesvol wiskundig presteren eist volgens Leikin et al. modelleren en formuleren, manipuleren en transformeren, afleiden en conclusies trekken, argumentatie en communicatie (2014, p. 36). Formele structuren bevatten, flexibel, logisch en kritisch denken alsmede behendig generaliseren zijn belangrijke vereisten voor sterke wiskundige vermogens (Leikin et al., 2014, p. 37). Hiervan is altijd een combinatie nodig om tot een succesvolle strategie te komen. Het hele idee is eigenlijk dat strategieën een momentopname zijn van de wisselwerking tussen student en vraagstuk tijdens hun treffen. Niet een idee van: even afstand nemen, gereedschapskistje openen en de gepaste strategie kiezen. In deze laatste voorstelling moeten we tijdens het oplossen rekening

houden met een overvloed aan mogelijke strategieën waarvan we mogen aannemen dat dit te veel van ons denkvermogen vergt (Proulx, 2013, p. 324). Swanson, Moran, Lusier en Fung doelen op hetzelfde als zij stellen dat alleen een werkgeheugen met voldoende capaciteit baat heeft bij het gebruik strategieën. Is het werkgeheugen niet toereikend dan wordt het werkgeheugen overvraagd (2014, p. 119; Faes et al., 2011, p. 34). Zo beschreven lijken strategieën welomlijnd, en dat kunnen ze ook worden. Voordat het zover is hebben leerlingen heel wat probleemstellingen langs zien komen. In eenvoudiger gevallen kunnen ze een probleem direct koppelen aan parate kennis of een relevante routine, zo niet dan moeten ze het probleem opdelen in delen die ze wel op kunnen lossen. Daarvoor kunnen herkenbare situaties, feiten, begrippen, regels, routines nodig zijn. Die moeten worden opgediept uit het langetermijngeheugen. Dat vraagt om interpretaties van en experimenteren met het probleem. Voorwaarden die ik aanhaalde, zoals logisch en kritisch denken, worden hierdoor mede gevormd. Belangrijke vormen van dit logisch denken zijn het inductief en deductief redeneren.

56

Deductie versus inductie

Meetkundig redeneren combineert visuele met logische onderdelen en hun onderlinge relaties, terwijl behoud van definities en onderliggende theorie vereist is bij het verkennen van de figuren. Deze bezigheden horen bij het onderwijzen en leren van de schoolse meetkunde waarbij deductie het belangrijkste instrument is om tot begrip te komen. Het vereist het analyseren van meetkundige objecten, hun eigenschappen en hun onderlinge verbanden. Het zoeken naar verschillende bewijzen van meetkundige stellingen versterkt het deductief en logisch redeneren. (Leikin et al., 2014, p. 39). We zagen in de sectie tekorten dat het statistisch leren bij dyslectische leerlingen gemankeerd was in vergelijking tot doorsnee leerlingen. Statistisch leren is bij uitstek een inductief proces. Aan wiskundig

denken liggen juist overwegend deductieve processen ten grondslag. In overeenstemming zien we dat dyslectici een zekere voorkeur hebben voor deze manier van redeneren in de uitkomsten van Chinn et al. en de stijl van Inchworm die bij dyslectici sterker vertegenwoordigd is dan de Grasshopper (figuur 8). Chinn et al. grijpt terug op Descartes die probleemoplossers in twee groepen onderverdeelt, te weten, zij die problemen oplossen door een reeks logische deducties te doorlopen (*Inchworm*) en zij die zowel hun intuïtie als veronderstelde verbanden en relaties gebruiken (*Grasshopper*). De resultaten tonen duidelijk aan dat dyslectische leerlingen uit zowel Nederland, als Engeland, als Ierland een duidelijke voorkeur voor de karakteristieken van de *Inchworm* hebben. Niet-dyslectische leerlingen maken flexibeler gebruik van allebei

de stijlen (2001). We hebben hier dus eerder te maken met een beperking dan met compensatie, hoe goed deductie ook bij meetkunde

de past. De schade van deze beperking zal dankzij het aansluiten van deductie bij meetkunde waarschijnlijk meevallen.

Intelligentie

Deductieve logica en talrijke andere verworvenheden die het beoefenen van wiskunde met zich meebrengt, worden in diverse onderzoeken bezongen (Pittalis & Christou, 2010; Wei, Yuan, Chen & Zhou, 2011; Vukovic, 2012; Chrysostomou, 2013; Leikin et al., 2014; Lai, Zhu, Chen & Li, 2015; Swanson et al., 2015). Met enige moeite weersta ik de verleiding deze hier te herhalen. Wiskundig denken met al haar verworvenheden ontstaat niet van de een op andere dag. Wel zijn er capaciteiten die een vruchtbare bodem voor die ontwikkeling vormen. In lijn met deze zoektocht en vaak genoemd, maar niet onderscheidend, is

de koppeling tussen intelligentie en wiskundige vermogens in het algemeen (Pitta-Pantazi & Christou, 2009; Pittalis et al., 2010; Wei et al., 2011; Leikin et al., 2014; Swanson et al., 2015). Diagnose op dyslexie kent qua intelligentie weliswaar een ondergrens die moeilijk lerend indiceert, maar geen bovengrens. Hogere intelligentie heeft zeker een positieve invloed op compensatiemogelijkheden van dyslecten, maar is zelf geen compensatiemechanisme. Wel bestaat er een substantiële relatie tussen het werkgeheugen en intelligentie (Garcia et al., 2014, p. 27).

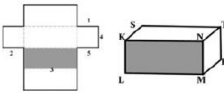
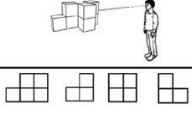
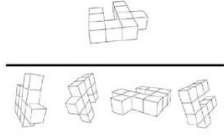
Werkgeheugen

Het werkgeheugen mag bepalend zijn voor leren in het algemeen, het is niet allesbepalend voor wiskundige prestaties (Vukovic, 2012, p. 293). We zagen al dat wegens haar vrij statische karakter, het werkgeheugen maar beperkt kan compenseren omdat training nauwelijks iets aan de capaciteit van het werkgeheugen kan verbeteren (Swanson et al., 2014, p. 119, Willingham, 2009, p.114). Maar deze mogelijkheid blijkt niet helemaal weg te vallen. Vukovic signaleerde dat het verbale werkgeheugen aanvankelijk een rol speelt bij hardnekkige wiskundeproblematiek, maar dat dit feitelijk de oorzaak was voor een algeheel leerprobleem. Zonder die te beantwoorden werpt ze de vraag op hoe het zit met andersoortige werkgeheugens in relatie tot wiskundige prestaties (2012, p. 293). Wei et al. vergelijkt daadwerkelijk het verbaal werkgeheugen met het visueel ruimtelijk werkgeheugen in relatie tot wiskundige taken. Het visuospatieële kladblok of mentale schetsblok in het visueel

werkgeheugen koppelt de capaciteit van werkgeheugen en visueel ruimtelijke vermogens (2011, p. 160). Volgens Garcia et al. combineert het visueel-ruimtelijk werkgeheugen visuele en ruimtelijke eigenschappen tot een geïntegreerd object (2014, p. 20). Deze ruimtelijke vermogens zijn de basis voor ruimtelijk redeneren in meetkunde en voor grafische verbeelding van verbanden en functies (Wei et al., 2011, p. 161). Bij alle drie onderzoeken hierboven worden verschillende werkgeheugens onderscheiden. Het werkgeheugen is behalve voor aandacht niet gebonden aan een bepaald hersendeel. Wat karakteriserend is voor het werkgeheugen is de vergelijking met het aantal ballen dat een jongleur in de lucht kan houden; het aantal neuronen dat gelijktijdig actief kan zijn geeft de capaciteit van het werkgeheugen weer. Aan die activiteit kunnen verschillende verwerkingsprocessen bijdragen.

Ruimtelijke vaardigheden

Table 1 Examples from the spatial abilities test

Factor	Test	Example
VZ	Surface-development The diagram shows how a piece of paper might be cut and folded to make the solid form. Dotted lines show where the paper is folded. Indicate which lettered edges in the drawing correspond to numbered edges or dotted lines in the diagram (Segment "3" corresponds to the edge "LM").	
SO	Image Perspective Indicate the front view of the solid according to the observer's angle view.	
SR	Object-Rotation There are four solids under the line. Which one of them is NOT identical to the solid above the line?	

Figuur 5. Overgenomen uit "Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability," door M. Pittalis, C. Christou, 2010, *Educational Studies in Mathematics*, 75, p. 199. Copyright 2010 van Springer Science+Business Media B.V.

Wei et al. (2011) voegt zich in een lange rij onderzoekers volgens wie daarbij ruimtelijke verwerkingsprocessen voor wiskundige prestaties het belangrijkste zijn. Pittalis et al. stemt ermee in dat ruimtelijke vaardigheden samen met inbeeldingsvermogen (visual perception) van belang zijn voor succes in wiskunde, sowieso voor schoolprestaties in het algemeen, maar in het bijzonder voor meetkunde. De bevindingen uit zijn onderzoek zijn hiermee in overeenstemming. Voor een indruk van het soort onderzoek dat hij uitvoerde zie figuur 2.

Hij vindt dit ondersteunt door de correlatie tussen ruimtelijke en wiskundige vermogens uit meta-analyse van 75 onderzoeken varieer-

de tussen 0,3 en 0,45. Dat mogen we wel een substantiële bijdrage noemen (2010, p. 195-196). Het onderzoek van Swanson et al. richt zich juist op algebraïsche vaardigheden. Hij ontdekte dat tekstbegrip in hoge mate de doelmatigheid van oplossende vaardigheden voorspelt wat weer in hoge mate samenhangt met het herkennen en beschrijven dan wel weergeven van de samenhang binnen een gesteld probleem (Swanson et al., 2014, p. 111-112). Dat sluit goed aan bij de correlaties tussen tekstbegrip en algebra in mijn eerdere onderzoek en die tussen tekstbegrip en meetkunde van non-dyslectici, maar wat het laatste betreft juist niet bij dyslectici. Leikin et al. vergelijkt de gemiddelde amplitude in hersendelen paarsgewijs en toont zichtbaar hogere activiteit bij meetkunde dan bij algebra in de achtergelegen rechterhersen helft. Die bevindingen sluiten aan bij de heersende opvatting dat de rechterdelen meer van doen hebben met de verwerking van visueel ruimtelijke informatie en het activeren van meetkundige kennis, terwijl de linkerhersen helft meer betrokken is bij de verwerking van verbale informatie en ook bij het logisch redeneren (Leikin et al., 2014, p. 51, 54). De balans opmakend kan het weleens zo zijn dat verbale vaardigheden het afleggen tegen ruimtelijk visuele vaardigheden als het om meetkundige prestaties gaat, maar niet iedereen maakt daar op dezelfde manier gebruik van. Zo komen we bij de cognitieve stijlen.

58

Cognitieve stijlen

Cognitieve stijlen kunnen zowel houdingen, voorkeuren als strategieën omvatten die mensen gebruiken. De cognitieve stijl beïnvloedt de werking van waarnemen, herinneren, denken en probleemoplossen (Mealor, Simner, Rothen, Carmichael, Ward, 2016). Hoewel je hieruit op zou kunnen maken dat er schier eindeloos veel combinaties mogelijk zijn die de 'opmaak' van een cognitieve stijl bepalen, ondersteunt onderzoek van Chrysostomou de hypothese dat cognitieve dimensies kunnen

worden onderverdeeld op basis van drie dimensies: verbaal, visueel ruimtelijk en visueel objectgericht (Chrysostomou, 2013, p. 206). Bij onderzoek in het onderwijsveld naar het leren van wiskunde wordt het idee dat wiskunde zowel een beroep doet op verbaal als visueel redeneren breed gedragen. Hetzelfde geldt voor het onderscheidt dat gemaakt wordt tussen beide denkwijzen. Veel onderzoekers beschouwen visueel ruimtelijk denken van toegevoegde waarde op het verbaal rede-

neren. Desondanks is de relatie tussen visualiseren en wiskundige prestaties verre van doorgrond. Met uiteenlopende terminologie zoals visualiseren, beelddenken, ruimtelijke vaardigheid enzovoorts is vaak onduidelijk of elk begrip een uniek verschijnsel omschrijft, of dat er sprake is van hetzelfde verschijnsel onder verschillende noemers (Pitta-Pantazi et al., 2009, p. 8). Het leerstijlen onderzoek van Chrysostomou onder toekomstige leraren onderscheidt bijvoorbeeld ruimtelijk inbeeldingsvermogen van objectgericht inbeeldingsvermogen. Hoe meer de voorkeur van respondenten naar de stijl met ruimtelijk inbeeldingsvermogen neigde, des te flexibeler het toepassen van strategieën en des te vaker deze op basisconcepten stoelden. (Chrysostomou, Pitta-Pantazzi, Tsingi, Cleanthous & Christou, 2013). Redeneren op basis van basisconcepten doet ons weer aan deductief redeneren denken. We zien dat ruimtelijke

inbeelding wel compenserend werkt en flexibeler gebruik van strategieën vergemakkelijkt. Tegengesteld aan de verwachting behaalden studenten met een verbale stijl meer winst bij een visueel ondersteunend dynamisch meetkunde programma dan studenten met een visuele stijl en gingen op vergelijkbaar niveau presteren (Pitta-Pantazi et al., 2009). En passant wordt hier even afgerekend met het adagium dat we het beste leren door wat bij onze leerstijl past. Wezenlijker is dat we hieruit afleiden dat visuele ondersteuning, hetzij mentaal hetzij door beeldmateriaal, een behoorlijke rol speelt bij het oplossen van meetkundige vraagstukken. Die bruikbaarheid komt uit de prikkels die in het onderwijs gegeven worden om visuele vaardigheid te trainen volgens Pitta-Pantazi et al. niet sterk naar voren. Studenten zullen een visuele onderbouwing vermijden omdat die op voorhand ongelukkig verklaard wordt (2009, p. 8).

Kortgezegd

Onderzoekers gebruiken weliswaar uiteenlopende termen of maken fijnmaziger indelingen, en of het nu hersenscans, elektroden op de scalp of leerstijlenonderzoek betreft, ze bevestigen dat ruimtelijk visuele vermogens belangrijk zijn bij wiskundig denken in het algemeen of meetkundig denken in het bij-

zonder. De hier aangehaalde onderzoeken concentreerden zich rond wiskundige vermogens en onderliggende vaardigheden van over het geheel genomen 'normale' proefpersonen. Zijn het hun visueel ruimtelijke vermogens die dyslectici een vlucht vooruit in de meetkunde laten maken?

