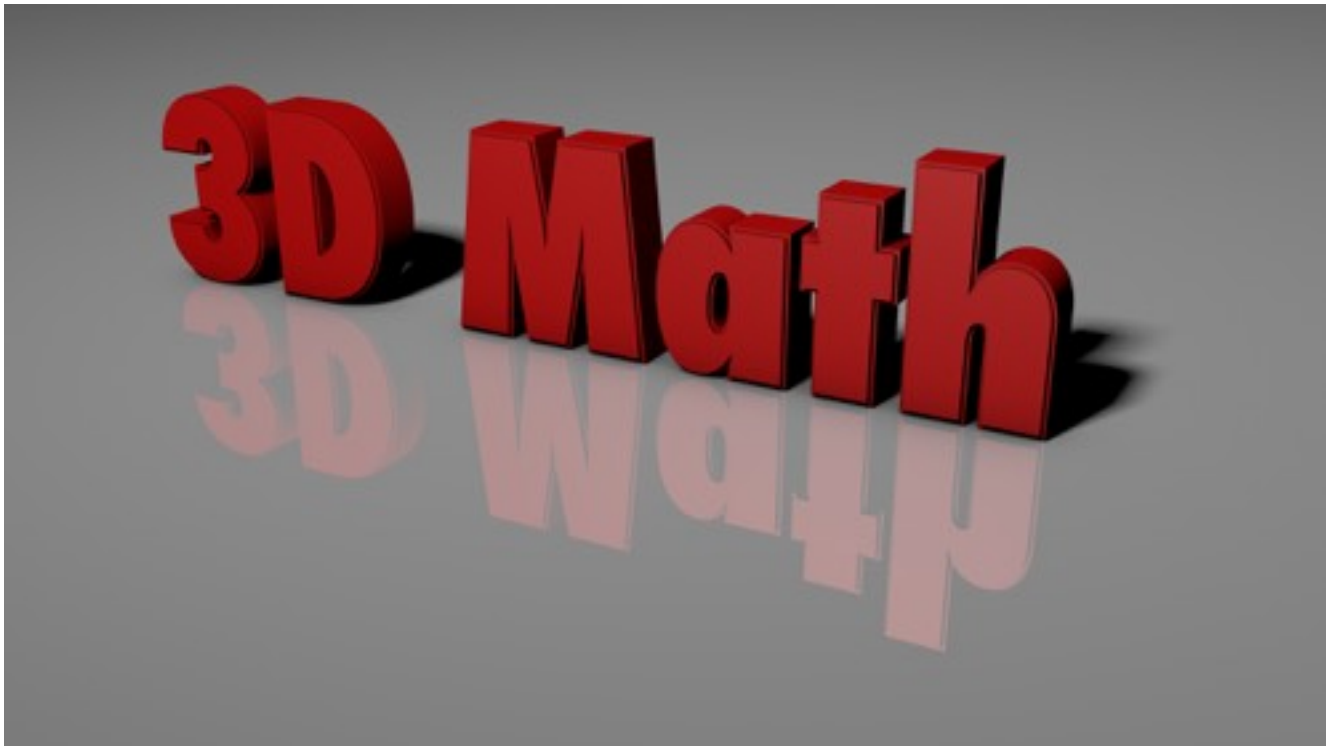


Als woorden te kort schieten

dossier versie 1.5
EN-WI-VAKW.A.14

begeleiding Windesheim: Els Franken Durieux

door Ernst-Jan Nieland - student AL tweedegraads docent wiskunde Windesheim Zwolle
S1085331 • 19 december 2017



Toelichting bij animatiefilms gemaakt in het kader van het Meesterstuk Wiskunde

Inhoudsopgave

Algemeen	3
Aanleiding	3
Inleiding - "Als woorden te kort schieten,..."	4
Relatie tussen rekenen-wiskunde en taal	5
Probleemstelling	7
Doel	8
Doelstelling	8
Doelgroep	8
Theoretisch kader	9
Functioneel rekenen	9
Leren en leerproblemen	10
Dyscalculie	10
Meervoudige intelligenties	13
Krachtige leeromgeving voor rekenen en wiskunde	14
Didactische modellen	16
Handelingsmodel	16
Drieslagmodel	17
Ijsbergmodel	18
Tot besluit	19
Analyse	20
De lesmethode	20
Opgaven in relatie tot verschillende didactische modellen	21
Opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen	22
Conclusies	33
Visie	35
Animaties	36
Techniek	36
Opzet	36
Opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen	37
Opgave 10.1 O3 - Formules en vergelijkingen	38
Opgave 11.4 O26 - Oppervlakte en inhoud	39
Eindproduct	40
YouTube	40
Bronvermelding	42
Literatuur	42

Bijlagen 43

Storyboards animatiefilms	44
Storyboard opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen	45
Storyboard opgave 10.1 O3 - Formules en vergelijkingen	48
Storyboard opgave 11.4 O26 - Inhoud	51

Aanleiding

Van 1972 t/m 1979 zat ik op de middelbare school in Arnhem. Ik deed eindexamen in wiskunde I en wiskunde II, respectievelijk vergelijkbaar met algebraïsche en meetkundige wiskunde. In mijn herinnering waren de lesboeken niet erg aantrekkelijk om te leren. Er was dus wel enig doorzettingsvermogen voor nodig om je door de lesstof heen te werken.

Na een loopbaan als landschapsarchitect waarin, naast de inhoud van je plannen, ook de presentatie een grote rol speelde, besloot ik een carrière-switch te maken en als docent wiskunde een tweede carrière te beginnen. De lesmethoden blijken inmiddels visueel aantrekkelijker. Een verademing als ik dit vergelijk met de jaren '70.

Door mijn kennis en vaardigheden op het gebied van 3D-visualisaties en -animaties ontstaat wel het gevoel dat hierin nog een slag gemaakt kan worden. Daarom wil ik zelf enkele animaties ontwikkelen die de mogelijkheden op dit gebied inzichtelijk maken.

Naar aanleiding van een eerste Plan van Aanpak vond op donderdag 14 april 2016 een gesprek plaats met Nathalie de Weerd, projectleider van de lesmethode Moderne Wiskunde bij uitgeverij Noordhoff. Dit leidde tot een meer concrete inkadering van dit project.

Met de nieuwste 12e editie Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO is met de verdere digitalisering van leermiddelen een grote stap gezet. Korte animaties kunnen daar zeker een aanvulling op zijn, aldus mw. Nathalie de Weerd. Met haar spreek ik in eerste instantie af om één van de hoofdstukken van de testversie van Moderne Wiskunde 2017 (12e editie) als vertrekpunt te beschouwen en te onderzoeken, wat visuele presentaties kunnen betekenen voor het overbrengen van de kennis. We kiezen ervoor om hoofdstuk 10 - "Formules en Vergelijkingen" zo mogelijk met visuele presentatie-technieken te omlijsten.

Ik kies ervoor om mij primair te richten op de "ondersteunende" leerroute omdat ik de visuele presentatie-technieken ook als ondersteunend zie. Hier wordt later bij de analyse van de lesmethode dieper op ingegaan. De eerste animatiefilm die ik ontwikkel geeft uiteindelijk aanleiding om hier verder mee door te gaan.

Inleiding - "Als woorden te kort schieten,..."

"Dat is het einde

Dat doet de deur dicht

Daar zijn geen woorden voor

Ja, dat is tra, la, la, la, lalala

Ja, dat is tra, la, lalala"

'Dat is het einde',... een oud kinderliedje dat op YouTube te beluisteren is en vooral tijdens carnaval de nodige remakes heeft opgeleverd. Ook was het het slotlied van het oude maar ook zeer populaire kinderprogramma 'Stuif 's in'. Kinderen konden in dit programma alles laten zien waar ze mee bezig waren. Of dat nu muziek, sport of welke andere hobby dan ook was, het kon allemaal. Vaste onderdelen waren 'de balk' met de opgestuurde zelfgeknutselde voorwerpen en de uitreiking van de Gouden Stuiver. Een aantal bekende Nederlanders waren als kind voor het eerst te zien in Stuif es in, waaronder Ria Brieffies (Dolly Dots), Wibi Soerjadi en Anita Meyer. Jochem van Gelder mocht twee keer terugkomen met zijn bandparodie-act. Aan het onderdeel waarbij kinderen hun favoriete artiest playbackend mochten nadoen hebben onder andere Sjors Fröhlich, Henk Westbroek van Het Goede Doel en Antje Monteiro als één van de Dolly Dots meegedaan. Meer informatie over het programma is te vinden via deze [link](#).

Voor mij zijn het programma en het liedje puur jeugdsentiment en hebben wellicht al iets in mij bewust gemaakt, dat er momenten of gelegenheden kunnen zijn waarbij 'woorden te kort schieten', waarbij je 'sprakeloos' bent, 'met stomheid geslagen'.

In mijn oude vak als landschapsarchitect ben ik mij er volledig van bewust geworden dat beelden en plaatjes dikwijls veel meer zeggen dan 1000 woorden. Een verhaal is te zien als een lineair gegeven met een begin, een middenstuk en een einde. In een plaatje kunnen zaken in hun onderlinge verband worden getoond, zonder dat hiervoor woorden nodig zijn.

Uiteraard kan het de bedoeling zijn om de beeldvorming aan de verbeelding van de lezer/luisteraar over te laten. Schrijvers van romans maken hier veelvuldig en bewust gebruik van. Het is niet voor niets dat sommige schrijvers er moeite mee hebben dat hun romans worden verfilmd. Sommige romans laten zich niet of nauwelijks verfilmen. Denk hierbij aan 'De ontdekking van de hemel' van Harry Mulisch.

Toch gaat het daar, bij de wiskunde, al snel mis. Het ontbreekt de nodige leerlingen aan voldoende verbeeldingskracht. Met visuele middelen kan deze echter worden ondersteund.

Relatie tussen rekenen-wiskunde en taal

Van Eerde (2009) stelt zich in haar artikel “Rekenen-wiskunde en taal: een didactisch duo” de vraag: “Wat hebben rekenen-wiskunde en taal met elkaar te maken? Ter oriëntatie geeft zij het volgende probleem:

Drie vriendinnen drinken wat op een terrasje. De rekening is 25 euro. Ze betalen elk een tientje. Van de vijf euro wisselgeld krijgen ze alledrie een losse euro terug en de ober krijgt twee euro fooi. Ze hebben dus elk negen euro betaald, plus die twee euro fooi, is 29 euro. Waar is die ene euro gebleven?



afb. 1 Drie vriendinnen (Nieland, 2017)

Uit dit voorbeeld blijkt onmiddellijk dat rekenen en wiskunde alles met taal te maken hebben. De lezer wordt door het zinnetje “plus die twee euro fooi” op het verkeerde been gezet. De drie vriendinnen hebben ieder negen euro betaald en daar zit de fooi voor de ober al bij. Ook met deze korte uitleg is het heel goed denkbaar dat het probleem voor veel lezers nog niet helemaal duidelijk is. Met een kleine visuele ondersteuning is beter duidelijk te maken hoe het probleem werkelijk in elkaar steekt.

Toch wordt bij deze uitleg nog gebruik gemaakt van geschreven taal in combinatie met de nodige getallen en symbolen.