59

VISUEEL RUIMTELIJK DENKEN

Tekorten bestreden

In de vorige sectie werd duidelijk dat wiskundig denken gekenmerkt wordt door een breed palet aan denkactiviteiten. Opvallend genoeg blijkt bij mensen in het algemeen juist visueel ruimtelijk inbeeldingsvermogen een belangrijke indicatie voor wiskundig presteren, niet alleen op meetkunde. De visuele vermogens zijn betere voorspellers dan verbale vermogens. In potentie zijn visueel ruimtelijke vaardigheden voor dyslectici dus de ultieme

compensatie als het om wiskunde gaat. We kunnen tegenwerpen dat visuele verwerkingsprocessen ook bij de gebreken van dyslectici hoort. Maar de tekorten die ontstaan in de primaire visuele processen werden door extra activiteit met hogere visuele processen redelijk tot goed gecompenseerd. We zagen dat zelfs fonologische tekorten deels werden gecompenseerd in hogere visuele hersendelen.

Visueel geheugen

Onderzoek van Hachmann et al. wijst erop dat mensen met dyslexie afzonderlijke objecten

even goed onthielden als de deelnemers van de controlegroep. Of de objecten als woorden

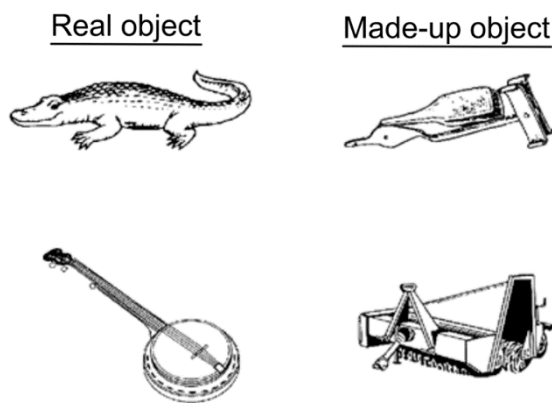
of plaatjes werden gepresenteerd maakte niet uit. De volgorde van de objecten werd door dyslectici wel verward. De conclusie is dan ook dat een specifiek gebrek bij het omzetten van volgorde, maar niet voor objecten op zich, dyslexie kenmerkt (2014). Bevindingen van Garcia et al. sluiten hier mooi op aan. Als het gaat om de kwaliteit van het visueel ruimtelijk werkgeheugen blijken kinderen met dyslexie vergelijkbaar met kinderen zonder leerproblemen. Tekorten in het verbale werkgeheugen

zijn vergelijkbaar met die van kinderen met andersoortige leerproblemen ontdekten zij. Vandaar dat visueel-ruimtelijke taken een goede indicatie zijn om dyslexie van andere leerproblemen te onderscheiden (2014, p. 19).

De bevinding dat visueel ruimtelijke taken dyslectici gewoon goed afgaan, is op zich een mooie indicatie. Sterker nog; er zijn aanwijzingen dat de aangeboden woorden visueel worden opgeslagen (Hachmann et al., 2014).

Visueel superieur

We zagen in het onderzoek van Koyama et al. dat goed werkende visuele functies extra worden ingezet om tekorten van andere op te vangen. Sommige taken gaan dyslectici zelfs beter af.



Figuur 6. Examples of the real and made-up objects used as stimulus materials. Overgenomen van "Enhanced Recognition Memory after Incidental Encoding in Children with Developmental," door M. Hedenius, M. T. Ull-

mann, P. Alm, M. Jennische, J. Persson, 2013, PLoS ONE 8(5), p. 3. Copyright 2014 van Hedenius et al.

Gebruik makend van afbeeldingen van concrete en gefingeerde objecten presteerde het geheugen van dyslectici in dit onderzoek van Hedenius et al. superieur aan de controlegroep. Een goede indruk van het soort opdrachten geeft figuur 2. De bevindingen bieden ruimte om de mogelijkheid te overwegen dat naast alle beperkingen van dyslexie er ook cognitieve functies zijn die beter werken dan gangbaar (2013, p. 9). En hoewel Van Viersen, De Bree, Kroesbergen, Slot & De Jong sceptisch staan tegenover bijzondere capaciteiten van dyslectici vinden we in hun resultaten en conclusie ten opzichte van begaafde kinderen herhaaldelijk een superieur werkend visueel werkgeheugen bij dyslectische begaafde kinderen (2015).

Alternatief voor taal

Een mogelijke verklaring die Hedenius et al. geeft voor de sterke prestaties bij het onthouden van de onbenoembare afbeeldingen is dat dyslectici ze misschien creatiever labelen, of de onbenoembare objecten handig associëren en zo toegankelijk houden in hun geheugen. Een andere verklaring is dat de controlegroep juist slechter presteerde doordat het verzinnen van benamingen bij de objecten middels verbale vaardigheden ten koste gaat van visuele vaardigheden. (2013, p. 9). Mij is niet helemaal duidelijk of het labelen en associëren door dyslectici verbaal of visueel bedoeld is. Na het lezen van onderzoek dat Bacon en

Handley deden, neig ik naar de conclusie die zij huldigen, dat visualiserend vermogen als alternatief voor taal kan werken bij dyslectici. Visuele processen maken minder verbaal denken mogelijk (2010, p. 448). Zij onderzochten in een drietal experimenten de rol van visuele processen bij redeneren door dyslecten. Bij een eerste experiment bleek dat dyslecten eigenschappen visueel weergaven om ze onderling te kunnen vergelijken en gevolgtrekkingen af te leiden. Niet-dyslecten gebruikten de vergelijkende trap om gevolgtrekkingen te maken. In het tweede experiment toonden de onderzoekers aan dat niet-dyslecten bij het

redeneren werden afgeleid van opdrachten door visuele weergaven die de verbeelding moesten prikkelen. Dat verminderde hun snelheid en nauwkeurigheid. Bij dyslecten was dit effect alleen verminderde nauwkeurigheid. Het derde experiment kwam overeen met het tweede behalve dat de afleidende afbeeldingen betrekkelijk betekenisloos waren. Het effect op de controlegroep was hetzelfde als bij experiment twee. De dyslecten presteerden hier optimaal. De onderzoekers concluderen dat visuele informatie bij dyslecten niet afleidt noch overtoollig is, maar juist een essentiële bijdrage levert aan hun redeneerproces. Dyslectici houden zich niet bezig met de vertaling van afbeelding naar verbale logische gevolgtrekking, de eigenschappen van de visuele informatie worden visueel herinnerd. Voor de dyslectische deelnemers van het experiment

geldt dat visuele informatie behouden en geëvalueerd wordt met behulp van visuele geheugenbronnen. Als zodanig duiden de uitkomsten erop dat deze mentale bronnen de accuratesse van het redeneren voorspelbaar maken, zeker wanneer de visuele inhoud van problemen gedetailleerde mentale beelden oproept (Bacon et al., 2010). Als we dit in verband brengen met de sterk voorspellende waarde van de (ruimtelijk) visuele vaardigheid op meetkundige prestaties en de hoge activiteit in visuele hersendelen bij het beoefenen van meetkunde bij mensen in het algemeen, de aard van meetkunde die inderdaad een sterk visuele inhoud kent, en de conclusie dat dyslectici visueel compenseren en zelfs visuele vermogens als alternatief voor taal gebruiken om te redeneren dan is het gat gedicht.

En het vonnis luidt...

Het lijkt onvermijdelijk om de conclusie te trekken dat dyslectici visueel redeneren om bij meetkundige vraagstukken tot een oplossing te komen waarmee ze verbale gebreken compenseren. De definitie die ik voor strategieën gebruikte; 'een strategie is een proces dat wordt doorlopen om een specifiek probleem op te lossen' is hiermee in overeenstemming. Het specifieke probleem is dan dat verbale vermogens tekortschieten om meetkundige problemen op te lossen. Er zijn echter een aantal mitsen en maren. Ten eerste is het type redeneren waar Bacon et al. (2010) op testte nogal elementair; qua moeilijkheidsgraad komt het niet in de buurt van meetkundige vraagstukken. Bij meetkunde is voorkennis niet onbelangrijk. Dyslectici hebben hierop vaker achterstanden. Dat staat het gebruik van hun visuele vaardigheden overigens niet in de weg maar wel hun succes in (bijvoorbeeld deductief) redeneren. Wat succes in de meetkunde ook kan beperken is dat als er daadwerkelijk op een hoogstaande manier visueel geredeneerd wordt er vaak toch een

vertaalslag naar een verbale argumentatie gemaakt moet worden. Me dunkt dat des te hoger het niveau van visueel redeneren, des te meer informatie er bij die vertaalslag verloren gaat. Of dyslectici allemaal visueel ruimtelijk redeneren is allesbehalve zeker. In de onderzoeken worden weliswaar significante correlaties gevonden, we moeten het presteren van dyslectici toch op een bandbreedte zien die, soms veel, overlap vertoont met de prestaties van controlegroepen. Al deze maren ten spijt; na enige introspectie staan er mij nog wel enkele verse voorbeelden voor ogen waarbij ik tijdens toetsen gebruik heb gemaakt van visualisaties die me op het goede spoor brachten. Dat realiseerde ik me in al dit verbale geweld tot nog toe niet. Zo vergezocht is visueel ruimtelijk redeneren dus eigenlijk niet! Ik wil nog even aandacht besteden aan de pariëtale kwab, een hersendeel dat we dikwijls genoemd zagen in combinatie met visueel ruimtelijke vermogens daarom vragen oproept

De pariëtale kwab

Uit het literatuuronderzoek kwam naar voren dat de pariëtale lob bij dyslectici in verschillende situaties actiever bleek dan bij controle-

groepen. Zo vond Koyama, et al. dat remediëren uitmondt in aanpassingen in de hersenen, met name de connecties tussen visuele delen

in en rond de pariëtale kwab (2013). De pariëtale lob die bij normale lezers weinig wordt geactiveerd is extra actief bij dyslecten (Christodoulou, 2014, p. 6). Bij de dyslectici was de activiteit in de naar achteren gelegen hersendelen die verantwoordelijk zijn voor de visuele perceptie lager en juist in de gebieden zoals de pariëtale kwab die visuele aandacht sturen hoger. Er was geen betekenisvol verband tussen de activiteit in achtergelegen hersendelen en die in de pariëtale hersendelen bij de controlegroep. Bij de dyslectici werd zo'n verband juist wel gevonden. Naarmate de activiteit in de achtergelegen hersendelen toenam, nam die in de pariëtale delen van de dyslectici in tegenstelling tot die van de controlegroep meer toe (Zhang, Whitfield-Gabrieli, Christodoulou & Gabrieli, 2013, p. 6). De pariëtale kwab blijkt dus actiever bij dyslectici bij taken die bij non-dyslectici geen extra activiteit oproepen. Bij visueel ruimtelijke en getalsmatige aandachtsprocessen is de pariëtale kwab normaal gesproken wel actief (Leikin, 2014, p. 38). Ik ben gaan zoeken naar de functie van de pariëtale kwab. Mogelijk zitten hier nog andere belangrijke aanwijzingen waarom juist daar veel activiteit gevonden wordt bij dyslectici. In totaal ander onderzoek dan dit kreeg ik een indruk van welk cruciaal hersendeel dyslectici aanboeren. Aanleggen van kennis over en houdingen ten opzichte van het zelf, somatorepresentatie genoemd, is vooral gelegen in de linker voor-kwabben en de pariëtale kwab. Het is verbon-

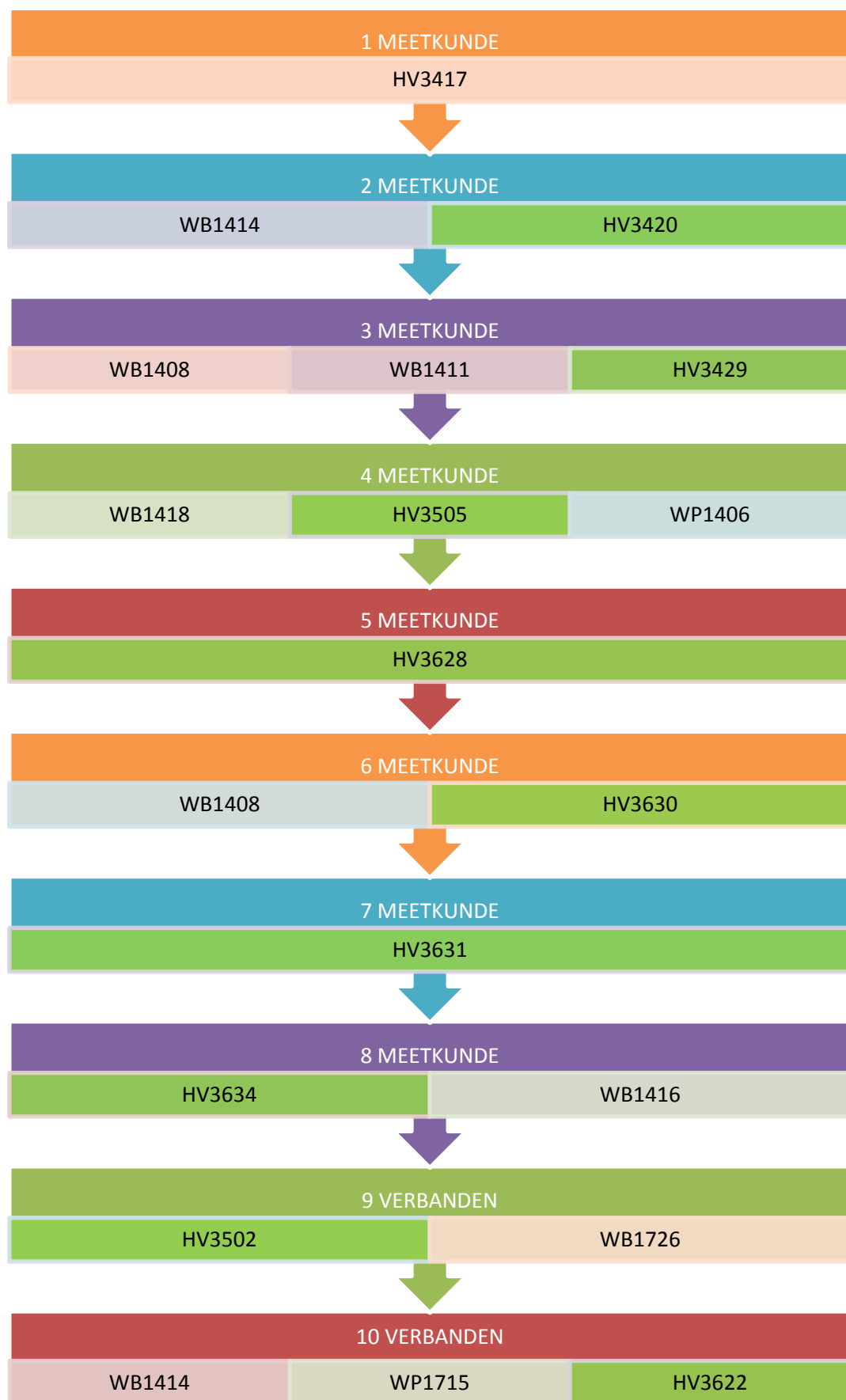
den met het netwerk van het semantisch geheugen. Het semantisch geheugen is verantwoordelijk voor het opslaan van betekenissen, feiten en kennis. Het vormen van opvattingen en verwerken van ervaringen die met het eigen lichaam te maken hebben, de somatoperceptie, gebeurt vooral in het bovendeel van de pariëtale kwab, het bovenste wandkwabje (Lin, et al., 2014). Het komt overeen met eerdere bevindingen dat 'zelf' materiaal hogere elektrische activiteit teweegbracht in het midden van de hersenen en in de pariëtale lob dan 'ander' materiaal. Het bleek niet nodig dat iets al met de persoon te maken had. Lou-ter de toekenning 'van jou' of 'jouw' bij willekeurige afbeeldingen bleek voldoende (Turk et al., 2011, p. 3727). Dankzij een patiënt met een hersenbeschadiging zagen de onderzoekers in waarvoor het bovenste wandkwabje onontbeerlijk was: 'The superior parietal lobe is critical for sensorimotor integration, by maintaining an internal representation of the body's state.' (Wolpert, 1998). Een voorbeeld van mentaal roteren wekte in het bijzonder mijn belangstelling en lijkt een koppeling te leggen tussen de mentale representatie van het zelf en wiskundige objecten. Vanuit een onveranderlijke positie van het zelf worden objecten in een samenhangende omgeving denkbeeldig verplaatst, terwijl, 'one's egocentric reference frame does not change' (Pittalis & Christou, 2010, p. 195-197).

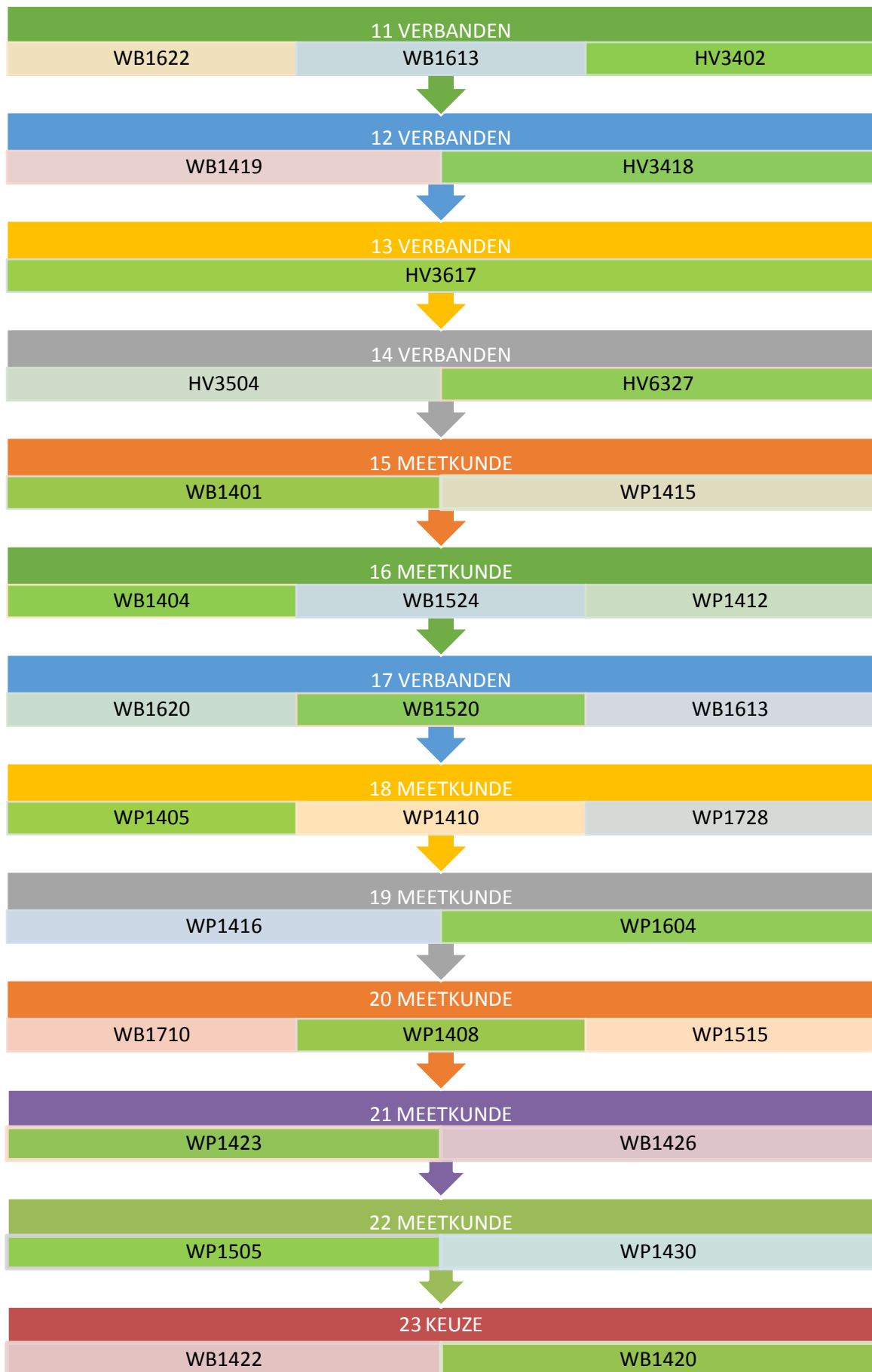
X. BIJLAGE D VRAAGSCHEMA

Toelichting

Van boven naar beneden geeft de volgorde van de vraagstukken, met van links naar rechts de keuzemogelijkheden oplopend in moeilijkheidsgraad, waarvan er één is voorgelegd. De keuze hing af van de juiste oplossing kwam en de besteedde tijd. Het vraagschema werd dan gevolgd door links eronder een makkelijker vraag of anders een vergelijkbare of hogere moeilijkheidsgraad. De vragen waarbij maar één mogelijkheid bestaat zijn van een andere orde dan de voorgaande waarbij een instapniveau is ingeschat. Ik heb een keer een vergissing gemaakt waardoor Bram de vraag WB1403 kreeg voorgelegd in plaats van WB1404, die ik erna heb voorgelegd. Een opgave komt niet terug in de gegevens, dat is WB3429 waar ik een fout heb gemaakt bij het opnemen waardoor er geen beeldmateriaal van is.

VRAGENSHEMA





XI. BIJLAGE E: REFERENTIEMATERIAAL OBSERVATIES

Klikken op de afbeeldingen van de opgaven om de link naar het desbetreffende filmpje te volgen.

Opgave HV3417

Verbale deel uitgeschreven

O: Die zetten we even uit het vizier. Opdracht HV drie vier een zeven voor Bram van der Woude. Ruud heeft een uitslag getekend van een kubus. Hij heeft echter een vlak teveel getekend. Welk vlak moet Ruud weghalen zodat hij een juiste uitslag van een kubus overhoudt?

B: Eh, nummer drie.

O: En hoe weet je dat zeker?

B: Doordat je, als je de eerste vier oprolt, dan heb je al een soort kubus. Dan moet je hem aan beide kanten dicht kunnen vouwen en dan zit daar aan één kant één te veel en dat is in dit geval nummer drie.

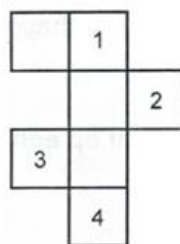
O: En wat zijn de eerste vier?

B: Dat zijn eh...die eh, verticaal.

O: Ja. En dan bedoel je met oprollen?

B: Gewoon vouwen dat je een kubusvorm krijgt.

O: Oké, dank je wel.



Ruud heeft een uitslag getekend van een kubus. Hij heeft echter 1 vlak teveel getekend.

Welk vlak moet Ruud weghalen zodat hij een juiste uitslag van een kubus overhoudt?

67

Puntsgewijze samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3417

- De armband vasthouden duidt op behoefte aan houvast.
- Bram gebruikt veelzeggende gebarentaal bij zijn verklaring.
- Bram wijst met de vinger op en neer aan voordat hij 'verticaal' weet te benomen.
- Zijn verbale verklaring ondersteunt Bram door aan te wijzen.
- Begrippen vervangt Bram door het verwijzwoord 'die' en door te wijzen.
- Zijn uitleg is niet volledig; gebaren en aanwijzingen maken die completer.
- Bram waardeert met brede grijns een compliment; hij voelt zich beloond.
- Bram leunt tweemaal achterover, eerst na zijn antwoord, dan na zijn verklaring
- Bram gebruikt de tweede persoonsvorm overdrachtelijk ('als je de eerste vier oprolt' en 'moet je hem aan beide kanten dicht kunnen vouwen').
- Bram gebruikt beeldende en actieve taal ('als je de eerste vier oprolt' en 'moet je hem aan beide kanten dicht kunnen vouwen').

Opgave HV3420

Verbale deel uitgeschreven

O: Opgave HV3420. Bram, bij deze moet je je rekenmachine denk ik zo gaan gebruiken. Boer Jan wil weten hoe hoog de boom is. Hij meet de schaduwen. Hoe hoog is de boom?

B: Kan ik dit blaadje gebruiken?

O: Je mag 't hele boekje gebruiken. Potlood ligt erbij. Je mag ook je pen gebruiken.

B: Schrijft fijner. Ja eh, ik heb hem.

O: oké, vertel.

B: Moet ik 'm afronden op helen?

O: Ja, is goed.

B: 332 cm.

O: 332 cm en eh... Hoe weet je dat?

B: Door, ik heb eerst de hoek uitgerekend. En vervolgens met die hoek met deze zijde 'die'.

O: Wat heb je gebruikt om de hoek uit te rekenen?

B: Tangens.

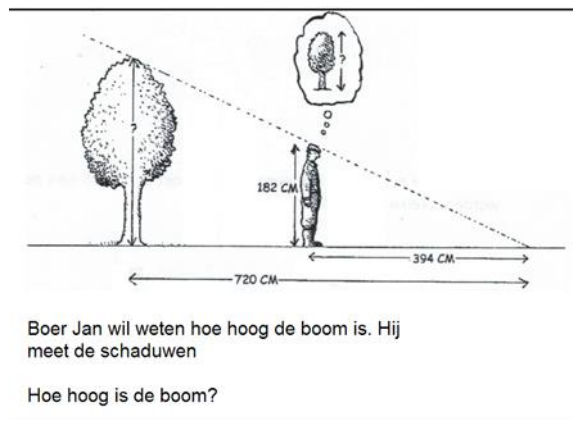
O: Tangens. Oké, boogtangens.

B: Ja.

O: En toen? Had je die hoek uitgerekend...

B: Toen heb ik de hoek keer, tan deze hoek keer, de afstand gedaan. En kwam deze eruit.

O: Mooi. Thanks.

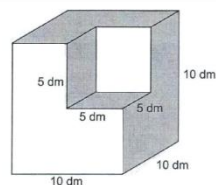


Puntsgewijze samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3420

- Bram pakt de rekenmachine zodra de vraag gesteld is.
- Voorkennis heeft hij direct paraat om de verhouding van de tangens te gebruiken (hoek berekenen).
- Wijzen ondersteunt hem visueel tijdens het oplossen.
- Mimiek en gebaar duidt op herinnering ophalen (wenkbrauwen omhoog, vingerknippen).
- Procedureel opgelost (met afrondingsfout).
- Zijn verklaring behelst de gevolgde procedure.
- Pen heeft Bram beet met beide handen.
- Aanwijzingen ondersteunen en completeren de verklaring.
- Begrippen vervangt Bram door het verwijzwoord 'die' samen met wijzen. Overstaand of aanliggend komt in het hele verhaal niet voor.
- Hij experimenteert voor uitkomsten (inhoudelijke procedure achterhaalt hij op die manier)
- Gaat pas rechtop als hij het antwoord heeft
- Gaat achterover zitten als het rond is
- Eerste persoonsvorm subjectiverend. Met de 'ik'-vorm verhaalt Bram wat hij daadwerkelijk gedaan heeft.

Opgave HV3429

Beeldmateriaal ontbreekt.



Hans Stoelenmaker heeft deze stoel ontworpen. Hij gaat de hele stoel bekleden. Dat kost 0,74 Euro per dm^2 . Wat kost het om de hele stoel te bekleden? Rond af naar boven op een tiental.

A. 230 B. 280 C. 340 D. 390 E. 450

Opgave HV3505

Verbale deel uitgeschreven

O: Opdracht HV 3505. En dan hebben we: Van driehoek ABC is hoek A 40 graden. Hoek B is 50 graden en AD is gelijk aan CD. Welke bewering is juist? En laat ik dat nog even voor wat het is.

B: Antwoord D.

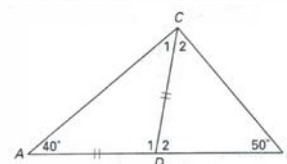
O: En hoe weet je dat zeker?

B: Door eerst ... Nou hoek A is gelijk aan hoek C, want 't zijn 2 gelijke zijdes. 't Is eigenlijk gewoon een spiegel. En dan kun je D uitrekenen door 180 min de hoeken te doen. Kwam ik op honderd uit. En dan naar de grote driehoek te kijken, hetzelfde trucje eigenlijk te doen, maar dan om C_2 te berekenen, C_1 eerst eraf halen.

O: Ja. En dan kwam je uit op?

B: Hoek D1 is 100 en hoek C2 '50'.

O: Thanks. Nice.



Van driehoek ABC is $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 50^\circ$ en $AD = CD$.

Welke bewering is juist?

A	$\angle D_1 = 100^\circ$ en $\angle C_2 = 40^\circ$
B	$\angle D_1 = 80^\circ$ en $\angle C_2 = 50^\circ$
C	$\angle D_1 = 80^\circ$ en $\angle C_2 = 40^\circ$
D	$\angle D_1 = 100^\circ$ en $\angle C_2 = 50^\circ$

69

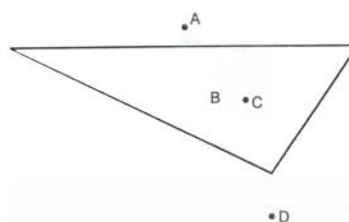
Puntsgewijze samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3505

- Kennis van gelijkbenige driehoek en hoekensom heeft Bram direct paraat.
- Hij pakt direct na de vraag de rekenmachine.
- Bram houdt de pen beet met beide handen.
- Aanwijzingen met de pen ondersteunen de verklaring van zijn juiste antwoord
- Zijn houding gaat voorover bij het oplossen, achterover na het antwoord, voorover bij de uitleg en achterover na uitleg.
- De procedurele uitleg is inhoudelijk correct, maar niet volledig. Gegevens worden niet concreet benoemd.
- Tweede en eerste persoonsvorm wisselt hij af bij actieve taal. Hij gebruikt beeldende taal met 'eraf halen' en 'spiegel' in plaats van wiskundige begrippen zoals symmetrie.