Of dit voor iedereen afdoende is valt dan ook te betwijfelen.

Meer dan 25 jaar ben ik werkzaam geweest als landschapsarchitect. In die praktijk heb ik geleerd dat heel veel woorden overbodig zijn als er gebruik wordt gemaakt van heldere, begrijpelijke plaatjes. Beelden kunnen tekst ondersteunen, verhelderen, soms zelfs overbodig maken.



afb. 2 Correcte berekening (Nieland, 2017)

Van Eerde (2009) signaleert een sterke toename van de belangstelling voor de rol van taal in het reken-wiskundeonderwijs in het afgelopen decennium. “Aanleiding hiervoor zijn de achterblijvende resultaten bij rekenen-wiskunde van allochtone en autochtone taalzwakke leerlingen.”

Zij verwijst daarbij naar een onderzoek van C. van den Boer (Als je begrijpt wat ik bedoel, 2003). Hieruit blijkt

dat leraren en leerlingen zich niet realiseren dat taalvaardigheid en leerstrategieën van allochtone leerlingen een barrière vormen voor het leren van rekenen-wiskunde. Er blijkt veel miscommunicatie in de klas plaats te vinden. De leerlingen realiseren zich niet dat zij (taal)problemen hebben die hen parten spelen bij wiskunde. Ze hanteren soms ineffectieve strategieën om met onbekende woorden om te gaan, zoals het bedekken van een woord dat ze niet weten. Leraren bespreken sommige woorden slechts terloops en hebben of nemen soms te weinig tijd om contexten te bespreken. De belangrijkste conclusies van haar onderzoek zijn dat leraren en leerlingen zich niet bewust zijn van het probleem, dat de problemen onderschat worden en dat deze mede daardoor grotendeels verborgen blijven.

Denkend vanuit het stereotype beeld van alfa- en beta-vakken en dito kinderen vind ik het een onprettige gedachte dat het leren van een typisch beta-vak als wiskunde wordt belemmerd door taalproblemen. Ik spreek daarbij als ‘typische beta’ uit eigen ervaring.

Van Eerde (2009) geeft aan dat bij het leren van rekenen en wiskunde contextproblemen vaak worden beschreven in tekst (woorden) in combinatie met een wiskundig schema en of een plaatje. De functie van plaatjes of afbeeldingen in rekenmethoden is echter niet altijd eenduidig is. Zij onderscheidt daarbij:

- illustratieve functie
- ondersteuning van de context
- geven informatie die een leerling nodig heeft om een probleem op te lossen

Veel sommen worden helemaal ‘kaal’ gepresenteerd zonder illustratie, soms voorzien van een schema of model ter ondersteuning van het oplossingsproces. Doordat er bij rekenen en wiskunde bovendien gebruik gemaakt wordt van heel veel vak-specifieke symbolen is het niet echt verwonderlijk dat sommige leerlingen het moeilijk vinden om de aangeboden informatie op de juiste manier te ordenen of tot een juiste interpretatie van het probleem te komen. De Vries (2016) onderzocht of leerlingen beter presteren met goed ontworpen, aanvullende visualisaties bij een wiskundemethode. Door in één klas tijdens de les en toets gebruik te maken van verbeterde (dynamische) visualisaties bereikten leerlingen per opgave gemiddeld meer dan een hele stap verder in het oplossingsproces, dan in de klas met de ongewijzigde visualisaties.

PROBLEEMSTELLING

De wet op passend onderwijs heeft er toe geleid dat de afgelopen jaren de verschillen tussen de instellingen die onderwijs aanbieden voor een groot deel zijn weggevallen.

Gespecialiseerde onderwijsinstellingen zijn verdwenen of sterk in omvang teruggegaan. De verschillen tussen de kinderen die onderwijs ontvangen zijn daarmee echter niet verdwenen.

In de wet op passend onderwijs wordt er terecht vanuit gegaan dat kinderen wel gelijkwaardig zijn maar lijkt daarmee te worden ontkend dat kinderen niet gelijk zijn. De bestaande grote verschillen zijn daarmee binnen het klaslokaal terecht gekomen. Docenten waren en zijn onvoldoende voorbereid op en opgewassen tegen het omgaan met deze verschillen.

Met de verschillen tussen leerlingen binnen een klas zijn ook hun leerbehoeftes binnen een klas verschillend. Als docent kan ik hierop inspelen door optimaal te differentiëren binnen mijn lessen. In mijn afstudeeronderzoek voor de opleiding tot tweedegraads docent wiskunde heb ik het begrip 'differentiatie' gedefinieerd als "het doen ontstaan van verschillen tussen klassen, subgroepen en individuele leerlingen waaraan ik les geef in relatie tot de gehanteerde instructiemethode". Uit dit onderzoek is onder meer gebleken dat differentiatie aansluit bij de leerbehoeften van leerlingen. Een belangrijk aspect hiervan is, dat leerlingen hechten aan een zelfregulerende leerstijl.

In hoeverre sluiten huidige lesmethodes voor wiskunde aan bij deze leerbehoefte?

Kunnen 3D-animaties en -visualisaties een bijdrage leveren aan het optimaliseren van een dergelijke leerbehoefte?

DOEL

Doelstelling

Beschouwen van een lesmethode, waarin gedifferentieerde leerroutes voor 'zwakke' leerlingen zijn opgenomen, op de werking hiervan en hierbij 3D-animaties ontwikkelen die een toegevoegde waarde kunnen hebben om de ondersteunende leerroute te versterken ten behoeve van een zelfregulerende leerstijl.

Doelgroep

Voor dit meesterstuk wiskunde is een drietal 3D-animatiefilms gemaakt die visuele ondersteuning geven bij het leren van wiskunde. De films zijn alledrie ontwikkeld bij concrete opgaven uit de 12 editie van Moderne Wiskunde voor de onderbouw HAVO/VWO. Daarmee is de doelgroep in eerste instantie ingekaderd:

- kinderen in de leeftijd ca. 11-15 jaar
- leerlingen op HAVO/VWO niveau
- 'zwakkere' leerlingen die gebruik maken van de ondersteunende leerroute die de lesmethode aanbiedt

Met dit meesterstuk wil ik eveneens (collega-)wiskundedocenten en iedereen die bij het reken- en wiskundeonderwijs betrokken is inspireren en stimuleren om, waar nodig en mogelijk, meer gebruik te maken van visuele presentatie-technieken. Nadrukkelijk maken de ontwikkelaars van lesmethodes daarmee indirect ook onderdeel uit van mijn doelgroep.

Functioneel rekenen

Functioneel rekenen wordt internationaal meer en meer gezien als een belangrijk doel van reken- en wiskundeonderwijs, aldus Kees Hoogland in zijn onderzoek 'Rekenen in beeld' (2012). Hij onderscheidt drie opvattingen over functioneel rekenen. De afbeelding maakt onmiddellijk duidelijk dat deze drie opvattingen als deelverzamelingen van elkaar kunnen worden gezien:

- Cijferen: uitvoeren van bewerkingen als optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen op 'kale getallen'
- Realistisch rekenen: oplossen van rekenkundige problemen gepresenteerd in contexten, ontleend aan het dagelijks leven.
- Gecijferdheid: realistisch rekenen met bovendien vaardigheden om conclusies te trekken uit getalsmatige informatie, zoals het interpreteren, analyseren, ordenen, (in)schatten, structureren en selecteren van kwantitatieve informatie.



afb. 3 Overgenomen uit Rekenen in Beeld - effect van beeld in opgaven voor functioneel rekenen. (p. 50) door K. Hoogland, 2012, Utrecht: APS.

Hoogland (2012) pleit ervoor het functioneel rekenen volgens de meest uitgebreide opvatting aan te pakken terwijl de meeste lesmethoden werken vanuit de opvatting van het realistisch rekenen.

Uit het onderzoek blijkt dat leerlingen in basisonderwijs (groep 7 en 8), in voortgezet onderwijs en in mbo bij functioneel rekenen beter scoren als de situatie met beeld wordt gepresenteerd dan als dit met taal gebeurt. Het vervangen van talige contexten door beeldende contexten heeft een positief effect op de resultaten van leerlingen. Beeldrijke opgaven zijn authentiek en staan dichterbij de echte problemen uit het dagelijkse leven. Daarmee sluiten ze beter aan bij 'gecijferdheid'.

Een verklaring voor dit verschijnsel geeft het onderzoek niet. Het lijkt wel dat taal- en tekstproblemen bij leerlingen, die rekenen-wiskunde leren, voor een groot deel worden weggelaten als taal wordt vervangen door beeld. Een verklaring voor dit verschijnsel geeft dit onderzoek niet.

Leren en leerproblemen

Om beter te begrijpen waarom het gebruik van visuele middelen een positieve bijdrage kan leveren aan een leerproces gaan we eerst na hoe een leerproces verloopt. Hoe leren mensen? Het protocol ERWD (Ernstige Reken- en Wiskunde Problemen) hierover:

Behaviorisme, cognitivisme en constructivisme hebben ieder een specifieke kijk op leren. Als gevolg van die verschillende opvattingen over leerprocessen passen daar ook steeds andere vormen van lesgeven bij. Wij hebben deze variatie steeds verbonden met wisselende vormen van instructie geven. (Van Dijken, 2012)

In het protocol ERWD wordt er op gewezen dat leerlingen die zwak zijn met rekenen en/of wiskunde, het risico lopen om in een vicieuze cirkel terecht te komen, of wel, dat zij steeds slechter presteren en er steeds minder vertrouwen in hebben om rekenen en/of wiskunde te kunnen leren. Het is van groot belang om dat te voorkomen.

Ernstige rekenproblemen doen zich, gezien vanuit de orthopedagogiek, voor als de ontwikkeling van rekenvaardigheden structureel achterblijft bij de verwachtingen.

Dyscalculie

Bij dergelijke structurele, ernstige reken- en wiskundeproblemen kan er sprake zijn van dyscalculie.

Dyscalculie is een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige problemen met het vlot/accuraat oproepen van rekenfeiten en/of het leren en vlot/accuraat toepassen van rekenprocedures. (Desoete, A., 2010)

Met de term 'stoornis' loop je het risico op etikettering. Leerlingen die 'het' hebben moeten er maar mee leren leven.

De diagnose dyscalculie betekent echter geenszins: bij de pakken neerzitten, maar veeleer rekening houden met de problematiek waar het kind zich geen raad mee weet, en een aanleiding om het onderwijs te voorzien van handvatten in de vorm van aanwijzingen voor specialistische hulp (zoals remedial teaching), materiële en immateriële voorzieningen (zoals meer tijd bij toetsing en gebruik van een tafelkaart en/of zakrekenmachine) en dispensaties (zoals vrijstelling van deelname aan bepaalde opdrachten). Luit (2004)

Over dyscalculie zijn de meningen nog erg verdeeld. Het betreft een relatief jong fenomeen waar nog veel onderzoek naar gedaan wordt. In het kader van dit project is het niet belangrijk of er sprake is van de stoornis dyscalculie of gewoon van ernstige reken- en

wiskundeproblemen. Het is wel belangrijk om een beeld te krijgen van de kenmerken en de manier waarop dyscalculie wordt gediagnostiseerd. Zo krijgen we immers ook een beeld van de mogelijke oplossingsstrategieën. Daarmee ontstaat vervolgens een beeld van de rol die 3D-animaties zouden kunnen spelen bij het reken- en wiskundeonderwijs.