Opgave HV 3628

O: ik ga 'm weer voorlezen. Hebbes. Welk punt is het snijpunt van de drie hoogtelijnen? Een hoogtelijn gaat door een hoekpunt en staat loodrecht op overstaande zijde.

B: 't Is D.



Welk punt is het snijpunt van de drie hoogtelijnen van de driehoek?
(Een hoogtelijn gaat door een hoekpunt en staat loodrecht op overstaande zijde.)

O: Wil je de tekening voor de camera houden? En hoe weet je dat zeker?

B: Door lijnen ernaartoe te trekken.

O: Ja. Zat hier nog een moeilijkheid in vond je?

B: Nou, ik moest even kijken van hoe los ik dit op, maar wel snel door.

O: Oké. Wat was er raar aan?

B: Dat ik even moest kijken want ik zat te kijken van, 'C kan het niet zijn, A kan het niet zijn', want die komen niet bij deze lijn, die ik als eerste had getekend zeg maar. Dus moet ik 'm doortrekken naar beneden, want daar staat er nog een.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3628

- Hij pakt zijn geodriehoek zodra de vraag gesteld is.
- Hij wijst tijdens het oplossen met het potlood.
- Bram houdt de pen beet met beide handen en later het potlood.
- Hij tekent (eerst één) hoogtelijn(en).
- Na de eerste weet hij het antwoord door onmogelijkheden te elimineren. Vervolgens bevestigt hij dit met de omgekeerde werkwijze. (Trekt lijnen vanuit het hoogtepunt)
- Zijn houding gaat voorover bij het oplossen, achterover na het antwoord, voorover en recht-op bij de uitleg en achterover bij de toelichting.
- Uitbeelden met het potlood van zijn constructie in de afbeelding maakt de verklaring duidelijk.
- Begrippen vervangt Bram door de verwijswaarden 'die' en 'daar' samen met wijzen.
- Actief beeldend taalgebruik in de eerste persoon en in de derde persoon. ('Want die komen niet bij deze lijn...' en 'Dus moet ik 'm doortrekken naar beneden, want daar staat er nog een').
- Gebruikt het woord *kijken* om zijn denkproces uit te drukken.

70

Opgave HV 3630

Verbale deel uitgeschreven

O: Opgave HV drie zes drie nul. Ik lees 'm nog even voor. Ehm, Kees verdeelt een de taart in tien gelijke stukken. Daarna legt hij de stukken om en om tegen elkaar. De omtrek van de taart is ongeveer 88 cm. Hoeveel cm is de omtrek van de figuur die Kees gemaakt heeft?

B: Ehm 116.

O: Hoe weet je dat zeker?

B: Omdat de omtrek, nou, die blijft in stand, omdat alles naast elkaar is gelegd. Alleen d'r komt meer bij. En dat is eigenlijk gewoon de doortrek van de taart.

O: Jah.

B: Dus dat heb ik bij elkaar opgeteld.

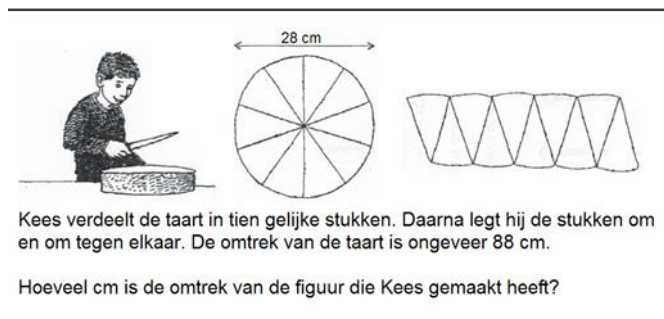
O: Dus ja..., thanks. Dat was... Welke getallen heb je bij elkaar opgeteld?

B: Die 88 en die 28.

O: Jah.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3630

- Bram heeft zijn armband weer beet (Zie houvast).
- Hij pakt de rekenmachine zodra de vraag gesteld is.
- Voorkennis van de omtrek heeft Bram paraat, diameter vervangt hij met 'doortrek'.



- Hij zit voorover bij het stellen van de vraag en oplossen, rechtop bij zijn antwoord en de verklaring en helemaal aan het eind achterover.
- De pen heeft hij beet met beide handen.
- Aanwijzingen met pen ondersteunen de verklaring en de begrippen omtrek en 'doortrek'.
- Hij wuift (*alleen d'r komt meer bij*), zet hier mee kracht achter de conclusie dat de doorsnede het enige verschil met de oorspronkelijke omtrek geeft.
- Een zwaai met de pen en verwijswoord 'dat' vervangen wat hij bij elkaar heeft opgeteld.
- Hij gebruikt informele actieve taal ('*de omtrek blijf in stand*' en '*alleen d'r komt meer bij*').
- Hij beschrijft de procedure en de onderliggende redenering, maar concrete gegevens geeft hij pas na vragen van mijn kant.
- Het actief en beeldend taalgebruik van '*naast elkaar gelegd*' wordt hier waarschijnlijk ingegeven door de situatie uit het vraagstuk.

Opgave HV 3631

Verbale deel uitgeschreven

O: Ik lees 'm voor. Je hebt drie stokjes. Eentje van 5, eentje van 12 en eentje van 13 cm. En dan eh... Jan die legt met deze drie staafjes een driehoek. En dan moet je een keuze maken uit wat voor soort driehoek dat is. A: Een driehoek met een scherpe hoek en twee stompe hoeken. Of B: Een driehoek met twee scherpe en een stompe hoek. Of C: Een driehoek met twee scherpe hoeken en rechte hoek. Of D: Een driehoek met drie scherpe hoeken.

B: Ik denk D.

O: En hoe weet je dat zeker?

B: Je hebt sowieso een scherpe hoek als je die 12 op die 13 zet. En je hebt dan je hebt dan niet zo'n grote afstand dat ie **oversteekt**, dat je (aan) een stompe hoek hebt (kan komen).

O: Jah. Maar weet je 't dan zeker dat 't scherpe hoeken zijn?

B: Ja, bijna wel.

O: Bijna wel waarom niet helemaal dan?

B: Nou, ik kan niet echt helemaal **intekenen**. Als ik kan tekenen weet ik het wel precies maar...

O: Je hebt de stompe hoek eigenlijk uitgesloten?

B: Ja want ik zie er ... geen hoek van die groter is dan 90 graden.

O: Juist. En 90 graden dan?

B: Zou wel in de buurt komen denk ik.

O: Hoe kun je dat checken?

B: Gewoon de geo nemen en...

O: Of?

B: meten

O: Of...

B: tekenen

O: Rechte hoek altijd?

B: Is altijd eh?

O: Een driehoek met een rechte hoek, waar moet die altijd aan voldoen?

B: Daar moet altijd een hoek van 90 graden in zitten.

O: Een driehoek met een rechte hoek, waar moet die altijd aan voldoen?



B: Hoe bedoel je? Wacht even hoor. Moet ik even denken. Oh ja, stelling van Pythagoras.
 O: Zou dat kunnen?
 B: Zou dat kunnen? Ja, dat zou zeker kunnen. (Checkt met rekenmachine) Ja, klopt precies. Er zit een hoek van 90 graden in.
 O: Dus 't antwoord is?
 B: Ja, antwoord D.
 O: Oké. Maar er zit nu toch zeker weten een rechte hoek?
 B: Oh ja, da's waar. 't Is antwoord C.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3631

- Hij gebruikt handgebaren bij oplossen.
- Hij pakt al tijdens het stellen van de vraag zijn geodriehoek.
- Visueel wijzen tijdens oplossen ondersteunt het proces.
- Hij zit voorover tijdens het stellen van de vraag en het oplossen, rechtop als hij antwoordt.
- Hij vertrouwt op inschatting en visualisatie, zo blijkt uit zijn antwoord.
- Nonverbaal toont Bram hier 'onzeker' signalen, schudt hoofd, krabt kin, wrijft wang, krabt hoofd, tikt neus, wrijft neus, kijkt weg, trekt wenkbrauwen op, knippert. Als hem gevraagd wordt hoe hij de stompe en rechte hoek uitsluit.
- Handgebaren ondersteunen de begrippen hoeken, 'oversteken', en vervangen steeds 'zijde'.
- Mimiek en lichaamstaal ondersteunen de boodschap (schouderophalen en wenkbrauwen optrekken) dat iets vanzelfsprekend is.
- De verklaring geeft het oplosproces goed weer, maar klopt niet.
- De gekozen visuele strategie staat het gebruik van de benodigde kennis in de weg (Stelling van Pythagoras).
- Kennis van Pythagoras blijkt na doorvragen aanwezig.
- Zijn taalgebruik is weer actief en mooi informeel (*dat ie oversteekt*).
- De tweede persoon wordt weer overdrachtelijk gebruikt: "Je hebt niet zo'n driehoek..." Die er ook niet is.
- De eerste persoon wordt weer gebruikt om daadwerkelijke processen te benoemen
- Om het denkproces uit te drukken wordt 'zie' gebruikt. (Feitelijk is er niets te zien)
- Hij maakt ook twee zinnen in één. "...dat je (aan) een stompe hoek hebt (kan komen)". Wat tussen haakjes staat wordt zachter uitgesproken.

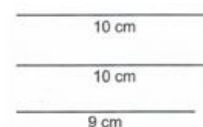
72

Opgave HV 3634

Verbale deel uitgeschreven

O: Ehm... Annelieke legt met deze drie stokjes een driehoek. Hoe groot zijn de drie hoeken van deze driehoek?
 B: Antwoord E.
 O: Antwoord E. wil je even laten zien wat je getekend hebt. Voor de camera? Yes. En hoe weet je het zeker?
 B: Nah, je hebt twee gelijke zijdes. Dus dan heb je ook twee gelijke hoeken. Dus dan heb je er eentje. Met de berekening kijken met welke die klopt.

O: Jah. Dus je wist al dat je twee gelijke hoeken had. Enne... Was d'r nog, is er ook een andere manier om dit te checken? Als je kijkt naar je tekening?



Annelieke legt met deze 3 stokjes een driehoek.
 Hoe groot zijn de 3 hoeken van deze driehoek?

- A 25° - 25° - 130°
- B 27° - 27° - 126°
- C 62° - 62° - 56°
- D 63° - 63° - 54°
- E 64° - 64° - 52°

B: En dan kun je inderdaad met eh... Pythagoras kun je het ook nog uitrekenen. Nee met de, eh, gonio.

O: Kun je het uitleggen?

B: Nou door een hulplijntje te tekenen, heb je een hoek van 90 graden. Dan kun je met die 9, daar maak je dan vierenhalf van, omdat je hem in tweeën splitst. En dan kun je hem omdat je de zijdes weet, kun je de hoek uitrekenen.

O: Jah, en welke zou je dan in dit geval gebruiken?

B: 't Ligt eraan welke hoek ik moet weten. Dus een beetje... Ik denk wat ik kan is eerst de sinus gaan nemen. Die is voor mij het makkelijkst. Die heb ik het snelst in mijn hoofd.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3634

- Vrij snel na de vraag pakt Bram notitieboekje en geodriehoek
- Goede constructie gemaakt (leereffect van het vorige probleem?)
- Nonverbale signalen duiden op inspanning of vermoeidheid? Hij blaast zijn wang op en zucht ook licht tijdens het oplossen.
- Hij zit voorover en rechtop tijdens het stellen van de vraag en het oplossen. Bij zijn verklaring zit hij dit keer rechtop.
- Hij meet de hoek met geodriehoek (bijna 1 graad verschil).
- Aanwijzingen met de geodriehoek ondersteunen de verklaring en vervangt samen met 'eentje' een hoek.
- Door zijn hand om te draaien maakt Bram een 'dus' gebaar
- Procedureel onvolledig uitgelegd (*Dus dan heb je ook twee gelijke hoeken, dus dan heb je er eentje*).
- Geodriehoek heeft hij beet beide handen (eind).
- Zijn taalgebruik is weer actief, beeldend en mooi informeel (*omdat je hem in tweeën splitst*).
- De tweede persoon wordt weer overdrachtelijk gebruikt: "*door een hulplijntje heb je een hoek van negentig graden...*" en (*...omdat je hem in tweeën splitst*). Dat zijn geen feitelijkheden maar weergaven van mogelijke processen.
- De eerste persoon wordt weer gebruikt om daadwerkelijke processen te benoemen (*ik denk, wat ik kan, die heb ik het snelst in mijn hoofd*)

73

Opgave HV 3502

Verbale deel uitgeschreven

O: Wouter zit, onder het eerste plaatje staat: Wouter zit naast zijn vader in de auto en om kwart voor een, twaalf uur vijfenveertig dus, passeren ze dit bord. Om negen voor een, voor een, twaalf uur eenenvijftig dus passeren ze dit bord. Daar staat 'Eindhoven 60 km'. Ze blijven met dezelfde snelheid rijden. Hoe laat zijn ze in Eindhoven?

B: Antwoord C. Dertien zevenentwintig.

O: En hoe weet je dat zeker?

B: Omdat ze, over tien kilometer doen ze zes minuten. En dan zes keer en ze moeten nog zestig kilometer, dus zes keer zes; zesendertig. En dan haal ik d'r negen vanaf.

O: Mooi.

B: Tel ik bij die 51 op. En zo kom je uiteindelijk bij die dertien zevenentwintig.



Wouter zit naast zijn vader in de auto en om 12:45 passeren ze dit bord.



Om 12:51 passeren ze dit bord. Ze blijven met dezelfde snelheid rijden

Hoe laat zijn ze in Eindhoven?

A. 13:21 B. 13:25 C. 13:27 D. 13:31

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3502

- Hij pakt al voor de ik de vraag stel de rekenmachine.
- Zijn houding gaat voorover tijdens het oplossen.
- Zijn houding gaat achterover na zijn antwoord.
- Hij zit voorover tijdens zijn verklaring en meer achterover naar het einde toe.
- Schuivend wijzen met de pen heen en weer tussen de afbeeldingen ondersteunt de verklaring 'over tien kilometer doen ze zes minuten' met het overbruggen tijd en afstand.
- pen met links beet bij oplossen.
- Hij heeft de pen beet met beide handen tijdens zijn verklaring.
- De armband pakken duidt ook op het zoeken van houvast.
- De concrete uitleg bij reken/ negen eraf en bij 51 optellen is dubbelop, maar dit staat de juiste berekening en conclusie niet in de weg.
- Zijn taalgebruik is weer actief en informeel (*En zo kom je uiteindelijk bij die dertien zevenentwintig*).
- De tweede persoon wordt weer overdrachtelijk gebruikt (*En zo kom je uiteindelijk bij die dertien zevenentwintig*).

Opgave HV 3622

O: Een duiker heeft een schatkist gevonden met 128 kilogram gouden munten. Een gouden munt weegt 4 gram en is 10 Euro waard. Hoeveel is de schat waard?

B: Driehonderdtwintigduizend Euro.

O: Hoe weet je dat zeker?

B: Ik heb eerst van **die 128 kilogram heb ik gram gemaakt**.

O: Dat was?

B: Honderdachtentwintig duizend gram heb ik gedeeld door vier gedaan. En dan keer tien.

O: Mooi, thanks.

Een duiker heeft een schatkist gevonden met 128 kilogram gouden munten.

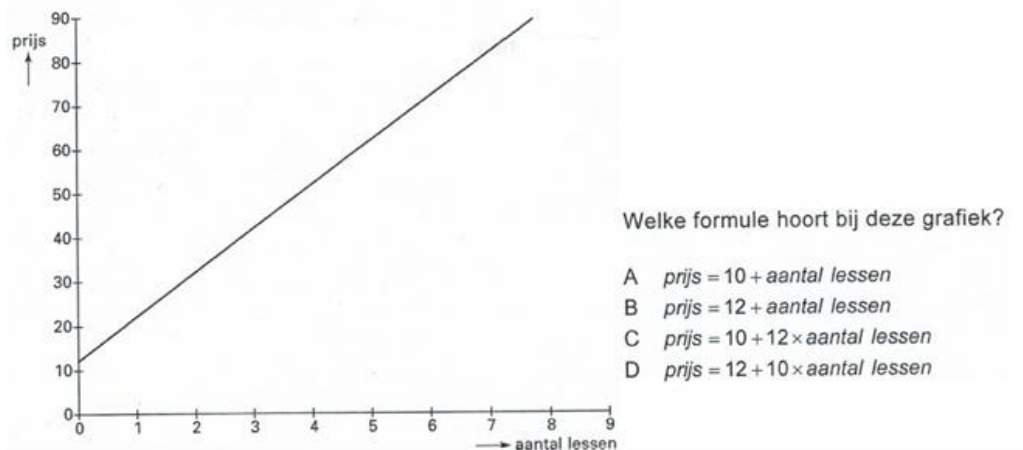
Een gouden munt weegt 4 gram en is 10 Euro waard.

Hoeveel is de schat waard?

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3622

- Hij heeft de armband beet. (houvast)
- Hij pakt de pen al voor het einde van de vraag.
- Hij pakt het notitieboekje al tijdens de vraag.
- Hij schrijft de uitkomsten van zijn berekeningen (eerst voor gram) op.
- Hij gebruikt de rekenmachine voor het delen van 128000 gram door vier.
- Heen en weer wijzingen ondersteunt de verklaring. (Hij wijst met pen naar de getallen)
- Hij heeft voorkennis direct paraat voor het omzetten van gewicht. (Chunking)
- De wenkbrouwen optrekken suggereert zekerheid bij het geven van het antwoord, maar kan ook op het herinneren van het proces duiden.
- Hij geeft geen concrete uitleg bij rekenen van kilo naar gram wel het berekenen van de totale waarde.
- Zijn houding is in overeenstemming met het meest voorkomende patroon.
- Zijn taalgebruik is weer actief en mooi informeel (*Ik heb eerst van die 128 kilogram heb ik gram gemaakt*).
- De eerste persoon wordt weer gebruikt om daadwerkelijke processen te benoemen (*Honderdachtentwintig duizend gram heb ik gedeeld door vier gedaan*)

Opgave 3402



O: Oh, ik moet hem even voorlezen. Welke formule hoort bij deze grafiek? Is dat A: prijs is 10 plus aantal lessen. B: prijs is 12 plus aantal lessen. C: prijs is 10 plus twaalf keer aantal lessen. Of D: prijs is 12 plus tien keer aantal lessen?

B: Dat is... D.

O: En hoe weet je dat zeker?

B: Hij begint sowieso bij 12. Dus A en C vallen af, want die, dat is 10. En het is niet, zeg maar, telkens plus, plus een. Anders waren ze een veel minder steile lijn hebben namelijk.

O: Maar dan is het dus D of B? Oh, ja, ja ik snap wat je bedoelt. Je hebt 'm geëlimineerd. Het kan niet een zijn, zeg jij, want dan zou die hier niet naar zo'n hoog getal moeten springen

B: Ja, ja.

76

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3402

- Hij pakt de geodriehoek al tijdens het stellen van de vraag.
- Hij heeft de pen beet met beide handen.
- Hij houdt de geodriehoek beet met links.
- Hij meet de verticale afstand tussen 10 en 15 en 10 en twaalf op de y-as. (Chunking)
- Wijzen naar punten op de grafiek en de getallen ondersteunen de verklaring.
- Hij elimineert antwoordmogelijkheden middels begingetal en het hellingsgetal die uit de grafiek volgen.
- Voorkennis direct paraat voor visuele indicatoren begingetal en het hellingsgetal. (Chunking)
- Hij trekt zijn wenkbrauwen op, wat hier suggereert dat hij zeker is bij het geven van het antwoord en later de betekenis van 'logisch toch?' lijkt te hebben.
- Zijn uitleg is duidelijk en suggereert waarom het verschil te groot is voor het antwoord met hellingsgetal 1.
- Wijzen met de geo naar het begingetal samen met de combinatie van verwijswaarden 'die, dat' vervangt het noemen van begingetal.
- Zijn houding komt overeen met het veelvoorkomende patroon.
- Actief taalgebruik in de derde persoon (*Hij begint sowieso bij 12. Dus A en C vallen af, want die, dat is 10. En het is niet, zeg maar, telkens plus, plus een. Anders waren ze een veel minder steile lijn hebben namelijk*)

Opgave HV3418

Verbale deel uitgeschreven

O: Een, eh, camper huren kost 300 Euro. Verder moet er nog 25 cent per kilometer worden betaald. Welke grafiek hoort hierbij?

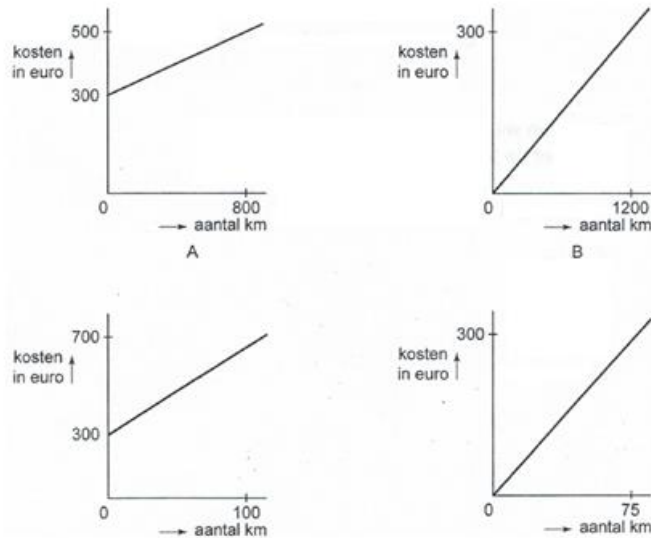
B: De eerste.

O: En waarom denk je dat?

B: 't Startbedrag is eh 300 en 25 cent per kilometer. En dan heb ik daar euro's van gemaakt dus dan heb je euro's. En als je dan nul komma 25 keer 800 doet kom je op 200. Als je dat bij die 300 doet, heb je 500.

O: Hartstikke mooi. Helder uitgelegd, Bram.

Een camper huren kost 300 Euro. verder moet er nog 25 cent per kilometer worden betaald. Welke grafiek hoort hierbij?



Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3418

- Bram pakt de rekenmachine beet met beide handen.
- Hij pakt zijn armband beet.
- Al vrij snel na het stellen van de vraag pakt hij de rekenmachine.
- Hij heeft zijn kennis van visuele indicatoren begingetal en het hellingsgetal direct paraat.
- Hij geeft zijn concrete berekening van het hellingsgetal en waar dat op uit komt.
- Met aanwijzingen naar het begingetal op de grafiek en de getallen ondersteunt hij zijn verklaring.
- Het wijzen maakt de verklaring compleet als het gaat om het punt (800, 500) op de grafiek.
- Met een glimlach waardeert hij het compliment.
- Zijn houding is in overeenstemming met het geijkte patroon.
- Zijn taalgebruik is weer actief en informeel (*Als je dat bij die 300 doet, heb je 500.*).
- De tweede persoon wordt zowel overdrachtelijk als concreet gebruikt (*dus dan heb je euro's* maar ook *En als je dan nul komma 25 keer 800 doet kom je op 200*).
- De eerste persoon gebruikt hij in actieve vorm. (*heb ik daar euro's van gemaakt*)

77

Opgave HV3617

Verbale deel uitgeschreven

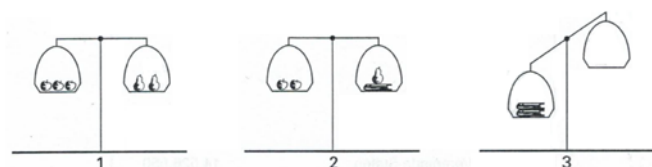
O: Op 't, eh, lege schaalte in plaatje 3 moet iets neergelegd worden om ook daar de balans in evenwicht te krijgen. Wat kan dat zijn?

B: Da's eh 1 appel.

O: Antwoord A. En hoe weet je dat zeker?

B: Je hebt in plaatje 1, heb je 2 peren en drie appels. 1 Peer is anderhalve appel. En als je dan kijkt naar plaatje 2 dan heb je 1 peer, dus da's anderhalve appel dan hou je nog een halve over. En dat is dan het plaatje... Dat andere wat eronder ligt.

O: Mooi, ja.



Op het lege schaalte in plaatje 3 moet iets neergelegd worden om ook daar de balans in evenwicht te krijgen.

Wat kan dat zijn?

- A. 1 appel B. 1 appel en 1 peer C. 2 peren D. 2 appels

B: En in plaatje 3 heb je er 2, dus dan doe je een half keer 2. Dan heb je 1.

O: Eén appel. Thanks.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3617

- Bram pakt zijn armband beet.
- Hij tikt neus en lippen aan bij het oplossen.
- Bram wijst naar de plaatjes ondersteunen bij de verklaring. En in zijn conclusie vervangt het wijzen samen met 'heb je er 2' boeken, wat hij niet herkende in zijn vorige zin.
- Zijn wenkbrauwen omhoog suggereren zekerheid bij het geven van het antwoord en later iets in de trant van 'logisch toch?'.
- In zijn verklaring worden de concrete getallen benoemd bij de berekening.
- Zijn verklaring is sluitend.
- Zijn houding is steeds in overeenstemming met het heersende patroon.
- Met een glimlach waardeert het hij compliment.
- De hand duidt een vanzelfsprekendheid door even een slagje om te draaien (1:23).
- Zijn taalgebruik is weer actief en mooi informeel (dan hou je nog een halve over).
- De tweede persoonsvorm wordt zowel overdrachtelijk als concreet gebruikt (dan hou je nog een halve over maar ook dus dan doe je een half keer 2. Dan heb je 1.).
- De eerste persoon wordt niet gebruikt

Opgave HV3627

Verbale deel uitgeschreven

O: En je mag weer hardop proberen te denken, als het je dwarszit vooral niet doen. Ik ga 'm voorlezen. Dus stort je d'r nog niet op. Gegeven is de formule y is x kwadraat plus $6x$ plus vijf. Wat zijn de coördinaten van de top van de grafiek die bij deze formule hoort?

Gegeven is de formule $y = x^2 + 6x + 5$.

Wat zijn de coördinaten van de top van de grafiek die bij deze formule hoort?

A. (-3, -4)

B. (-3, -22)

C. (-2,5; -3,75)

D. (-2,5; -16,25)

B: Wauw, gaat echt niet goed.

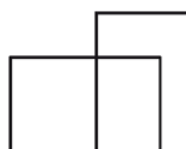
O: Anders passen we even?

B: Ja doe maar. Ik zie 'm echt niet.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag HV3627

- Er wordt bij deze opdracht niet gewezen.
- Hij maakt gebaren die erop duiden dat hij 't zwaar heeft.
- Hij zucht als hij aangeeft dat het 'echt niet goed' gaat.
- Hij grijnst en gniffelt bij het passen, wat er goed op kan duiden dat hij zich geneert.
- De kennis voor de top van een parabool heeft hij niet paraat. (Blijkt de formule vergeten en op tekenen komt hij pas na doorvragen)
- Zijn houding is steeds in overeenstemming met het heersende patroon.
- 'Ik zie', wordt gebruikt om het denkproces uit te drukken. (Feitelijk is er niets te zien)

Opgave WB1401



In de figuur is een aantal rechthoeken te zien. Hoeveel?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

E. 6

O: eh Opgave 14 nul een. In de figuur is een aantal rechthoeken te zien. Hoeveel? Hoeveel rechthoeken zijn er te zien?

B: Ik denk 4

O: En weet je het ook zeker?

B: Niet, ja ik heb hier sowieso 1 grote. Ik heb hier een andere grote. Ik heb hier een kleintje in zitten. Dit denk ik dat 't ook wel wat is.

O: Oké, begrippen hè Jij denkt als het een vierkant is, is het geen rechthoek?

B: Ja, maar kijk

O: Jij denkt als het een vierkant is, is het geen rechthoek?

B: Mja.

O: Nou, een vierkant is een bijzonder rechthoek, maar een vierkant is wel een rechthoek.

B: Oh. oké, dat wist ik niet meer.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WB1401

- Een gebrek aan voorkennis frustreert zijn oplossingsproces (begrippen rechthoek, vierkant)
- Zijn houding is weer in overeenstemming met het geobserveerde patroon.
- Tijdens het oplossen wijst hij met pen naar de rechthoeken in de figuur.
- Meten met geodriehoek weerlegt het vermoeden van een vierkant blijkbaar niet.
- Hij houdt pen weer beet met beide handen.
- Houdt pen vast met rechts.
- Zijn hoofd schudden ondersteunt verbale ontkenning; 'niet'.
- Met wijzen naar de afzonderlijke rechthoeken, vervangt hij het benoemen ervan. Voor het mogelijke vierkant geldt dat wijzen samen met het aanwijzend voornaamwoord 'dit' het benoemen ook vervangt.
- Lichte glimlach toont gene.
- Zijn gedrag met meten voor en tijdens de verklaring 'Dat 't ook wel wat is' maakt duidelijk waar het probleem zat.
- Hij gebruikt de eerste persoon en eigent zich de figuren bij herhaling toe met 'ik heb hier'.
- Taalgebruik is Informeel en een beetje beeldend 'ik heb hier een kleintje zitten'.

79

Opgave WB1403

Van twee getallen is het volgende bekend:

Als je ze optelt, krijg je 37 en als je ze vermenigvuldigt 36.

Wat is het verschil van die twee getallen?

A. 1

B. 4

C. 10

D. 26

E. 35

Verbale deel uitgeschreven

O: Van 2 getallen is het volgende bekend: Als je ze bij elkaar optelt krijg je 37 als je ze met elkaar vermenigvuldigt 36. Opgeteld zijn ze 37 en met elkaar vermenigvuldigd 36. Wat is het verschil tussen die 2 getallen?

B: (praat in zichzelf).