Kenmerken van dyscalculie

Er zijn verschillende kenmerken die op een vermoeden van dyscalculie duiden. Van der Wal (2015) onderscheidt de volgende kenmerken van dyscalculie:

1. achterstand bij rekenen, wiskunde
2. moeilijk te verhelpen (didactische resistentie)
3. problemen met de waarde van getallen, het maken en onthouden van berekeningen en de volgorde van te nemen stappen
4. problemen met ruimtelijk inzicht

Op welke manier wordt dyscalculie gediagnostiseerd?

Luit (2004) onderscheidt de volgende vier stappen om tot een goede diagnose te komen:

1. Observeren bij de aanpak en het uitvoeren van rekentaken
2. Leerling vragen naar de tussenstappen bij de probleemoplossing
3. Als leerlingen een opgave niet kunnen oplossen met behulp van vergelijkbare, alternatieve opgave zo goed mogelijk in kaart brengen waardoor zij vastlopen
4. Hulp bieden door:
 - 4.1. extra oefenmateriaal aan te bieden met vergelijkbare vraagstelling en moeilijkheid
 - 4.2. aanvullende ondersteuning bieden die structuur brengt in de rekentaak
 - 4.3. aanbieden van een oplossingsstrategie
 - 4.4. modelleren door het ontwikkelen van een werkend oplossingsprotocol

Dyscalculie in relatie tot ondersteunend beeldmateriaal

Mijn gevoel zegt mij dat goede 3D-animaties aan de verschillende leerbehoeftes tegemoet kunnen komen van 'zwakkere' leerlingen:

- Kenmerk 4 (problemen met ruimtelijk inzicht) sluit hierop aan.
- 3D-animaties zouden kunnen helpen omdat deze op een alternatieve manier:
 - structuur brengen in een rekentaak
 - een oplossingsstrategie bieden op een beeldende manier.

Mijn gevoel wordt daarbij versterkt door het protocol ERWD (2012) dat naar naar verschillende bronnen verwijst waarin de relatie wordt gelegd tussen het leren van rekenen en wiskunde enerzijds en visueel ruimtelijke aspecten en het opdoen van ervaringen in de concrete werkelijkheid anderzijds.

De ontwikkeling van rekenen en wiskunde wordt vooral beïnvloed door taal en visueel-ruimtelijk denken. De mensen in de directe omgeving zijn daarvoor essentieel. De ontwikkeling van rekenconcepten begint bij het bewegen in de ruimte in combinatie met

het benoemen van die ruimte. Deze manier van leren noemt hij embodied cognition. De wijze waarop deze ontwikkeling in de eerste levensjaren verloopt, heeft invloed op de start en daarmee ook op het vervolg van de schoolloopbaan van een leerling. (Leseman, 2004)¹

Uit onderzoek blijkt dat een omgeving die op gebied van rekentaal en rekenen als 'arm' is te typeren een belangrijke bron kan zijn van rekenproblemen. Naarmate leerlingen meer ervaringen opdoen in de concrete werkelijkheid en deze beter leren benoemen, is de kans op een goede ontwikkeling van taal en rekenen groter. Tudge & Doucet (2004)²

Zwakke leerlingen hebben baat bij sterk reken- en wiskundeonderwijs. Dat is onderwijs dat aansluit bij de leerbehoeftes van leerlingen.

Bekend is dat sterke factoren in leerling en omgeving elkaar positief kunnen versterken en dat zwakke factoren elkaar negatief kunnen versterken. Ook is bekend dat sterke factoren zwakke factoren positief kunnen beïnvloeden. Dit betekent dat een sterke rekenaar minder last heeft van minder sterke rekenlessen, maar vooral dat een zwakke rekenaar baat heeft bij sterke rekenlessen. Anders gezegd: daar waar de leerling zwak is, moet het onderwijs sterk zijn. Dit is wat onderwijs passend maakt. (Van Dijken, 2012)

De wet op passend onderwijs legt daarbij een grote verantwoordelijkheid bij scholen en docenten om een krachtige leeromgeving te ontwikkelen waarin het beste uit leerlingen wordt gehaald, ook uit de leerlingen die van nature zwak zijn in een bepaald vak.

Dat de ontwikkeling van rekenen en wiskunde vooral wordt beïnvloed door taal en ruimtelijk visueel denken is aanleiding om het leerproces van leerlingen nog verder onder de loep te nemen. Zo krijgen we immers een optimaal beeld van wat een krachtige leeromgeving voor alle leerlingen, dus ook voor de 'zwakke' leerlingen in rekenen en wiskunde, zou kunnen zijn.

¹ Leseman, P. (2004). Verdwalen langs gebaande paden (Oratie). Universiteit Utrecht.

² Tudge, J.R.H., & Doucet, F. (2004). *Early mathematical experiences: Observing young black and white children's everyday activities*. Early Childhood Research Quarterly, 19, 21-39.

Meervoudige intelligenties

Intelligentie manifesteert zich bij verschillende mensen op verschillende manieren. In zijn verhandeling over meervoudige intelligenties geeft Ebbens (2013) drie argumenten waarom het werken hiermee belangrijk is in het licht van leren en activerend leren:

1. Recht doen aan de verschillen tussen leerlingen
2. Variatie in de onderwijsleersituatie
3. Voorbereiding op de toekomst

Recht doen aan de verschillen tussen leerlingen

Leerlingen verschillen onderling sterk. Verschil in aanleg en talent zijn bepalend voor de manier waarop zij zich leerstof eigen maken. Ebbens (2013) refereert hierbij naar het onderzoek naar verschillende intelligentiegebieden door Howard Gardner (1983)³.

Gardner onderscheidt daarbij:

- | | |
|---|--|
| 1. interpersoonlijke intelligentie | 5. muzikaal-ritmische intelligentie |
| 2. intrapersoonlijke intelligentie | 6. natuurgerichte intelligentie |
| 3. lichamelijk-motorische intelligentie | 7. verbaal-linguïstische intelligentie |
| 4. logisch-mathematische intelligentie | 8. visueel-ruimtelijke intelligentie |

Volgens Ebbens (2013) hebben leerlingen meestal meerdere intelligenties nodig om een probleem op te kunnen lossen, zeker bij complexere problemen.

Wiskunde is in dit kader zeker te zien als een vak waarin het leren oplossen van complexere problemen centraal staat. Omdat we weten dat leerlingen

- van meerdere intelligenties gebruikmaken bij het oplossen van problemen
- onderling sterk verschillen

kan de inzet van meervoudige intelligenties in een leerproces de kans vergroten dat leerlingen aansluiting vinden bij de lesstof en daardoor betere resultaten bereiken. Ik concentreer me binnen dit project op de drie intelligenties die de meest concrete relatie hebben met het leren van rekenen en wiskunde. Daarmee wil ik de andere intelligenties niet te kort doen maar de relatie van deze drie intelligenties met dit project is het duidelijkst.

4. Logisch-mathematische intelligentie leerlingen in staat om gemakkelijk met getallen en in hoeveelheden te denken.
7. Verbaal-linguïstische intelligentie stelt leerlingen in staat om gemakkelijk te denken in woorden en begrippen.
8. Visueel-ruimtelijke intelligentie stelt leerlingen in staat om gemakkelijk in beelden te denken. (Ebbens, 2013)

³ Gardner, H. (1983). *Frames of the mind: The Theory of Multiple Intelligences*. New York: Basic Books.

Variatie in de onderwijsleersituatie

Variatie in de onderwijsleersituatie kan op veel manieren vorm krijgen. Bijvoorbeeld wanneer leerlingen luisteren, of zelfstandig werken, of vragen beantwoorden, of samenwerken met andere leerlingen. Het werken met meervoudige intelligenties biedt een rijkdom aan soorten verwerkingsopdrachten. Docenten krijgen met deze inzichten de mogelijkheid om leerstof niet alleen verbaal-linguïstisch of logisch-mathematisch te laten verwerken, en dat gebeurt veel in het onderwijs, maar ook bijvoorbeeld muzikaal of op een beeldende manier of met bewegen. (Ebbens. 2013, p144)

Vorbereiding op de toekomst

Dat leerlingen tijdens de les gebruik maken van de verbaal-linguïstische intelligentie is evident. Ik kan me geen lesprogramma en geen les voorstellen zonder gesproken woord. Het werken met visualisaties in een leerproces sluit aan op de visueel-ruimtelijke intelligentie van de leerlingen. Door lesstof op verschillende manieren aan te bieden wordt de hersenactiviteit bij leerlingen geactiveerd, er worden meer en complexere verbindingen aangelegd, waardoor het leervermogen (hersenpotentieel) toeneemt. Daarmee worden leerlingen ook steeds beter voorbereid op hun toekomstige ontwikkeling.

Krachtige leeromgeving voor rekenen en wiskunde

Het voorgaande toont aan dat een krachtige leeromgeving voor reken- en wiskundeonderwijs er eentje is waarin een beroep wordt gedaan op zowel de logisch-mathematische, verbaal-linguïstische als de visueel-ruimtelijke intelligentie van leerlingen. Dat betekent dat het belangrijk is dat er in het reken- en wiskundeonderwijs zoveel mogelijk gebruik gemaakt wordt van leermiddelen die aansluiten bij en een beroep doen op deze intelligenties en elkaar, daar waar mogelijk, versterken.

In een proces waarin verschillende krachten elkaar tegenwerken is er immers nauwelijks beweging mogelijk. Zodra alle krachten dezelfde kant op werken kan er sprake zijn van beweging en ontwikkeling, van een krachtige leeromgeving.



afb. 4 Overgenomen uit De Veense Courant Online (2016, 14 juni). NK touwtrekken op de Middelaarseweg in Hoevelaken. Geraadpleegd op 21 augustus 2017, van <http://www.nijkerkerveen.org/nk-touwtrekken-op-middelaarseweg-hoevelaken/>

afb. 5 Overgenomen uit Kleurplaten.nl (2017). Tandem - Fiets. Geraadpleegd op 21 augustus 2017, van <http://www.kleurplaten.nl/fiets/tandem-fiets-k-7111.html>

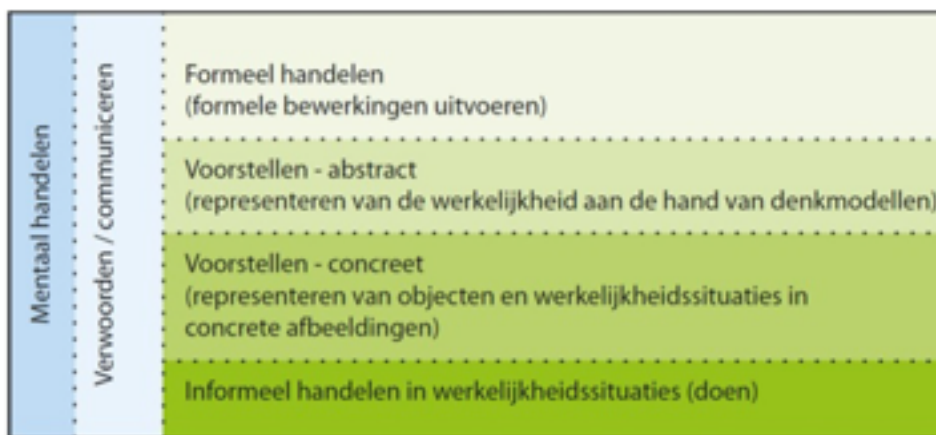
De ontwikkeling van animaties waarin gesproken en geschreven woord ondersteund worden door (3D-)animaties is een manier waarop dit mogelijk kan zijn. In het kader van dit project heb ik dan ook verschillende animaties ontwikkeld. Deze animatiefilms kon ik tot stand brengen door mijn kennis en vaardigheden op het gebied van 3D-visualisaties ten dienste te stellen van het uitleggen van reken-/wiskundeproblemen. In een uitgebreide analyse zal ik de didactische waarde ervan analyseren.

Didactische modellen

Het reken- en wiskundeonderwijs kent diverse didactische modellen. Voor de uitgebreide analyse van verschillende opgaven uit de 12e editie van Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO heb ik gebruik gemaakt van de volgende didactische modellen:

- Handelingsmodel uit het ERWD-protocol
- Drieslagmodel uit het ERWD-protocol
- Ijsbergmodel

Handelingsmodel



afb. 6 Overgenomen uit Protocol Ernstige RekenWiskundeproblemen en Dyscalculie (p. 139) door G. van Dijken, 2012, Assen: Van Gorcum.

Leerlingen leren van elkaar en van volwassenen op vier niveaus van handelen Daarom spreken wij van 'handelingsniveaus'

Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties (doen)

Op dit laagste, eerste niveau, leren leerlingen op informele wijze door samen iets te doen.

Handelingsniveau 2: voorstellen – concreet (representeren van objecten en werkelijkheidssituaties in concrete afbeeldingen).

Op dit niveau leren zij door elkaar over een concrete situatie iets te vertellen en daarbij gebruik te maken van afbeeldingen van de werkelijkheid.

Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract (representeren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen).

Op het derde niveau leren zij op een meer abstract niveau te redeneren aan de hand van schematische voorstellingen van de werkelijkheid met denkmodellen, schema's of werktekeningen.

Handelingsniveau 4: formeel handelen (formele bewerkingen uitvoeren).

Ten slotte leren zij op het hoogste, vierde niveau redeneren op basis van tekst, getallen of een combinatie van beide (formeel handelen door berekeningen uit te voeren of te symboliseren). (Van Dijken, 2012)

Drieslagmodel



afb. 7 Overgenomen uit Protocol Ernstige RekenWiskunde problemen en Dyscalculie (p. 155) door G. van Dijken, 2012, Assen: Van Gorcum.

De **context** in het Drieslagmodel representeert een dagelijkse situatie, bijvoorbeeld een advertentie voor een televisie. De potentiële koper ziet de advertentie en bedenkt dat hij wel een nieuwe televisie nodig heeft.

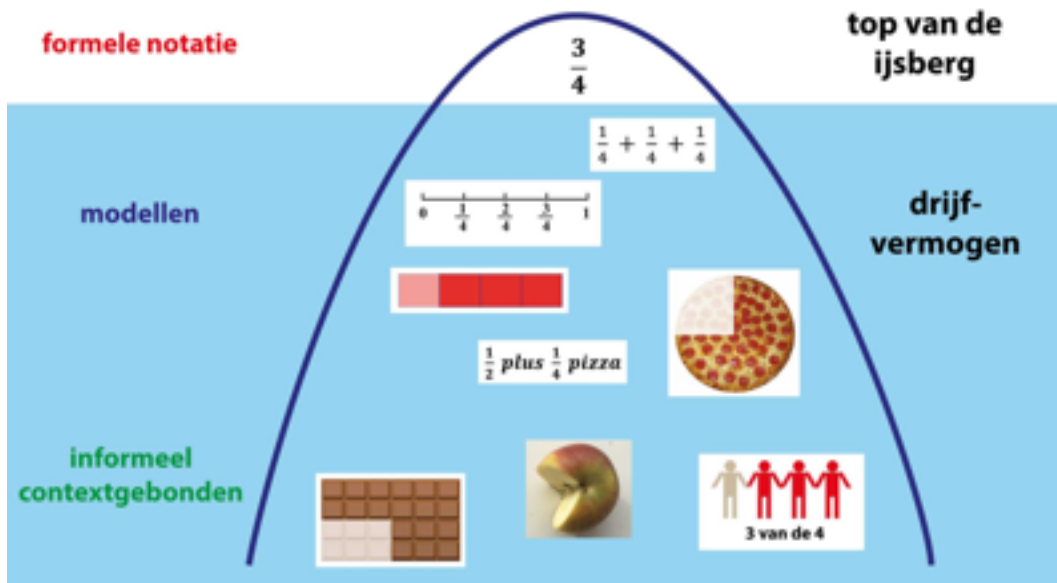
Tijdens het **plannen** bedenkt hij wat hij allemaal moet weten en doen voordat hij de beslissing neemt de televisie aan te schaffen. Hij identificeert en analyseert getalsmatige informatie, tekst en symbolen in de advertentie en geeft daaraan betekenis.

Onderdeel daarvan is het bedenken van de oplossingsprocedure. Hiervoor roept hij zijn kennis over procenten op uit zijn geheugen en bedenkt hoe hij de korting en de nieuwe prijs kan berekenen (**bewerking**).

Vervolgens rekt hij de nieuwe prijs uit zoals hij dat het beste kan (**uitvoeren**) en komt tot een antwoord (**oplossing**).

Hij relateert zijn antwoord aan de gegevens in de advertentie en bepaalt of het interessant is om deze televisie te kopen (**reflecteren**). (Van Dijken, 2014)

Ijsbergmodel



afb. 8
Overgenomen uit
Wiki Reken-
Wiskundeonderwijs
. Geraadpleegd op
22 november 2017,
van [http://
www.fi.uu.nl/wiki/
index.php/Ijsberg-
metafoor](http://www.fi.uu.nl/wiki/index.php/Ijsberg-metafoor).

Het Ijsbergmodel vertoont grote overeenkomsten met het Handelingsmodel en het Drieslagmodel.

Ook in dit model wordt gebruik gemaakt van:

- de concrete, informele situaties waarin kinderen leren handelen en leren betekenis te verlenen aan getallen, handelingen etc.
- de modellen die gebruikt worden om veelvoorkomende situaties of problemen op een 'modelmatige wijze' te leren oplossen.
- de abstractie die uiteindelijk uitmondt in 'kale sommen'.

Bij het leren (en bij het ondersteunen door de docent) is het regelmatig noodzakelijk om te 'schakelen' tussen de verschillende niveaus. (Wikipedia. Geraadpleegd op 20 november 2017 via: <http://www.fi.uu.nl/wiki/index.php/Ijsberg-metafoor>).

Ik herken in alle aspecten van het Ijsbergmodel aspecten van het Handelingsmodel en het Drieslagmodel en zie het daarom vooral als een voorloper van beide andere modellen. Het Ijsbergmodel wordt daarom verder binnen dit project niet als apart model behandeld bij de analyse van de lesstof waarbij 3D-animaties zijn ontwikkeld.

Tot besluit

Uit het onderzoek 'Rekenen in beeld' (Hoogland, 2012) is gebleken dat beeldrijk lesmateriaal het leren van rekenen en wiskunde ten goede komt. Door de wet op passend onderwijs zijn de grote verschillen tussen leerlingen in het klaslokaal terecht gekomen. Daarmee zijn ook grote verschillen in de manier van leren in de klas groter geworden. Met name bij 'zwakkere' leerlingen waarbij lesstof en hun manier van leren niet goed op elkaar aansluiten kunnen daarbij (ernstige) leerproblemen ontstaan. Deze leerlingen zijn extra gebaat bij een sterke leeromgeving waarin lesstof op een gevarieerde manier wordt aangeboden. Deze variatie maakt de kans groter dat genoemde aansluiting succesvol tot stand wordt gebracht.

Docenten die een dergelijke leeromgeving aan hun leerlingen willen bieden zullen moeten differentiëren binnen hun lessen. Lesmethodes bieden in toenemende mate gedifferentieerde leerroutes aan. Het is belangrijk om deze gedifferentieerde leerroutes kritisch te bekijken om te kunnen beoordelen of deze differentiatie daadwerkelijk aansluit bij de leerbehoeftes van de grote verscheidenheid aan leerlingen. Dit kan worden beoordeeld door er vanuit verschillende didactische modellen naar te kijken.

De verschillende didactische modellen in het voorgaande vertonen grote overeenkomsten en grijpen op verschillende punten in elkaar. In het kader van dit project is het niet zo zeer van belang, welk didactisch model wordt gevolgd. Het is vooral van belang om na te gaan hoe de verschillende aspecten uit de diverse didactische modellen de aandacht krijgen en aan kunnen sluiten bij de opgaven die we zullen beschouwen. In deze analyse wordt gekeken naar de volgende aspecten uit het Handelingsmodel en het Drieslagmodel:

- Abstractieniveau
- Beeldmateriaal
- Context
- Plannen
- Bewerking
- Uitvoeren
- Oplossing
- Reflecteren

Of de 3D-animaties een positieve bijdrage leveren aan het leren van rekenen en wiskunde, met name bij 'zwakke' leerlingen moet de praktijk en onderzoek uitwijzen. Dergelijk onderzoek maakt geen deel uit van dit project.

ANALYSE

We bekijken drie opgaven uit de 12 editie van Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO en analyseren deze in relatie tot de didactische modellen die in het theoretisch kader zijn gepresenteerd.

De lesmethode

De 12e editie van Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO biedt een 'arrangement' bestaande uit leerboeken, digitaal lesmateriaal, werkboeken, uitwerkingsboeken en antwoordenboeken.

De leerboeken hebben een vaste structuur:

- Voor elk leerjaar zijn er twee boeken met elk zes hoofdstukken
- Na elke twee hoofdstukken volgt een blok met Vaardigheden die erop gericht zijn om kennis en vaardigheden te onderhouden

Ook elk hoofdstuk is volgens een vaste structuur opgezet. Met voorkennis wordt bestaande kennis opgehaald en opgefrist.

In de paragrafen, die drie bladzijden basisstof bevatten, wordt gebruik gemaakt van theorie- en aanpakvlakken, uitgewerkte voorbeelden en uiteraard de oefenopgaven.

Elke paragraaf kent gedifferentieerde leerroutes, te weten:

- Ondersteunend
- Basis
- Uitdagend

10.1 Formules korter maken	
Je leert	• hoe je formules korter schrijft
Leerroutes	• ondersteunend: 1-2-03-4-05-5
	• basis: 1-2-3-4-5-6
	• uitdagend: 1-2-4-5-U1-U2

Voor de ondersteunende en uitdagende leerroute is in elke paragraaf een extra bladzijde met bijpassende opdrachten opgenomen. De ondersteunende leerroute bevat oefenopgaven die 'zwakkere leerlingen' in staat moet stellen om met extra oefening de lesstof te oefenen.

afb. 9 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1B HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 94) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

We analyseren nu enkele geselecteerde opgaven uit de ondersteunende leerroute in relatie tot verschillende aspecten van het Handelingsmodel en het Drieslagmodel, zoals deze in het ERWD-protocol zijn gegeven.