O: Dus als je ze bij elkaar optelt is 't 37. Keer elkaar is 36. En je moet 't verschil van die 2 getallen weten.

B: 37, ja. kan zoveel zijn... 'k Zou zo niet weten. Nee, zijn niet met de zes... Je moet niet 6 keer 6 hebben... Dat klopt niet... Als je die bij elkaar optelt heb je 12... Die uitsluiten, da's uit te sluiten... Mmm.

Ik zie nog geen, 'k heb voor mezelf nog geen logische verklaring. 'k Probeer nu dingen uit te sluiten. Als je ze optelt krijg je 37. Als je ze vermenigvuldigt 36... Tja, ... oh 't is A, ... denk ik.

O: Want?

B: Eh, als je 36 plus 1 doet heb je 37. Als je 36, als je die vermenigvuldigt; 36 keer 1 dan heb je 36.

O: Ja, maar is het antwoord dan A? Want nou is de vraag; wat is 't verschil van die 2 getallen?

B: Nou, dat is dan 35.

O: Ja. Wat was, wat dacht jij dan bij A, wat had je dan uitgerekend?

B: Nee, ik dacht ik, zit verschil tussen welk getal moet 't dan zijn dus daarom zei ik A.

O: Ja. Die zat er niet bij dus dat was even welke?

B: Ja.

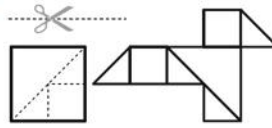
O: Oké.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WB1403

- Hij wijst niets aan.
- Hij elimineert onmogelijkheden beginnend bij 6 keer 6.
- De armband lijkt weer als houvast te dienen.
- Zijn houding wisselt sterk af.
- Nonverbaal onzeker signalen, houdingen, knipperen, trommelen, aan zijn shirt trekken, wbo, trekken aan oor, steunen op mond en wang, plukken aan lip bepalen het beeld.
- Hij verbaliseert tijdens het oplossen!
- Vindt afleiding bij kitten door te aaïen en lijkt een beetje af te haken.
- Hij zet door.
- Hij toont gebarentaal bij verklaring: schuiven met de handen, 1 met de vinger aangeven, handen in de lucht bij tijd 4:36 alsof hij de vogel eindelijk los kan laten.
- De conclusie is niet in overeenstemming met het gevraagde, de twee ingredienten heeft hij wel verzameld.
- Een lichte glimlach toont zijn gene.
- Zijn denkproces drukt Bram in de eerste persoon uit tijdens het oplossen ('k Zou zo niet weten' en 'Ik zie nog geen, 'k heb voor mezelf nog geen logische verklaring. 'k Probeer nu dingen uit te sluiten.' En 'oh 't is A, ... denk ik')
- De tweede persoon wordt zowel overdrachtelijk als concreet gebruikt bij zowel het zoeken naar de oplossing als de verklaring (*Je moet niet 6 keer 6 hebben en Als je die bij elkaar optelt heb je 12 en als je 36 plus 1 doet heb je 37. Als je 36, als je die vermenigvuldigt; 36 keer 1 dan heb je 36.*)

Opgave WB1404

Fiona heeft een aantal vierkante knipbladen, allemaal met oppervlakte 4. Ze knipt deze over de stippellijnen in vierkanten en in rechthoekige driehoeken, zoals in de linker figuur. Met een aantal van deze stukken maakt ze de 'vogel' zoals in de rechter figuur. Wat is de oppervlakte van deze vogel?



- A. 4 B. 4,5 C. 5 D. 6 E. 8

Verbale deel uitgeschreven

O: Erbij pakken. Heel verhaal. Fiona heeft een aantal vierkante knipbladen Dat is het eerste met het schaartje erboven. Allemaal met oppervlakte vier. Ze knipt deze over de stippellijnen in vierkanten en in rechthoekige driehoeken, zoals in de linker figuur. Dat is die eerste. Met een aantal van deze stukken maakt ze de 'vogel' zoals in de rechter figuur. Wat is de oppervlakte van deze vogel? ...

Dus Fiona heeft een aantal vierkante knipbladen, allemaal van oppervlakte 4. Dat is het eerste plaatje.

B: Mhm hm... Eh 6.

O: Mooi. Hoe weet je dat zeker?

B: Nou, dat vierkant is vier en de helft dat is dan 2 en daar weer de helft van is dan 1. Dus zo kun je alles bij elkaar optellen.

O: Ja. Kun je eens aanwijzen wat je gedaan hebt?

B: Ik heb eerst die kleine driehoekjes bij elkaar opgeteld die is namelijk; twee zijn namelijk 1 en dan heb je dus 2. En dan heb je 2 kleine vierkantjes die zijn 1. En een grote driehoek en dat is dan 2. Die bij elkaar optellen is 6.

O: Ja mooi.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WB1404

- De armband biedt enige houvast.
- Hij wijst de onderdelen van de figuren aan bij tellend oplossen.
- Zijn houding is rechtop met katten op schoot
- Zijn glimlach waardeert het compliment
- Een procedurele bij eerste uitleg is zonder concrete getallen, waarbij de conclusie niet herhaald wordt.
- Met aanwijzen ondersteunt hij zijn verklaring door het vierkant en de driehoeken, ook voordat ik het vraag, aan te wijzen.
- In tweede instantie na mijn vraag alles aan te wijzen wordt hij heel concreet.
- De tweede en eerste persoon worden zowel overdrachtelijk als concreet gebruikt als procedureel gebruikt.

Opgave WB 1520

Meneer *Kei* laat zijn 5 leerlingen raden hoeveel van hen het huiswerk hebben gemaakt. *Ali* antwoordt 0, *Bert* 1, *Caroline* 2, *Desi* 3 en *Elsje* 4. Meneer *Kei* merkt dat de niet-makers het fout hebben geraden en de makers het goed.



Hoeveel leerlingen hebben het huiswerk gemaakt?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

Verbale deel uitgeschreven

O: komt een heel verhaal aan. Ja. Ehm. Meneer Kei laat zijn vijf leerlingen raden hoeveel van hen het huiswerk hebben gemaakt. Ali antwoordt nul, Bert één, Caroline 2, Desi 3 en Elsje 4. Meneer Kei merkt dat de niet-makers het fout hebben geraden en de makers het goed. Hoeveel leerlingen hebben het huiswerk gemaakt?

Dus, zal ik 'm nog een keer voorlezen?

B: Hm, ja.

O: Meneer Klei laat zijn vijf leerlingen raden hoeveel van hen het huiswerk hebben gemaakt. Ali antwoordt 0, Bert één, Caroline zegt 2, Desi 3 en Elsje 4. Meneer Kei merkt dat de niet- makers het fout, het fout hebben en de makers hebben het goed.

B: 't Zijn, d'r zijn meerdere antwoorden mogelijk, denk ik... 'k Denk twee of drie.

O: Maar je weet 't niet zeker.

B: Nee, want er zijn meerdere antwoorden goed.

O: Kan dat?

B: Jaha, eigenlijk wel?

O: Want 't zijn allemaal verschillende antwoorden.

B: Ja.

O: Toch? 't Zijn allemaal verschillende antwoorden. Hij zegt...

B: Degenen die 't fout hebben.

O: Die 't niet gemaakt hebben, hun huiswerk, hebben 't fout. En die 't wel gemaakt hebben, hebben 't goed.

B: Ja, ja. Die eerste is sowieso fout; nul.

O: Want dan had ie 't niet gemaakt.

B: Maar één zou ook kunnen.

O: Ja, één zou heel goed kunnen want?

B: Nou, als een iemand zijn huiswerk heeft gemaakt dan heeft de rest 't fout.

O: Ja, dan is hij de enige met 't goede antwoord. En C dan; twee?

B: Nou, dat is eh, dat zou ook kunnen, want als twee het huiswerk gemaakt hebben, tenminste ... Nee, dan zou 't,... vier, 't is dan denk ik wel... Nee, 't is, moet 'B', wel één zijn.

O: Want? Ik snap niet waarom C nou niet kan? Kan toch ook wel?

B: Nee, eh, 't zou ook kunnen, maar dan heb je eh, als er twee mensen het goed moeten hebben.

O: En?

B: Dat kan niet.

O: Want? Dat is niet zo?

B: Nee.

O: Hoezo niet?

B: D'r zijn maar... Ze zijn met z'n vijven.

O: En?

B: Eén iemand heeft maar 't goede antwoord.

O: En dit zijn allemaal...?

B: Verschillende antwoorden, dus.

O: Precies. Mooi Bram. Dank je. Die was wel, dit is wel raar denken hè?

B: Ja.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WB1520

- Bram wijst niets aan.
- Zijn houding is meestal maar niet helemaal in met het gebruikelijke patroon.
- Zijn armband dient tot steun of speelgoed voor Sammy.
- Zijn verklaring klopt niet en hij uit twijfel.
- Hij komt begeleid achter de conclusie
- Zijn armband houdt hij vast
- De schrik om zijn katten die de klauwen uitslaat toont mogelijk zijn concentratie.
- Onzekerheid toont hij door wbo/ pl/tol
- Eerste persoon alleen gebruikt bij '*ik denk*'.

Opgave WP1405



We zetten de drie dik getekende paden in volgorde van kortste naar langste.

Wat is de juiste volgorde?

- A. a, b, c B. a, c, b C. b, a, c D. b, c, a E. c, b, a

Verbale deel uitgeschreven

O: Ehm. We zetten de drie dik getekende paden in volgorde van kortste naar langste. Wat is de juiste volgorde?

B: Nou A is sowieso 't langst.

O: Mooi, dus die komt als laatst.

B: Ja. Ik denk dat 't de laatste is.

O: Weet je 't zeker?

B: ik denk dat 't niet heel erg veel uitmaakt. Dit is gebogen en dit is recht.

O: Je had 'm goed hoor.

B: Ja.

O: Maar waarom is nog niet duidelijk.

B: Ik heb 'm nu wel. Denk ik.

O: Ja, want?

B: ik weet 't nu zeker.

O: Ja, oké vertel; hoe?

B: Die halve cirkels kun je bij elkaar optellen en als je daar de omtrek van weet dan is die uiteindelijk langer als je die bij elkaar optelt.

O: Dan, dan?

B: Dan is die uiteindelijk die kromme zijde is dan uiteindelijk langer dan die schuine van die c.

O: Heb je de cirkel erop toegepast?

B: Mm. (knikt)

En hier heb je dan op die heb je wat toegepast?

B: Pythagoras.

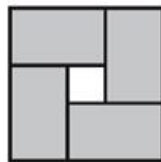
O: Pythagoras. Oké.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WP1405

- De armband biedt houvast.
- Hij heeft de pen beet met beide handen.
- Bram wijst langs de lijnen bij het oplossen.
- Zijn visuele strategie vormt een drempel voor het maken van concrete berekeningen.
- Zijn houding is weer in overeenstemming met het geobserveerde patroon.
- Bram toont non-verbale denksignalen; tikt met pen, wenkbrauwen omhoog, tikt kin en mond, wrijft kin, perst lippen, tong over lippen.
- De rekenmachine komt pas laat, hij maakt dan alles concreet.
- Hij praat tijdens het proces.
- Met wijzen ondersteunt hij zijn verklaring, waarbij de combinatie met aanwijzend voor-naamwoord 'die', benoemen van de betreffende figuur of lijnen worden vervangt.
- De procedurele uitleg is incompleet, wordt inhoudelijk met gebruik van pythagoras en omtrek van de cirkel na doorvragen mijnerzijds.
- Hij heeft de voorkennis paraat.
- Eerste persoon is alleen voor 'ik denk'
- In de tweede persoon drukt hij het proces voor de procedure overdrachtelijk uit.

Opgave WP 1604

85



Vier even grote grijze rechthoeken vormen samen een groot vierkant, zoals in het plaatje. Binnen de rechthoeken ligt dan nog een klein wit vierkantje. De oppervlakte van het witte vierkant is 4 cm^2 , van het grote vierkant 64 cm^2 .

Hoeveel cm is de omtrek van zo'n grijze rechthoek?

Verbale deel uitgeschreven

O: En ik lees 'm je even voor. Kijk maar naar 't plaatje. Vier even grote grijze rechthoeken vormen samen een groot vierkant, zoals in het plaatje. Binnen de rechthoeken ligt dan nog een klein wit vierkantje. De oppervlakte van het witte vierkantje is vier vierkante centimeter, van het grote vierkant, het totaal dus, vierenzestig vierkante centimeter. En de vraag is nu: Hoeveel centimeter is de omtrek van een grijze rechthoek? Nog gegevens een keertje noemen?

B: Vier centimeter.

O: Ja en vier en zestig is de oppervlakte van het totale vierkant.

B: Ja.

O: Nou, dat is niet in verhouding, getekend denk ik, hoor.

B: Ik denk 64 centimeter.

O: De omtrek van een grijs rechthoekje? Oké. Waarom denk je dat?

B: Nou, 't is een vierkant dus 32... nee.

O: Oppervlakte is 64

B: Klopt niet. Dat klopt niet. Moet 't 16 zijn.

O: 16? Zeg je?

B: Ja.

O: Vertel.

B: Nou eerst, 't is een vierkant. Moet je eerst even een zijde weten. Da's gewoon de wortel van 64.

O: Had je 'm net gedeeld door 2?

B: Ja, 't is. Ik doe wel vaker dingen van... Maar 't klopt uiteindelijk niet. Zo ging 't op het examen ook, maar...

O: Maar toen eh acht? Wist je dus de zijkant.

B: Ja, ja.

O: En toen heb je een stap gemaakt naar 16?

B: Ja. Want deze afstand lijkt even groot als één zo'n afstand.

O: Die is even groot?

B: Ja. Zo ben ik erop gekomen.

O: En dan? Heb je dus acht.

B: Acht en acht dat is zestien.

O: Mooi gedaan. Grappig jongen.

B: Ja dat heb ik wel vaker

O: De zijde van een vierkant

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WP1604

- Hij toont non-verbale denksignalen; wrijft zijn mond, wringt de vingers en krabt zijn wang.
- Hij wijst tijdens het oplossen naar verschillende onderdelen.
- Hij meet met de geodriehoek de zijden van de rechthoek.
- Hij maakt informatie over het witte vierkantje overbodig voor het oplossen

- Zijn zithouding is in overeenstemming met het bekende patroon, met uitzondering dat hij tussendoor een paar keer heel even achteroverleunt.
- Hij knikt, waarmee hij een 'ja' vervangt.
- Non-verbaal toont hij onzekerheid door aan zijn oor te trekken.
- Hij herstelt zijn fout na de helft van 64 te nemen in plaats van de wortel getrokken te hebben.
- Hij verklaart vaker domme dingen te doen en ondersteunt dit met wuiven en vinger in de lucht.
- Het aanwijzen ondersteunt de verklaring en maakt die completer als hij lengtes van zijden uitdrukt als 'deze' en 'zo'n afstand'.
- De procedure incompleet, conclusie klopt, maar zekerheid over met name gelijke lengtes zweeft nog ergens rond.
- In de tweede persoon blijft Bram procedureel en in de derde persoon spreekt Bram concreter met getallen: 't is een vierkant. Moet je eerst even een zijde weten. Da's gewoon de wortel van 64'

Opgave WP1408



De rechte lijn van A naar B is 20 cm lang.
De zigzaglijn van A naar B is gemaakt met 7 gelijkzijdige driehoeken.
Hoeveel cm is de zigzaglijn lang?