Opgaven in relatie tot verschillende didactische modellen

We beschouwen uit de 12 editie Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO de volgende ondersteunende opgaven:

1. Opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen
2. Opgave 10.1 O3 - Formules en vergelijkingen
3. Opgave 11.4 O26 - Oppervlakte en inhoud

Dit doen we door:

1. Algemene beschouwing van de opgaven aan de hand van:
 - 1.1. Het Handelingsmodel
 - 1.2. Het Drieslagmodel
2. Per opgave na te gaan welke basisopgaven aan de ondersteunende opgave vooraf gaan
3. Een analyse te maken van het ondersteunende karakter van de ondersteunende opgave aan de hand van:
 - 3.1. Het Handelingsmodel
 - 3.2. Het Drieslagmodel
4. Conclusies

Opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen

Voorafgaande opgaven

4 Hieronder zie je twee verhoudingstabellen.

A

aantal flessen	3	6	8	12
aantal glazen	21	...	...	...

) $\times \dots$

B

aantal doosjes	3	6	2	20
aantal snoepjes	165	...	...	...

) $\times \dots$

- Welk getal moet er bij de verticale pijl bij tabel A staan?
- Vul verhoudingstabel A verder in.
- Vul ook verhoudingstabel B verder in. Schrijf bij de pijlen hoe je gerekend hebt.
- Schrijf bij tabel A en bij tabel B de verhouding met zo klein mogelijke gehele getallen op.

5 Op de school van Moniek zijn 160 van de 192 leerlingen rechtshandig. Volgens Moniek is de verhouding 160 staat tot 192 hetzelfde als 5 staat tot 6.

aantal rechtshandige leerlingen	160	...	...	...
totaal aantal leerlingen	192	96	24	...

Vul de verhoudingstabel in en ga na of Moniek gelijk heeft.

- 6 a Kun je bij deze tabel een getal bij de verticale pijl zetten?
- b Is de tabel een verhoudingstabel? Licht toe.

lengte	1	2	3	4
oppervlakte	1	4	9	16

) $\times \dots$

Theorie

Niet elke tabel is een verhoudingstabel. De tabel in voorbeeld 1 is wel een verhoudingstabel. De tabel in voorbeeld 2 is geen verhoudingstabel.

Voorbeeld 1

aantal uren	1	2	4	12
aantal km	6	12	24	72

) $\times 6$

De getallen die boven elkaar staan hebben steeds dezelfde verhouding. Je kunt verticaal met het getal 6 vermenigvuldigen.

Voorbeeld 2

aantal dagen	1	2	4	12
aantal meter	25	100	400	3600

) $\times ?$

De getallen die boven elkaar staan hebben niet steeds dezelfde verhouding. Je kunt geen getal vinden waarmee je verticaal kunt vermenigvuldigen.

Ondersteunende route → maak opdracht O7

De ondersteunende opdracht

07 Bert en Jan gaan sparen voor een gameconsole. Bert begint met een bedrag van 25 euro en spaart elke week 10 euro. Jan begint met niets maar spaart elke week 15 euro.

a Laat met een berekening zien dat Bert na 2 weken een bedrag van 45 euro heeft.

b Laat ook zien dat Jan na 2 weken 30 euro heeft.

c Vul de tabellen verder in.

d Leg uit waarom de tabel van Jan een verhoudingstabel is.

e Is de tabel van Bert een verhoudingstabel? Licht toe.

Bert				
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	35	45	...	...

Jan				
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	15	30	...	...

afb. 11 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1A HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 175) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Analyse aan de hand van het Handelingsmodel

Verschillen tussen de basisopgaven 4 t/m 6 en de ondersteunende opgave 7 zijn nauwelijks:

- Er zijn geen plaatjes, figuren of afbeeldingen, gelinkt aan het vraagstuk, gebruikt om het vraagstuk te verduidelijken
- Er is sprake van een opgave waarin niet een voorstelling van de werkelijkheid wordt gegeven maar een beschrijving van die werkelijkheid.
- Er is wel sprake van een concrete context waar de opgave zich in afspeelt
- De opgave hangt daarmee naar mijn inschatting tussen de niveau's 'voorstellen - concreet' en 'voorstellen - abstract' in waardoor deze juist voor 'zwakkere leerlingen' alsnog tot problemen kan leiden

Het is twijfelachtig of leerlingen die ondersteuning nodig hebben, daadwerkelijk geholpen worden met de ondersteunende opdracht. Het abstractie-niveau is gelijk en er zijn geen extra middelen ingezet om leerlingen met opdracht O7 tot betere inzichten te krijgen.

Analyse aan de hand van het Drieslagmodel

opdracht O7a		
Context	Bert: startbedrag: €25, wekelijks spaarbedrag €10 Jan: wekelijks sparen: €15	
Plannen	Een berekening moet laten zien dat Bert na 2 weken €45 heeft gespaard	
Bewerking	Bert: €25 + €10 + €10	
Uitvoeren	€25 + 2 x €10	
Oplossing	€ 45	
Reflecteren	De berekening toont het gevraagde aan dus oplossing lijkt te kloppen en staat in een normale verhouding tot de context	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:		context verdelen over twee verschillende personen en de juiste bedragen toebedelen aan de juiste persoon. Rekenfouten maken.

opdracht O7b		
Context	Bert: startbedrag: €25, wekelijks spaarbedrag €10 Jan: wekelijks sparen: €15	
Plannen	Een berekening moet laten zien dat Jan na 2 weken €30 heeft gespaard	
Bewerking	Jan: €15 + €15	
Uitvoeren	2 x €15	
Oplossing	€ 30	
Reflecteren	De berekening toont het gevraagde aan dus oplossing lijkt te kloppen en staat in een normale verhouding tot de context	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:		context verdelen over twee verschillende personen en de juiste bedragen toebedelen aan de juiste persoon. In tegenstelling tot Bert begint met Jan met niets: kan een leerling dit correct vertalen naar rekenkundige gevolgen? Rekenfouten maken.

opdracht O7c		
Context	Bert: startbedrag: €25, wekelijks spaarbedrag €10 Jan: wekelijks sparen: €15	
Plannen	De tabellen verder invullen met aantallen euro's bij week 3 en 4	
Bewerking	Bert: wekelijks +€10 en Jan: wekelijks +€15	
Uitvoeren	Bert: €45 + €10 en €45 + €10 + €10 Jan: €30 + €15 en €30 + €15 + €15	
Oplossing	Bert: €55 en €65 Jan: €45 en €60	
Reflecteren	De berekeningen staan in een normale verhouding tot de context dus het lijkt te kloppen	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:		het juiste bedrag dat wekelijks wordt gespaard koppelen aan de juiste persoon en weten hoe hiermee door te rekenen. Rekenfouten maken.

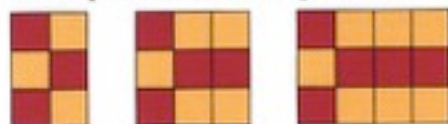
opdracht O7d		
Context	Bert: startbedrag: €25, wekelijks spaarbedrag €10 Jan: wekelijks sparen: €15	
Plannen	Laten zien dat de tabel van Jan een verhoudingstabel is	
Bewerking	aantal weken x een vast getal = aantal euro's	
Uitvoeren	1 x €15, 2 x €15, 3 x €15, 4 x €15	
Oplossing	1 x €15 = €15, 2 x €15 = €30, 3 x €15 = €45, 4 x €15 = €60	
Reflecteren	De berekeningen kloppen met de gevonden bedragen dus er is een vast getal waarmee we het aantal weken moeten vermenigvuldigen om het aantal gespaarde euro's te vinden. De tabel is een verhoudingstabel.	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	De techniek begrijpen om aan te tonen of een tabel een verhoudingstabel is en deze kunnen toepassen. De tabel van 15 niet kennen of hiermee fouten maken.	

opdracht O7e		
Context	Bert: startbedrag: €25, wekelijks spaarbedrag €10 Jan: wekelijks sparen: €15	
Plannen	Onderzoeken of de tabel van Bert een verhoudingstabel is	
Bewerking	aantal weken x een vast getal = aantal euro's	
Uitvoeren	1 x €35, 2 x €35, 3 x €35, 4 x €35	
Oplossing	1 x €35 = €35, 2 x €35 = €70,... verder rekenen is niet nodig	
Reflecteren	De berekeningen klopt bij week 2 al niet meer want 2 x €35 = €70 en geen €45 dus er is niet een vast getal waarmee we het aantal weken moeten vermenigvuldigen om het aantal gespaarde euro's te vinden. De tabel is geen verhoudingstabel. Rekenfouten maken.	

Opgave 10.1 O3 - Formules en vergelijkingen

• Voorafgaande opgaven

- 1 Hieronder staan figuren met gele en rode tegels. In het patroon zit een regelmaat.



1 2 3

- a Teken de vierde en de vijfde figuur in je schrift.
b Vul de tabellen hiernaast verder in.
c Hieronder zie je een aantal formules. Zoek de goede formule voor het aantal gele tegels.
A $1 + \text{nummer} \times 2 = \text{aantal}$
B $\text{nummer} \times 3 = \text{aantal}$
C $2 + \text{nummer} \times 2 = \text{aantal}$
D $\text{nummer} + 2 = \text{aantal}$
d Welke van de formules hierboven past bij het aantal rode tegels?
e Milan heeft formule A korter opgeschreven door n in plaats van nummer en a in plaats van aantal te schrijven. Schrijf de formule van Milan op.
f Bjorn beweert dat je formule A ook kunt schrijven als $1 + 2 \times n = a$ of $a = 2 \times n + 1$. Klopt de bewering van Bjorn?
g Formule A kan ook korter worden opgeschreven als $g = 2 \times f + 1$. Wat stellen de letters g en f in deze formule voor? Vind je deze letters handig gekozen?

nummer van de figuur	1	2	3	4	5
aantal rode tegels	...	...	...	...	...
nummer van de figuur	1	2	3	4	5
aantal gele tegels	...	...	...	...	...

Theorie

Sommige formules kun je **korter schrijven**. Je kiest daarbij voor de hand liggende letters en je mag ook de volgorde veranderen. Zo kan de formule $\text{nummer} \times 7 + 4 = \text{aantal}$ bijvoorbeeld korter worden geschreven als $n \times 7 + 4 = a$ of als $a = 4 + 7 \times n$.

- 2 a Schrijf de formule uit de theorie hierboven op nog twee andere manieren korter.
b Schrijf de formules B, C en D uit opdracht 1c korter.

Ondersteunende route → maak opdracht O3

• De ondersteunende opdracht

Ondersteunende opdrachten

- 03** Een uur paintballen kost bij De Kleurenschieter € 75,-. Daarnaast betaal je 5 cent voor elke kogel die je afschiet.
- a** Hoeveel kost een uur paintballen als je maar één kogel afvuurt?
 - b** Laat met een berekening zien dat je € 80,- in totaal moet betalen als je 100 kogels hebt geschoten.
 - c** Hoeveel moet je bij dit bedrijf betalen als je 2500 kogels hebt geschoten?
 - d** In de formules hieronder is a het aantal geschoten kogels en k de kosten in euro's. Welke van de onderstaande formules kun je gebruiken om de kosten te berekenen?
 $A \quad a \times 5 + 75 = k$ $C \quad a \times 0,05 + 75 = k$
 $B \quad a \times 75,05 = k$ $D \quad a \times 75 + 0,05 = k$
 - e** De prijs voor een afgeschoten kogel stijgt naar 7 cent. Hoe wordt de nieuwe formule?



afb. 13 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1B HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 95) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Analyse aan de hand van het Handelingsmodel

Bij de basisopgaven 1 en 2 is er zeer snel sprake van een hoog abstractie-niveau. Bij de eerste opgave is er weliswaar sprake van een concrete context maar de gebruikte illustraties maken een schematische indruk. Bij de ondersteunende opgave 3 wordt de context nog wat concreter, staat in ieder geval dichterbij de beleavingswereld van leerlingen. Vanuit de rekendidactiek kunnen de volgende opmerkingen gemaakt worden:

- Er is weliswaar een plaatje gebruikt, gelinkt aan het vraagstuk, maar dit plaatje heeft naar mijn inschatting geen meerwaarde om de opgave beter te doorgronden
- Er is sprake van een opgave waarin niet een voorstelling van de werkelijkheid wordt gegeven maar een beschrijving van die werkelijkheid.
- Er is wel sprake van een concrete context waar de opgave zich in afspeelt
- De opgave hangt daarmee naar mijn inschatting tussen de niveau's 'voorstellen - concreet' en 'voorstellen - abstract' in waardoor deze juist voor 'zwakkere leerlingen' alsnog tot problemen kan leiden

Het is twijfelachtig of leerlingen die ondersteuning nodig hebben, daadwerkelijk geholpen worden met de ondersteunende opdracht. Het abstractie-niveau is gelijk en er zijn geen bruikbare extra middelen ingezet om leerlingen met opdracht O3 tot betere inzichten te krijgen.

Analyse aan de hand van het Drieslagmodel

opdracht O3a		
Context	1 uur paintballen kost €75, 1 kogel kost 5 cent	
Plannen	kosten berekenen voor 1 uur paintballen als er 1 kogel wordt gebruikt	
Bewerking	$5 \text{ cent} = €0,05$	
Uitvoeren	$€75 + €0,05$	
Oplossing	€ 75,05	
Reflecteren	1 uur kost €75. €75,05 is meer dan €75 dus de oplossing lijkt goed	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	vergeten 5 cent om te zetten naar euro's. Niet de juiste uitvoering weten te vinden voor het rekenprobleem	

opdracht O3b		
Context	1 uur paintballen kost €75, 1 kogel kost 5 cent	
Plannen	met een berekening laten zien dat een uur paintballen met 100 kogels €80 kost	
Bewerking	$100 \times €0,05 = €5$	
Uitvoeren	$€75 + €5$	
Oplossing	€ 80	
Reflecteren	De berekening toont het gevraagde aan dus oplossing lijkt te kloppen en staat in een normale verhouding tot de context	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	Kosten voor 100 kogels omzetten naar euro's. Niet de juiste uitvoering weten te vinden voor het rekenprobleem	

opdracht O3c		
Context	1 uur paintballen kost €75, 1 kogel kost 5 cent	
Plannen	met een berekening laten zien wat de kosten zijn als je 2500 kogels hebt geschoten. Aan de vraagstelling ontbreekt het tijdsbestek waarin de 2500 kogels worden geschoten. Leerlingen moeten zelf kennelijk bedenken dat ook dit in 1 uur gebeurt. Dat is echter niet vanzelfsprekend.	
Bewerking	$2500 \times €0,05 = €125$	
Uitvoeren	$€75 + €125$	
Oplossing	€ 200	
Reflecteren	De berekeningen staan in een normale verhouding tot de context dus het lijkt te kloppen	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	In de vraagstelling ontbreekt het tijdsbestek. Kosten voor 2500 kogels omzetten naar euro's. Niet de juiste uitvoering weten te vinden voor het rekenprobleem	

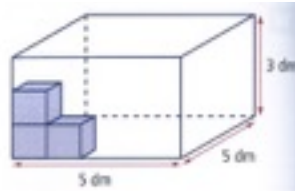
opdracht O3d		
Context	1 uur paintballen kost €75, 1 kogel kost 5 cent, a is het aantal schoten, k zijn de kosten in euro's	
Plannen	de letterformule vinden bij de rekenproblemen uit O3a t/m O3c. Keuze uit 4 verschillende opties	
Bewerking	$a \times \text{prijs per kogel in euro's}$ (aantal $a \times \text{prijs per kogel}$). $a \times 0,05$ en 75 bij elkaar optellen om kosten te krijgen	
Uitvoeren	$a \times 0,05 + 75$	
Oplossing	$a \times 0,05 + 75 = k$	
Reflecteren	De gevonden formule staat bij de opties, nl. optie C dus de gevonden formule lijkt te kloppen	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	Niet de juiste uitvoering weten te vinden voor het rekenprobleem. Te hoog abstractie-niveau door met letters te werken.	

opdracht O3e		
Context	1 uur paintballen kost €75, 1 kogel kost 5-cent 7 cent, a is het aantal schoten, k zijn de kosten in euro's	
Plannen	de letterformule vinden bij het rekenprobleem als de kosten per kogel naar 7 cent stijgen	
Bewerking	$a \times \text{prijs per kogel in euro's}$ (aantal $a \times \text{prijs per kogel}$). $a \times 0,07$ en 75 bij elkaar optellen om kosten te krijgen	
Uitvoeren	$a \times 0,07 + 75$	
Oplossing	$a \times 0,07 + 75 = k$	
Reflecteren	De gevonden formule staat bij de opties, nl. optie C dus de gevonden formule lijkt te kloppen	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	Wijziging van de aanvankelijke context. Niet doorhebben dat in de formule die bij O3d is gevonden alleen 0,05 gewijzigd moet worden in 0,07. Te hoog abstractie-niveau door met letters te werken.	

Opgave 11.4 O26 - Oppervlakte en inhoud

• Voorafgaande opgaven

- 22 Hiernaast zie je een glazen balk. De balk is al voor een deel gevuld met kleine kubusjes van 1 dm^3 .
- Hoeveel kleine kubusjes van 1 dm^3 passen er op het grondvlak van de glazen balk?
 - En hoeveel lagen passen er in de hoogte van de glazen balk?
 - Hoeveel kleine kubusjes van 1 dm^3 passen er in de glazen balk?

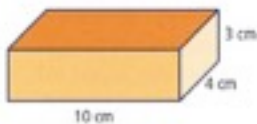


Theorie

De inhoud van een figuur vind je door na te gaan hoe vaak de gekozen inhoudsmaat in de figuur past. Enkele inhoudsmaten zijn m^3 , dm^3 en cm^3 . Je spreekt deze maten achtereenvolgens uit als kubieke meter, kubieke decimeter en kubieke centimeter. De inhoud van een kubus of een balk krijg je door de oppervlakte van het grondvlak met de hoogte te vermenigvuldigen.

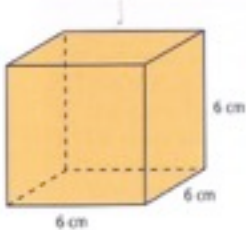
Voorbeeld

Bereken de inhoud van de balk.

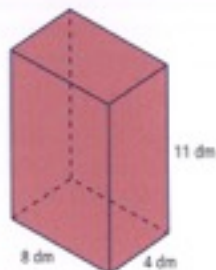


Oplossing

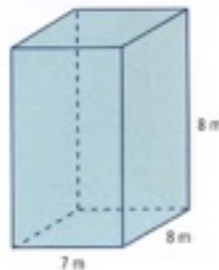
De oppervlakte van het grondvlak is $10 \times 4 = 40 \text{ cm}^2$. De inhoud van de balk is $40 \times 3 = 120 \text{ cm}^3$.



A

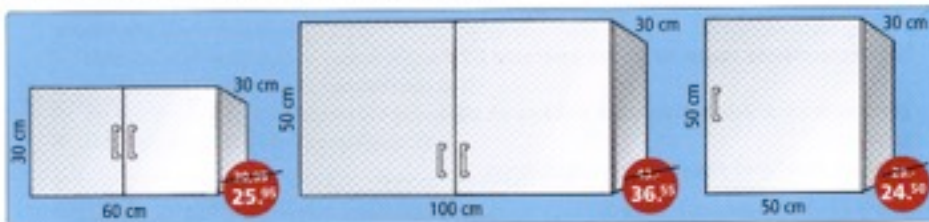


B



C

- 23 Bereken de inhoud van bovenstaande figuren.
- 24
- Welke inhoudsmaat gebruik je om de inhoud van een klaslokaal aan te geven?
 - Hoe groot ongeveer is de inhoud van je klaslokaal?

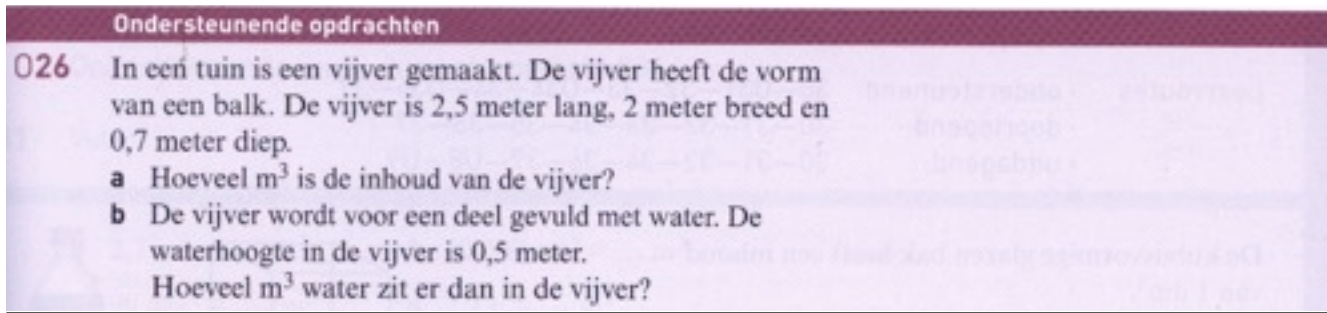


- 25 Bereken de inhoud in cm^3 van deze drie keukenkasten.

Ondersteunende route → maak opdracht O26

afb. 14 Bewerkt uit Moderne Wiskunde 1B HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 140-141) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

- **De ondersteunende opdracht**



Ondersteunende opdrachten

O26 In een tuin is een vijver gemaakt. De vijver heeft de vorm van een balk. De vijver is 2,5 meter lang, 2 meter breed en 0,7 meter diep.