Verbale deel uitgeschreven

O: Ehm, alsjeblieft. De rechte lijn van A naar B is 20 centimeter lang. De rechte lijn van A naar B is 20 centimeter lang. De zigzaglijn van A naar B is gemaakt met 7 gelijkzijdige driehoeken. Hoeveel centimeter is de zigzaglijn lang?

B: Mm.

O: Dus de rechte lijn van A naar B die is 20 cm lang en de zigzaglijn van A naar B is gemaakt met zeven gelijkzijdige driehoeken. En hoelang is dan die zigzaglijn?

B: Ja... Hij is ook niet dus je kan het niet effen meten.

O: Maar je weet genoeg hoor.

B: Ja weet ik, maar ik zie 'm effen niet... k denk dat het gewoon de dubbele afstand is.

O: En hoe zou je dat zeker kunnen weten?

B: Nou elke ding heeft 2 dingen. Dus die, ik denk dat als je die een keer uitrekt... dan heb je ongeveer dat keer twee.

O: En waarom is het precies 2 keer zo groot?

B: Omdat gelijkzijdige driehoek 2 gelijke zijdes heeft.

O: Ja, drie zelfs.

B: Nou goed drie.

O: Anders is het een gelijkbenige driehoek.

B: Ja.

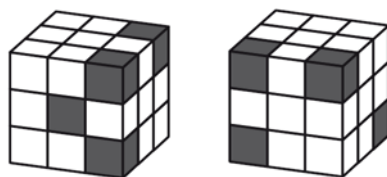
O: Begripen. Mooi, thank you.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WP1408

- Non-verbaal toont Bram denksignalen; hij wringt en trommelt met vingers, houdt vingers op zijn lippen en hij wrijft zijn mond.
- Bij het oplossen maakt hij gebruik van vingerwijzingen.
- Meten met geodriehoek brengt hem in verwarring, alle zijden zijn ongelijk en dat geeft tegenstrijdige input.
- Hij verwacht de begrippen gelijkbenig en gelijkzijdig.
- Zijn houding is meestal in overeenstemming met het patroon, maar Sammy ligt dwars.
- Zijn armband houdt hij vast.
- Met aanwijzingen ondersteunt en vult hij de verklaring aan: 'Nou, elke ding heeft 2 dingen.'
- Hij vindt afleiding door met Sammy te spelen.
- Beeldend, informeel, actief en overdrachtelijk taalgebruik bezigt Bram bij: 'ik denk dat als je die een keer uitrekt'.
- Met 'maar ik zie 'm effen niet' drukt Bram een denkproces uit.
- Met aanwijzingen maakt Bram duidelijk dat een ding een driehoek is en dingen zijden zijn: 'Nou elke ding heeft 2 dingen'.

88

Opgave WP 1423



Het plaatje laat een kubus van twee kanten zien.

De kubus is gemaakt van 27 kleine kubusjes, elk helemaal zwart of helemaal wit.
Wat is het grootste aantal zwarte kubusjes dat gebruikt kan zijn?

A. 5 B. 7 C. 8 D. 9 E. 10

Verbale deel uitgeschreven

O: De plaatjes die laten een kubus van twee kanten zien. De Kubus is gemaakt van 27 kleine kubusjes elk helemaal wit of helemaal zwart. Wat is het grootste aantal zwarte kubusjes dat gebruikt kan zijn?

B: Ik denk negen.

O: Pff, da's snel. Hoe weet je 't zeker?

B: Nou je telt er acht, maar in het midden kan er ook nog een zitten. Die kun je niet zien op de plaatjes.

O: Oké.

B: Dus dat is het maximale.

O: Nou negen is dus wel het goede antwoord, maar jouw redenering die klopt dus niet, die klopt niet helemaal. Want dit zijn dezelfde kubus en eigenlijk, zie je, zou het kunnen zijn dat er bepaalde vlakjes hiervan dezelfde vlakjes hier zijn? Of zou dat zelfs zo moeten zijn?

B: Dat zou ook kunnen, ... jaha.

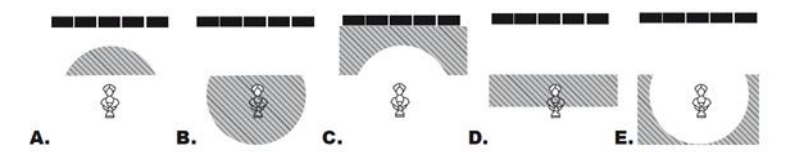
Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WP1423

- Sammy nodigt weer uit tot spel.
- Met brede glimlach waardeert hij het compliment.
- Hij wijst met de geodriehoek als hij telt
- Zijn houding is meestal volgens het patroon, maar Sammy ligt dwars zodat het doorbroken wordt.
- Wijzen met de vinger vervangt blokjes in "...je telt er acht, maar in het midden kan er ook nog een zitten. Die kun je niet zien op de plaatjes.'
- De verklaring is een oversimplificatie, alsof je alleen die in het midden niet kan zien "Nou je telt er acht, maar in het midden kan er ook nog een zitten. Die kun je niet zien op de plaatjes.'
- In de eerste persoon 'ik denk negen'.
- In de tweede persoon overdrachtelijk: 'Nou je telt er acht, maar in het midden kan er ook nog een zitten. Die kun je niet zien op de plaatjes.'

89

Opgave WP1505

Piraat Jack heeft op een gekaapt schip een briefje gevonden met aanwijzingen voor een schat: "de schat ligt minstens 5 meter van de muur, maar minder dan 5 meter van het standbeeld." In welke figuur zie je het gebied waarin Jack moet zoeken?



Verbale deel uitgeschreven

O: Piraat Jack heeft op een gekaapt schip een briefje gevonden met aanwijzingen voor een schat, en dan komt het: de schat ligt minstens 5 meter van de muur, maar minder dan 5 meter van het standbeeld'. In welke figuur zie je het gebied waarin Jack moet zoeken? De schat ligt minstens vijf meter van de muur, maar minder dan vijf meter van het standbeeld.... Hoe ziet elke keer het zoekgebied eruit?

B: Ik denk gr., die grijze.

O: Jah

B: Ik denk B.

O: Dat is ook weer lekker snel Bram. Waarom. Hoe weet je dat zeker?

B: Nou, in de eerste 5 meter van de muur kan het, ligt ie sowieso niet.

O: Ja.

B: Maar hij zit wel in een straal van vijf meter rondom het standbeeld.

O: Dat gaat lekker.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WP1505

- Zijn houding is steeds in overeenstemming met het patroon.
- Zijn armband houdt hij vast.
- Non-verbaal toont Bram denksignalen; perst lippen, tong over lippen.
- Met zijn glimlach waardeert hij het compliment tot twee keer toe.
- Met aanwijzingen ondersteunt en vult hij de verklaring aan door naar de zones in het juiste plaatje te wijzen.
- Hij spreekt in de derde persoon voor de uitleg: '...ligt ie sowieso niet' en 'hij zit wel in een straal van vijf meter'. Taalgebruik wordt ingegeven door de situatie.

90

Opgave WB 1420

Een oude weegschaal werkt niet goed meer. Een gewicht dat minder dan 1000 gram weegt, wordt goed gewogen. Maar is het 1000 gram of meer, dan geeft de weegschaal een of ander getal groter dan 1000. Vijf gewichten, A, B, C, D en E wegen elk minder dan 1000 gram.

Als je ze in paren weegt, dan geeft de weegschaal het volgende:

$B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$ en $A + E = 700$.

Welk gewicht is het zwaarst?

A. A

B. B

C. C

D. D

E. E

Verbale deel uitgeschreven

O: Keuze van Bram. Bij deze vraag WB 1422 of deze vraag WB veertien 20 gaat zijn voorkeur hier naar uit.: WB veertien 20. Gaan we dan doen. En dan lees ik 'm nog een keertje voor. Komt ie...

Eh, een oude, een oude weegschaal werkt niet goed meer. Een gewicht dat minder dan 1000 gram weegt wordt goed gewogen. Maar is 't 1000 gram of meer dan weegt de dan geeft de weegschaal een of ander getal groter dan 1000. Vijf gewichten A, B,C,D, ... eh en E wegen elk minder dan 1000 gram. Als je ze in paren weegt dan geeft de weegschaal het volgende: B plus D = 1200 (dus die twee verschillende gewichten hè) C plus E = 2100, B plus E 800, B Plus C 900, en A plus E =700. Dus als het lichter dan 1000 is geeft ie aan een getal onder de 1000, maar je weet niet wat. Is 't zwaarder dan 1000 dan geeft ie een getal aan boven de 1000 gram. Welk gewicht is het zwaarst? ...Haa ratje...

B: Ik denk D.

O: Jah! Hoe weet je het zeker?

B: Nou, A en E zijn sowieso heel klein. B en C ook. B en E ook. Als je die bij elkaar optelt. En... C en E... die zijn bij elkaar wel groot, maar die is, moet 'k even denken... Ik denk dan D, want B is kleiner.

O: Rammelt een beetje, rammelt, maar klopt wel.

B: Jah. De uitleg is ook wel anders.

O: Hoe heb je, hoe ben je d'r nou op gekomen? Is dit de redenering of...

B: Ik ging eerst kijken van wat zijn grote getallen, maar wat zijn ook kleine getallen met ook welke letters ervoor.

O: Jah.

B: En zo ben ik gaan kijken van A en E die zijn klein want die zijn bij elkaar maar 700. En B en C die zijn negenhonderd. En B en E maar 800 dus.

Korte samenvatting en voorlopige gevolgtrekkingen bij de context van vraag WB1420

- Bram kiest niet voor een opdracht met afbeeldingen van een kubus, maar voor dit verhaal
- Hij toont non-verbaal denksignalen; tikt neus
- Hij wijst met zijn vinger tijdens het oplossen.
- Met wijzen ondersteunt hij zijn verklaring.
- Zijn gebaren ondersteunen en vullen zijn verhaal aan. Hij diskwalificeert C + E: 'En... C en E... die zijn bij elkaar wel groot, maar die is, moet 'k even denken... Hij veegt ze als het ware met de hand weg.
- De redenering is incompleet maar alle voorlopige gevolgtrekkingen zijn kloppend.
- Hij gooit zijn handen even in de lucht in een gebaar van 'ik weet het ook niet' en hij geeft aan dat hij nu een deel van zijn redeneerproces mist: 'De uitleg is ook wel anders.'
- Zijn brede grijns toont gene voor rammelende uitleg, maar mogelijk ook trots.
- Zijn houding is steeds in overeenstemming met het patroon.
- Kijken is tot twee keer toe de betiteling van zijn denkproces.

Interview I



O: Kun je kort vertellen wie je bent, hoe oud je bent en wat je nu doet?

B: Nou, ik ben Bram. Ik ben 16 jaar. Mijn hobby's zijn vooral klimmen, dat heb ik ook nu mijn werk van gemaakt. Dus dat vind ik leuk, ja. Ik ben net verhuisd, ik woon sinds kort hier. Eh ja, wat wil je nog meer weten?

O: Heb je je hele leven buiten gewoond?

B: Nee, ik heb altijd wel in Deventer gewoond. Dit is m'n derde huis.

O: Kun je iets vertellen over je schoolcarrière, van zo vroeg mogelijk tot vmbo nu?

B: Nou, de basisschool heb ik tot groep zes eigenlijk naar de maan gegoooid vanwege mijn dyslexie, dat wisten ze toen niet.

O: Heb je het naar de maan gegoooid?

B: Ja zo van het gaat allemaal niet goed. Toen kwamen ze er in groep zes kwamen ze er pas achter dat ik dyslexie had en kreeg ik daar ook hulp voor. Is niet, heeft niet heel erg veel geholpen, wel een beetje... Ja en toen daarna ging het op zich allemaal wel verder goed.

O: Hoe kwamen ze erachter dat je dyslexie hebt?

B: Eh, nou op een gegeven moment moest ik testen gaan maken bij een instantie.

O: Je had er zelf al last van hè?

B: Ja.

O: En hoe was dat, wat merkte je?

B: Ja, met lezen en spelling dat ging allemaal heel slecht. Had ik gewoon heel veel moeite mee.

O: Toen ben je getest op dyslexie. Zijn er toen dingen veranderd?

B: Ja, ik kreeg veel meer hulp ook andere dingen, ik mocht dingen, zeg maar, waar ik heel veel moeite mee had kon ik gewoon weglaten, want dat hoefde ik niet voor mijn dyslexie.

O: Zoals?

B: Ja ook iets met spelling, maar welke onderdelen dat waren, dat weet ik ook niet meer. Jawel, bijvoorbeeld d en dt en dat soort fratsen.

O: Dat hoefde je niet per se goed te doen?

B: Die hoefde ik niet per se goed te doen nee.

O: En dan werd het niet fout gerekend, of...?

B: Die werden niet fout gerekend.

O: Heb jij ook training gehad toen voor dyslexie?

B: Ja vooral heel veel bijles met spelling en zo.

O: Was dat bij Moors misschien?

B: Nee dat was bij Braams.

O: Braams ja, die bedoel ik.

B: Daar had ik ook die testen gedaan.

O: Heb je daar wat aan gehad?

B: Ja, aan de ene kant wel, zeg maar het werd allemaal een beetje duidelijker, maar aan de andere kant, (vergeleken) met de tijd die ik er nu in heb gestoken en wat ik eraan heb gehad, is het wel wat minder.

O: Dus eigenlijk zeg je; ja, je steekt er heel veel energie in maar wat je er uiteindelijk aan wint, dat is nog wel betrekkelijk?

B: Ja, voor mij wel in elk geval.

O: Toen kwam je op de lagere school op een punt dat je bent doorverwezen naar het vmbo of andere niveau's?

B: Ja, ik zou eerst, ik had advies mavo/ havo. Ja. En de school zei van met je uitslagen die je op je vorige school hebt gehaald is vmbo beter.

O: Oké....

B: Toen ben ik vmbo gaan doen.

O: Toen ben je vmbo gaan doen. Nou kwam je bij op school. Bij ons op school is er een dyslexiebeleid. Heb je daar iets van gemerkt?

B: Ja, je hebt meer tijd. Je zit op andere plekken tijdens toetsen. Je mag op laptops voorgelezen worden enzo.

O: Ja.

B: Je kunt aangepaste dingen vragen.

O: Was dat anders als op de basisschool?

B: Ja je merkte wel veel meer dat ze er veel meer mee omgingen en het leek soms ook wel of ze er meer van wisten zeg maar.

O: Ben je hulpmiddelen gaan gebruiken?

B: Ja ik ben Sprint gaan gebruiken en ClaroRead.

O: En dat deed je nog niet op de lagere school?

B: Ja, sprint wel en ClaroRead niet.

O: En wat doet dat programma voor je?

B: 't Leest dingen voor, vooral.

O: Ben je dat intensief blijven gebruiken tijdens de schoolcarrière, ook bij het leren van je vakken?

B: Ook wel.

O: Je kreeg op de middelbare school allemaal nieuwe vakken. Hoe ging dat? Wat vond je nou lastig?

B: Lastig ja talen wel vooral, Nederlands, Engels, ja Duits viel wel mee op zich, dat ging allemaal ook wel goed.

O: Dat kon je wel spreken al een beetje.

B: Ik kon best wel bijna vloeiend Duits spreken.

O: En dat was alleen maar door met andere mensen te praten op vakanties?

B: Ook ja, heel veel vakanties in Oostenrijk.

O: Vakken die je goed afgingen?

B: Ja wiskunde en economie, natuurkunde, die vakken gingen wel goed.

O: En de zaakvakken, aardrijkskunde, geschiedenis...?

B: Ja ging op zich wel, maar ik haalde geen hoge cijfers, maar ook geen lage cijfers... wel een mooi gemiddelde.

O: En Nederlands is dat nou beter geworden op de middelbare school qua cijfers, is dat gegroeid, je Engels?

B: Ja m'n Engels wel dat is echt heel erg vooruitgegaan, het eerste jaar dan haalde ik zeg maar enen en tweeën en dit laatste jaar haalde ik gewoon zevens en achten.

O: Jah?

B: Op dezelfde grammatica.

O: Heb je daar een verklaring voor?

B: Nee.

O: Oké. Een vak als wiskunde ging dat je van meet af aan goed af?

B: Ja.

O: Heeft daar ook een groei in gezeten?

B: Nou ik heb altijd wel wiskunde goed gesnapt en makkelijk gevonden.

O: Als je de cijfers kijkt over de afgelopen jaren, je deed net even een vergelijking van Engels, hoe dat ging, als je dan naar de eerste kijkt.

B: De cijfers zijn redelijk constant, denk ik.

O: Dat betekent altijd?

B: Rond de acht, negen, met tien erbij.

O: Had je favoriete onderdelen binnen wiskunde als we eventjes bijvoorbeeld kijken naar: je hebt dan meetkunde en je hebt ook werken met formules. Waren er dingen die je leuker vond dan andere?

B: Ja, de gonio, maar dat was altijd wel makkelijk.

O: De meetkunde?

B: Ja, de meetkunde dat was altijd makkelijk dus... Die kant vond ik altijd leuker dan de formules en de grafieken.

O: Ja ik heb het idee dat jij de meetkunde altijd wel goed gedaan hebt...

B: Ja.

O: En dat je in de formules gegroeid bent.

B: Ja dat wel.

O: Ja hè? Heb je daar een verklaring voor dat dat

B: ...Nou ja, ik weet niet, soms moet ik dingen begrijpen, om ze te kunnen... Dat met die grafieken dat begreep ik niet altijd en dan denk ik van: "hoe zat dat ook alweer?"

O: Ja.

B: En meetkunde dat heb ik altijd wel begrepen.

O: Wat is dan het verschil?

B: Ja dat weet ik eigenlijk niet.

O: Nee?

B: Nee.

O: Nou ja dat is eigenlijk een beetje waar ik naar op zoek ben. Want je bent super in meetkunde voor zover ik weet en ik heb gezien bij formules in de derde dat je echt een progressie maakte. Op een gegeven moment dacht ik hé, het is net alsof je iets van de meetkunde hebt overgedragen naar formules. Maar ik heb geen idee hoe je dat gedaan hebt.

B: Nee dat weet ik ook niet.

O: Wat doe je in je vrije tijd? Heb je hobby's?

B: Ja. Ja vooral het klimmen.

O: Klimmen en een katje.

B: Ja ook ja en nog wel meer hobby's. Fietsen vind ik ook wel leuk en vissen.

O: Vissen. Oké.

B: Scouting.

O: Scouting zit je nog steeds ook op. Dus je klimt en scouting. En vissen, af en toe denk ik?

B: Heel af en toe, echt op een laag pit, vuurtje...

O: En fietsen op de elektrische fiets...

B: Nee, nee (lacht).

O: Wat dan?

B: Gewoon op de mountainbike of op gewoon op de normale fiets.

O: Oké.

B: Er zit bij allebei versnelling op dus...

O: Waar ga je dan fietsen?

B: Ja, gewoon hier in de buurt mountainbiken, even een uurtje of zo.

O: Oh, oké. Heb je hier in de buurt ergens iets waar je ook hoogteverschillen hebt?

B: De Holterberg, dat is het eerste wat je tegenkomt.

O: Holterberg. Nou, dat is nog wel een stukje fietsen.

B: Ja dat is veertig kilometer.

O: Lekker, nou dat is nog effen pezen.

B: Ja, d'r rijdt ook een auto naartoe.

O: En een van je interessantste hobby's is je klimmen?

B: Ja.

O: Hoe ben je daar zo bij gekomen?

B: *Via de scouting eigenlijk wel. Ja ik vond het altijd leuk om te doen als we dat deden en toen iemand van de scouting zei van je kan een keer meekomen naar de klimwand ben ik met hem naar Zwolle gegaan en heb ik daar geklommen. M'n kinderfeestje daar gehad en toen ben ik eigenlijk bij de club gekomen waar ik nu zit en nog steeds bij zit.*

O: Oké. En ehm, klim je dan alleen maar in klimhallen?

B: *Nee, ook in de rotsen.*

O: In de rotsen?

B: Ja.

O: Hoe pak je dat aan als je een rots gaat beklimmen?

B: *Nou sowieso met de nodige veiligheidsmaatregelen. Dus ik klim gewoon met touwen, zekermaterialen. En dan met mijn vader meestal.*

O: En dan sta je onder aan de berg.

B: *Ja eentje die staat dan onderaan de berg en de ander klimt omhoog.*

O: Hebben jullie een standaardverdeling, jij en je vader?

B: *Nee, 't is meestal gewoon we gaan gewoon en we kijken wel hoe het uitpakt allemaal.*

O: Zijn die routes uitgezet of moet je die zelf bepalen?

B: *De meeste routes die zijn wel uitgezet die we klimmen. Als je die zelf moet bepalen wordt het wel heel erg moeilijk. Je hebt wel routes die zijn uitgezet, maar die hebben geen zekeringsmaterialen in de rots zitten dus die moet je er zelf inzetten.*

O: Oh, oké. Hoe weet jij dan waar je dat zekermateriaal neer moet zetten?

B: *Ja dat is een inschatting maken.*

O: Oké, hoe werkt dat?

B: *Nou je hebt bijvoorbeeld spleten. Als je een heel klein spleetje hebt dan kun je daar een heel klein iets inzetten, maar je moet ook kijken is dit stuk wel stevig genoeg om iets in te zetten.*

O: Ja.

B: *Want eigenlijk moet je kijken, want zo'n ding kun je onder een steen van twee ton zetten, en die kan je met de hand wegtrekken dan. Die kun je in beweging krijgen.*

O: Ja.

B: *Als je alleen aan dat ding trekt. Zoveel kracht kan erop komen te staan als je valt alleen al.*

O: Oh, oké. En waar moet je dan aan denken als je zo'n ding erin steekt, is er een bepaalde hoek die je maakt?

B: *Ja, je moet 'm wel een beetje in de valrichting zetten dus. Niet recht naar beneden zetten, maar ook niet haaks erop. Dus een beetje vijfenveertig graden daaronder.*

O: Naar boven of naar onder?

B: *Je zekert 'm, naar onder wijst ie dan.*

O: Naar onder naar de rots of naar

B: *...Nee hij wijst echt naar onder vanaf de rots.*

O: Oh ja, dat vind ik apart.

B: Ja. Iedereen denkt van 'wat is dat?' zeg maar.

O: Ja ik zou denken precies andersom weet je wel dat ie eh er niet zo uit kan schieten als eraan trekt.

B: Ja dan schiet ie er juist uit als je 'm van boven erin zit.

O: Oké, very interesting Bram. Nice. Ik heb straks nog wat andere vragen voor je, die gaan meer in op of je misschien het gevoel hebt dat je dingen anders benadert, bekijkt, dan anderen.

Interview 2: Het Denken

O: Nu heb je gekozen om toch niet hardop te denken, eh dat vind je op een of andere manier vervelend of zo?

B: Ja, eh komen zoveel dingen op en het is makkelijker, want ik kan dingen makkelijker op een rijtje zetten dan hardop.

O: En wat is dat dan dat op een rijtje zetten bij jou?

B: Ja weet'k niet. Ik kan makkelijker denken als ik, zeg maar, gewoon in mezelf denk. Valt alles veel sneller op z'n plek. Maak ik veel minder fouten ook.

O: Jah. Maar ik... Maar ik, kun je dat denken ook omschrijven? Hoe, hoe werkt dat? Wat is dat dan voor

jou? Want ik bedoel op 't moment dat je, als ik, als je gewoon hardop denkt, kan dat wel? Of gaat dat anders?

B: Ja, ik kan ik kan dat op zich wel alleen ik denk dat 't toch wel een andere iets zeg maar, 't is veel slordiger. Denk ik.

O: Oké.

B: Als ik dat ga doen en en t is ook minder fijn. Ik kan veel meer, ik kan makkelijker, sneller dingen oplossen door gewoon te denken van...

O: Ja, in je zelf.

B: Ja.

O: En wat gebeurt er als je gaat praten?

B: Dat weet'k niet ik denk dat ik sneller fouten ga maken, sneller dingen over het hoofd ga zien.

O: Ja. En en als je nou naar jezelf kijkt, denk je dan in woorden of, denk je dan op een andere manier?

B: 't Is niet echt in woorden. Ik weet niet. Meer beelden dan woorden, zeg maar.



XII. BIJLAGE F: TRANSCRIPTIE BEELDMATERIAAL EN CODERING

Klik [hier](#) voor de link naar het Excel document

XIII. BIJLAGE G: CODERING VAN VERWIJST NAAR ZICHTBARE INHOUD

Tabel 5

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
Wijst met rechtervinger naar afbeelding	Wijzen met vinger (198 seconden)	Wijst fysiek naar zichtbare onderdelen	Verwijst naar zichtbare inhoud
Wijst met pink naar hulpschema 3 6/2			
Wijst naar de zones in het juiste plaatje			
Volgt de doorsnede met de pen	Wijzen met pen (179 seconden)		
Wijst met pen hoogte boom aan			
Wijst met geo in hoek	Wijzen met geodriehoek (48 seconden)		
Wijst met geo cirkelend over blad			
Wijst met potlood naar punt C	Wijzen met potlood (50 seconden)		
Wijst met potlood naar lijnstuk			
Verwijst met 'die komen' naar lijnstukken	Verwijst naar gegevens met aanwijzend voor-naamwoord	Duidt zichtbare onderdelen met verwijswoorden (102 keer)	
Verwijst met 'kwam deze eruit' naar uitkomst op display			
Hoogtepunt vervangt Bram door de verwijswoorden 'die' en 'daar' samen met wijzen.			
'Die' vervangt overstaande zijde			
Zwaai met de pen en verwijswoord 'dat' vervangen lengtes die hij optelt.			
Vervangt lijn met 'dinges'	Vervangt begrippen door onbepaald onderwerp		
Zegt 'dingen' in plaats van driehoeken			
Impliceert vlakken met 'eerste vier' en wijzen			
Wijzen vervangt samen met 'eentje' een hoek.			
Vervangt met 'ie' lijnstuk			
Wijst naar de hoek voordat hij 'C1' zegt	Wijst voor het benoemen van zichtbare onderdelen	Ondersteunt verklaring door zichtbare onderdelen aan te wijzen	
Wijzen naar het begingetal op de grafiek gaat voor zijn verklaring			
Wijzen met pen naar omtrek en 'doortrek'.	Wijst en benoemt combinaties van zichtbare onderdelen		
Schuivend wijzen met de pen heen en weer tussen de afbeeldingen begint voor de verklaring 'over tien kilometer doen ze zes minuten'			

XIV. BIJLAGE H: CODERING VAN SNELLE SELECTIE

Coderingsfasen			
Open	Labels	Categorie	Selectief
Hij pakt direct na de vraag de rekenma- chine. En past daarmee later de hoe- kensom toe. 16 HV3505	Zodra de vraag gesteld is de rekenmachine gepakt	Rekenmachine snel gekozen en goed ge- bruikt	Selecteert snel een effectief hulpmiddel
Bram pakt de rekenmachine zodra de vraag gesteld is. En gebruikt deze voor berekeningen met de tangens. 69 HV3420			
Hij pakt de rekenmachine zodra de vraag gesteld is. en gebruikt deze voor uitkomsten van de formule HV3627V0 25			
Hij pakt al voor ik de vraag stel de re- kenmachine voor om later de benodig- de tijd uit te rekenen. 21 HV3502			
HV3630MP Kijkt naar rekenmachine tijdens de vraag, pakt hem zodra de vraag gesteld is. Hij gebruikt die voor het optellen van de diameter en de omtrek 10			
4 seconden na het stellen van de vraag pakt hij de rekenmachine om er de prijs bij 800km mee uit te rekenen. 13 HV3418	Kort na de vraag de re- kenmachine gepakt en later succesvol gebruikt		
Hij pakt zijn geodriehoek zodra de vraag gesteld is. En gebruikt deze later voor het tekenen van de hoogtelijnen78 HV3628	Zodra de vraag gesteld is de geodriehoek gepakt en later gebruikt om gegevens in beeld te brengen.	Geodriehoek snel gekozen en goed ge- bruikt	
Hij pakt al tijdens het stellen van de vraag zijn geodriehoek. En gebruikt deze als zijden van de driehoek HV3631 12			
Hij pakt de geodriehoek al tijdens het stellen van de vraag om later de lengte op de y-as te meten HV3402 15	Hij pakt de geodriehoek al tijdens het stellen van de vraag en voegt daar- mee gegevens toe		
Snel na de vraag pakt Bram geodrie- hoek Later met goed gevolg bij de con- structie van de driehoek. HV3634 22			
Snel na de vraag pakt Bram het potlood met goed gevolg bij de constructie van de driehoek. HV3634 9			
Hij pakt het notitieboekje al tijdens de vraag. Voor het noteren van tussen- stappen gebruikt HV3622V9 13	Snel na de vraag notitie- boekje gekozen en goed gebruikt		
Snel na de vraag pakt Bram notitieboek- je met goed gevolg bij de constructie van de driehoek. HV3634 31			
Hij pakt de pen al voor het einde van de vraag. Gebruikt hem om tussenstappen te noteren HV3622 13			