- a** Hoeveel m^3 is de inhoud van de vijver?
- b** De vijver wordt voor een deel gevuld met water. De waterhoogte in de vijver is 0,5 meter. Hoeveel m^3 water zit er dan in de vijver?

afb. 15 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1B HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 143) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Analyse aan de hand van het Handelingsmodel

Ik heb de indruk dat de ondersteunende opgave O26 voor leerlingen die moeite hebben met de basisopgaven 22 t/m 25 niet echt is geslaagd:

- Er zijn geen plaatjes, figuren of afbeeldingen, gelinkt aan het vraagstuk, gebruikt om het vraagstuk te verduidelijken in tegenstelling tot de basis opgaven
- Er is sprake van een opgave waarin niet een voorstelling van de werkelijkheid wordt gegeven maar een beschrijving van die werkelijkheid.
- Er is wel sprake van een concrete context waar de opgave zich in afspeelt
- De opgave hangt daarmee naar mijn inschatting tussen de niveau's 'voorstellen - concreet' en 'voorstellen - abstract' in waardoor deze juist voor 'zwakkere leerlingen' alsnog tot problemen kan leiden

Analyse aan de hand van het Drieslagmodel

opdracht 26a		
Context	balk, lengte 2,5 meter, breedte 2 meter, diepte 0,7 meter	
Plannen	oppervlakte grondvlak = lengte x breedte, Inhoud is oppervlakte grondvlak x hoogte	
Bewerking	alles is al in meters dus 2,5, 2 en 0,7 met elkaar vermenigvuldigen. Inhoud van drie lengtematen in meters geeft een antwoord in kubieke meters.	
Uitvoeren	$2,5 \times 2 \times 0,7$	
Oplossing	3,5 m ³	
Reflecteren	3,5 m ³ = 3500 liter. Dat lijkt wel erg veel voor zo'n klein vijvertje.	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	Niet begrijpen dat diepte een hoogte bij volumeberekeningen hetzelfde zijn. Geen goede eenheid bij het antwoord vinden. Beseffen dat van de vijver die leeg is wel een inhoud kan worden berekend zoals het volume van een balk wordt berekend.	

opdracht 26b		
Context	balk, lengte 2,5 meter, breedte 2 meter, waterhoogte 0,5 meter	
Plannen	oppervlakte grondvlak = lengte x breedte, Inhoud is oppervlakte grondvlak x hoogte	
Bewerking	alles is al in meters dus 2,5, 2 en 0,5 met elkaar vermenigvuldigen. Inhoud van drie lengtematen in meters geeft een antwoord in kubieke meters.	
Uitvoeren	$2,5 \times 2 \times 0,5$	
Oplossing	2,5 m ³	
Reflecteren	2,5 m ³ = 2500 liter. Dat lijkt wel erg veel voor zo'n klein vijvertje.	
Mogelijke problemen waar leerlingen tegenaan kunnen lopen:	Gewijzigde context. Geen goede eenheid bij het antwoord vinden. Beseffen dat het water in de vijverbak ook de vorm van een balk heeft.	

Conclusies

Literatuuronderzoek heeft nut en noodzaak van ondersteunend beeldmateriaal voldoende aangetoond. Van deze mogelijkheid wordt nauwelijks gebruik gemaakt. De opgaven worden gekenmerkt door relatief veel tekstuele informatie waarin getalsmatige informatie is verwerkt. Taal-zwakke leerlingen worden hiermee te kort gedaan. De logisch-mathematische intelligentie kan niet worden ingezet als de verbaal-linguïstische intelligentie onvoldoende in staat is om de tekstuele informatie te verwerken. De visueel-ruimtelijke intelligentie wordt nauwelijks aangesproken. Leerlingen met een relatief zwakke verbaal-linguïstische intelligentie zullen daarmee weinig ondersteuning ervaren van de ondersteunende opgaven.

Opgaven in relatie tot het Handelingsmodel

De ondersteunende opgaven die in het kader van dit project zijn beschouwd zijn ontwikkeld voor 'zwakkere' leerlingen. Zowel de opgaven uit de leerroute 'basis' als de geselecteerde ondersteunende opgaven zitten tekstueel op het niveau 'voorstellen - concreet' maar bij gebrek aan concrete afbeeldingen is er eerder sprake van een beschrijving van de werkelijkheidssituatie dan een representatie of verbeelding van de werkelijkheidssituatie.

Dat betekent dat zowel de basisopgaven als de ondersteunende opgaven doorgaans tussen het niveau 'voorstellen - concreet' en 'voorstellen - abstract' inzitten. Daarmee moeten zij naar mijn mening binnen het Handelingsmodel als 'voorstellen - abstract' worden gekwalificeerd.

Dat betekent dat de kans groot is dat leerlingen die problemen hebben met het oplossen van de basisopgaven dezelfde problemen ervaren bij het oplossen van de ondersteunende opgaven. Met de ondersteunende opgaven wordt weliswaar extra oefenmateriaal aangeboden, het ondersteunend materiaal doet geen beroep op andere intelligenties.

Als een leerling bepaalde lesstof niet begrijpt zal een docent hulp bieden. Dat kan door:

- dezelfde uitleg nog een keer te herhalen
- de lesstof op een andere manier uit te leggen

De tweede manier is effectiever en verdient mijn voorkeur. Dit is echter niet wat er gebeurt met de ondersteunende opgaven die in het kader van dit project zijn beschouwd.

Vanuit didactische overwegingen is het onwenselijk dat 'zwakkere leerlingen' die ondersteuning nodig hebben in een ondersteunende leerroute op dit niveau worden bediend. Tekst (taal) maakt het grootste deel uit van de opgave. Bij één opgave worden rekenschema's aangeboden (verhoudingstabellen), bij één opgave is een foto geplaatst. Deze foto heeft echter uitsluitend een illustratieve functie en bevat geen informatie die nodig is voor het oplossen van de opgave. Dit toont de wenselijkheid van de ontwikkeling van extra ondersteunend, beeldend materiaal.

Opgaven in relatie tot het Drieslagmodel

Analyse van de ondersteunende opgaven vanuit het Drieslagmodel laten zien dat er nogal wat risico's zijn op problemen bij het (zelfstandig) oplossen van de ondersteunende opgaven. Daarmee lijkt het idee van een ondersteunende leerroute zijn doel voorbij te schieten.

Zowel de basis-opgaven als de ondersteunende opgaven die in het kader van dit project worden beschouwd sluiten naar mijn mening redelijk goed aan bij het Drieslagsmodel. De oplossingsstrategie vanuit het Drieslagmodel is goed op de opgaven toe te passen.

Omdat de opgaven zijn ontwikkeld voor 'zwakkere leerlingen' levert een analyse van de opgaven wel de nodige potentiële problemen op. Daarmee hebben de ondersteunende opgaven het risico, dat leerlingen die hier niet goed uitkomen gedemotiveerd raken omdat zij te zeer bevestigd worden dat zij de lesstof niet begrijpen.

De risico's doen zich bij de meeste opgaven al direct aan het begin voor, waarbij de getalsmatige hoeveelheden uit de context moeten worden gehaald en op de juiste manier moeten worden geïnterpreteerd. Ook hier is het een te eenzijdig beroep op de verbaal-linguïstische intelligentie die het oplossen van opgaven in de weg kan gaan zitten.

Van een ondersteunende opgave zou ik verwachten dat deze ondersteuning geeft bij leerproblemen. De ondersteunende opgaven zijn immers ontwikkeld bij de ondersteunende leerroute en zijn bedoeld voor leerlingen die aan de voorafgaande lesstof met bijbehorende oefenopgaven niet genoeg hebben gehad en extra oefenmateriaal nodig hebben.

Voor leerlingen die zelfstandig werken schieten in mijn beleving deze opgaven hun doel voorbij. Er wordt onvoldoende ingespeeld op het gebruik van meervoudige intelligenties.

Voor leerlingen die met succes aanvullende instructie en extra uitleg hebben gekregen van de docent ligt het genuanceerder. De ondersteunende opgaven spelen een rol als extra oefenmateriaal.

Vanuit het theoretisch kader is echter duidelijk geworden dat het leerproces bij leerlingen op heel verschillende manieren verloopt. De ondersteunende opgaven lijken hier echter onvoldoende op in te spelen. Er wordt geen of onvoldoende gebruik gemaakt van ondersteunend beeldmateriaal. Dat belemmert 'taal-zwakke' leerlingen om de context zelfstandig goed te doorgronden en daarmee de opgave zelfstandig tot een oplossing te brengen. Hiervoor lijken de gepresenteerde opdrachten soms te complex, zeker voor leerlingen waarbij vooral de verbaal-linguïstische intelligentie maar ook de logisch-mathematische intelligentie zwak zijn.

Door alsnog extra beeldmateriaal te ontwikkelen bij de opgaven waarbij de visueel-ruimtelijke intelligentie wordt aangesproken kan hierin een slag gemaakt worden. In het kader van dit project zijn een drietal 3D-animaties ontwikkeld die aansluiten bij deze ondersteunende opgaven. Aanvullend onderzoek is nodig om het effect op het leerproces bij (taal-)zwakke leerlingen te meten.

Omdat er een mogelijk verband lijkt te bestaan tussen een zwakke verbaal-linguïstische intelligentie en ernstige reken- en wiskundeproblemen zal bij dergelijk onderzoek ook de mogelijke relatie tussen dyscalculie en dyslectie kunnen worden onderzocht.

Techniek

Bij de totstandkoming van deze 3D-animaties is gebruik gemaakt van de volgende software:

1. VectorWorks 2009 - Een CAD-tekenpakket
2. Cinema 4D R14 - 3D-visualisaties
3. Adobe Premiere Pro CS6 - montage
4. Adobe Photoshop CS6 - verwerkte afbeeldingen
5. Adobe Illustrator CS6 - geschreven animaties
6. GarageBand 10.2.0 - geluidseffecten en tune
7. MicroSoft Excel voor Mac 2011 14.7.2 - timing script
8. QuickTime Player 10.4 - opnemen Voice-Over en Schermopnames getekende animaties

Opzet

“Als woorden te kort schieten”, een meesterstuk waarin met behulp van 3D-animaties uitleg wordt gegeven over verschillende wiskundige onderwerpen.

De gekozen onderwerpen zijn ontleend aan ondersteunende opgaven uit de 12e editie van de lesmethode Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO. Deze ondersteunende opgaven maken onderdeel uit van de ondersteunende leerroute die in deze lesmethode is opgenomen.

Als we deze ondersteunende opgaven beschouwen binnen de opzet van de lesstof valt op dat alle benodigde kennis om een opgave op te kunnen lossen reeds aan bod is gekomen. De opgaven zijn dan ook duidelijk ontwikkeld voor leerlingen die het geleerde nog niet of onvoldoende hebben begrepen. Leerlingen beheersen de benodigde vaardigheden niet of onvoldoende.

Het is de vraag of de gebruikte ondersteunende opgaven er toe zullen leiden dat zwakke leerlingen de gewenste vaardigheden alsnog zullen ontwikkelen zonder ondersteunende hulpmiddelen.

Alle opgaven zijn beschrijvend van aard. Bij gebrek aan concreet, beeldend materiaal bestaat het risico dat de opgaven alsnog voor ‘zakkere leerlingen’ te abstract zijn om de informatie te kunnen verwerken en daarmee het vraagstuk te doorgronden. Door gebruik te maken van 3D-animaties wordt uitleg gegeven op een manier die beeldend materiaal en gesproken woord toevoegt aan de geschreven opgaven. Daarbij worden barrières die taal-zwakke leerlingen ervaren op verschillende manieren doorbroken.

Opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen

De opgave

07 Bert en Jan gaan sparen voor een gameconsole. Bert begint met een bedrag van 25 euro en spaart elke week 10 euro. Jan begint met niets maar spaart elke week 15 euro.

a Laat met een berekening zien dat Bert na 2 weken een bedrag van 45 euro heeft.

b Laat ook zien dat Jan na 2 weken 30 euro heeft.

c Vul de tabellen verder in.

d Leg uit waarom de tabel van Jan een verhoudingstabel is.

e Is de tabel van Bert een verhoudingstabel? Licht toe.

Bert				
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	35	45	...	...

Jan				
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	15	30	...	...

afb. 16 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1A HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 175) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Onderwerp

Verhoudingstabellen

Voorkennis

- weten wat verhoudingen zijn
- weten wat procenten zijn
- weten wat schaal is

Wat aan deze opgave vooraf gaat

- oefenen met het invullen van tabellen
- oefenen met verhoudingstabellen
- horizontale en verticale verhoudingen berekenen in een verhoudingstabel
- niet elke tabel is een verhoudingstabel

Doel van de ondersteunende opgave

- begrijpen dat niet elke tabel een verhoudingstabel is
- weten hoe je kunt onderzoeken of een tabel een verhoudingstabel is

Te verwachten problemen

- rekenvaardigheden
- leesproblemen: te veel en te beknopte puur tekstuele informatie

Eigen doelen bij deze opgave

- inzicht geven waarom de ene tabel wel en de andere geen verhoudingstabel is
- systematisch leren ordenen van informatie
- aantrekkelijk introduceren van het vraagstuk: de opgave introduceert het vraagstuk als een "spaarprobleem". Door sparen te associëren met "dromen" wordt het vraagstuk mogelijk iets aantrekkelijker voor leerlingen.

Opgave 10.1 O3 - Formules en vergelijkingen

De opgave

Ondersteunende opdrachten

- 03** Een uur paintballen kost bij De Kleurenschieter € 75,-. Daarnaast betaal je 5 cent voor elke kogel die je afschiet.
- a** Hoeveel kost een uur paintballen als je maar één kogel afvuurt?
 - b** Laat met een berekening zien dat je € 80,- in totaal moet betalen als je 100 kogels hebt geschoten.
 - c** Hoeveel moet je bij dit bedrijf betalen als je 2500 kogels hebt geschoten?
 - d** In de formules hieronder is a het aantal geschoten kogels en k de kosten in euro's. Welke van de onderstaande formules kun je gebruiken om de kosten te berekenen?
 $A \ a \times 5 + 75 = k$ $C \ a \times 0,05 + 75 = k$
 $B \ a \times 75,05 = k$ $D \ a \times 75 + 0,05 = k$
 - e** De prijs voor een afgeschoten kogel stijgt naar 7 cent. Hoe wordt de nieuwe formule?



afb. 17 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1B HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 95) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Onderwerp

Formules korter maken

Voorkennis

- weten welke volgorde bij berekeningen geldt

Wat aan deze opgave vooraf gaat

- oefenen met woordformules
- oefenen met letterformules

Doel van de ondersteunende opgave

- begrijpen wat een vaste waarde is
- begrijpen wat een variabele is

Te verwachten problemen

- rekenvaardigheden
- leesproblemen: te veel en te beknopte puur tekstuele informatie

Eigen doelen bij deze opgave

- inzicht geven in het verschil tussen vaste en variabele kosten
- systematisch leren ordenen van informatie
- aantrekkelijk introduceren van het vraagstuk door gebruik te maken van het leuke aspect van paintballen

Opgave 11.4 O26 - Oppervlakte en inhoud

De opgave

Ondersteunende opdrachten

O26 In een tuin is een vijver gemaakt. De vijver heeft de vorm van een balk. De vijver is 2,5 meter lang, 2 meter breed en 0,7 meter diep.

a Hoeveel m^3 is de inhoud van de vijver?

b De vijver wordt voor een deel gevuld met water. De waterhoogte in de vijver is 0,5 meter. Hoeveel m^3 water zit er dan in de vijver?

afb. 18 Overgenomen uit Moderne Wiskunde 1B HAVO/VWO OB 12e editie. (p. 143) door I. de Bruin, 2016, Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Onderwerp

Inhoud

Voorkennis

- weten hoe de omtrek en oppervlakte van een rechthoek kan worden berekend
- kennen van lengtematen en deze kunnen omrekenen

Wat aan deze opgave vooraf gaat

- oppervlaktematen
- oefenen met omtrek-, oppervlakte- en inhoudsberekeningen van rechthoekige figuren en deze kunnen omrekenen
- oefenen met het schatten van maten
- berekenen oppervlakte van een driehoek met behulp van 'inlijsten'

Doel van de ondersteunende opgave

- maken van inhoudsberekeningen bij balkachtige vormen

Te verwachten problemen

- rekenvaardigheden
- leesproblemen: te veel en te beknopte puur tekstuele informatie
- interpreteren van een inhoudsberekening bij 'gedeeltelijk vullen van een vijver' → welke informatie moet er worden gebruikt om tot een correcte berekening te komen?

Eigen doelen bij deze opgave

- inzicht geven in het verschil tussen beschikbare en gebruikte inhoud
- systematisch leren ordenen van informatie
- stimuleren van abstracter denken m.b.v. 'denkbeeldige balk van water'
- aantrekkelijk introduceren van het vraagstuk door de verschillen tussen de gebruikte abstractie en de realiteit inzichtelijk te maken

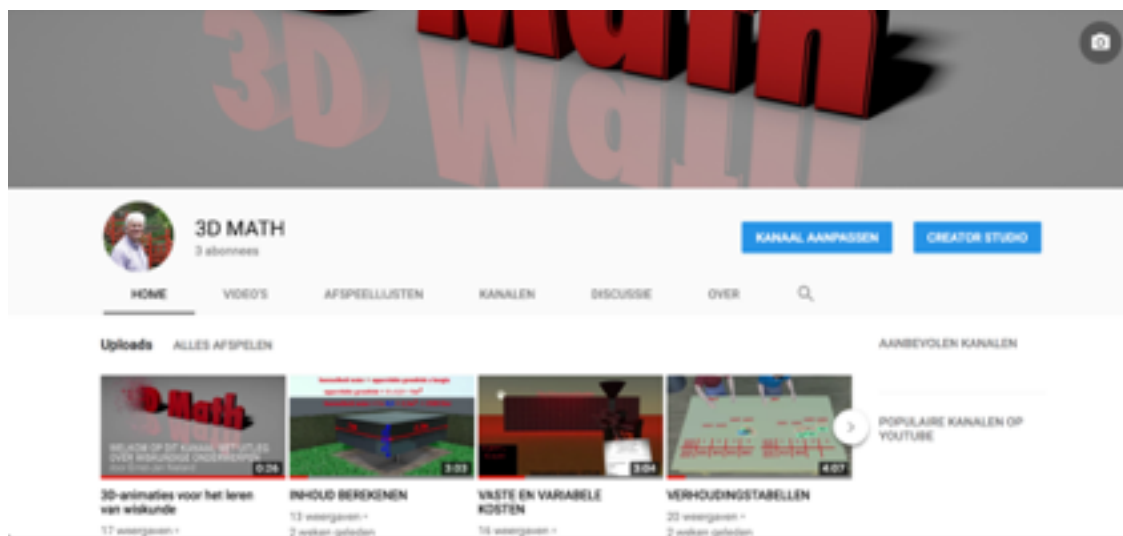
EINDPRODUCT

Enkele 3D-animaties die inzicht geven in mogelijke visuele presentatietechnieken als ondersteunend hulpmiddel bij de verbetering van de didactische kwaliteit van wiskundeonderwijs voor 'zwakkere' leerlingen die ondersteund lesmateriaal nodig hebben om lesstof te kunnen doorgronden en begrijpen.

De 3D-animaties zijn gemaakt bij enkele ondersteunende opgaven, zoals deze te vinden zijn in de 12e editie van Moderne Wiskunde OB HAVO/VWO en zijn bijeengebracht op een YouTube-kanaal dat naar aanleiding van dit meesterstuk door mij is opgezet.

YouTube

Om het bereik van de films zo groot mogelijk te maken ben ik met een eigen YouTube-kanaal gestart. Dit YouTube-kanaal heet 3D Math en is te vinden via deze [link](https://www.youtube.com/channel/UCICfgaoEY0YJDVLF5IHL5Og).



afb. 19 Overgenomen uit YouTube kanaal 3D Math (2017). 3D animaties voor het maken van wiskunde. Geraadpleegd op 22 november 2017, van <https://www.youtube.com/channel/UCICfgaoEY0YJDVLF5IHL5Og>

De afzonderlijke filmpjes zijn via de onderstaande links te vinden:

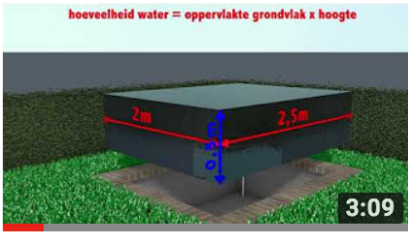
- [verhoudingstabellen](#)
- [vaste en variabele kosten](#)
- [inhoud](#)

Het nadrukkelijk mijn bedoeling om hier in de toekomst nieuwe 3D-animaties te blijven plaatsen en hier zoveel mogelijk leerlingen mee te bereiken omdat ik ervan overtuigd ben dat visuele ondersteuning bij het leren van rekenen en wiskunde voor velen nuttig is.

Bereik en bruikbaarheid

Door de 3D-animaties op een eigen YouTube-kanaal te plaatsen is het bereik ervan geoptimaliseerd en zijn de animaties daadwerkelijk direct bruikbaar voor iedereen.

Onderzoek kan aantonen of ze ook daadwerkelijk het beoogde effect hebben en een positief effect hebben op het leren van rekenen en wiskunde bij 'zwakke' leerlingen. Dagelijks is het bereik ervan echter te zien. Sinds de plaatsing van de 3D-animaties op YouTube hebben de films de volgende bezoekersaantallen gehad:

Verhoudingstabellen  Verhoudingstabellen 19 weergaven • 3 weken geleden	Deze animatie is tussentijds een keer aangepast. In 3 weken tijd is de animatie 19 keer bekeken. In de twee voorafgaande weken werd de 1e versie 20 keer bekeken waarmee de animatie in drie weken in totaal 39 keer werd bekeken. afb. 20 Overgenomen uit YouTube kanaal 3D Math (2017). 3D animaties voor het maken van wiskunde. Geraadpleegd op 22 november 2017, van https://www.youtube.com/channel/UCICfgaoEY0YJDVLF5IHL5Og
Vaste en variabele kosten  VASTE EN VARIABELE KOSTEN 30 weergaven • 1 maand geleden	Deze animatie is in een maand in totaal 30 keer bekeken. afb. 21 Overgenomen uit YouTube kanaal 3D Math (2017). 3D animaties voor het maken van wiskunde. Geraadpleegd op 22 november 2017, van https://www.youtube.com/channel/UCICfgaoEY0YJDVLF5IHL5Og
Inhoud  Inhoud berekenen 15 weergaven • 3 weken geleden	Deze animatie is tussentijds een keer aangepast. In 3 weken tijd is de animatie 15 keer bekeken. In de twee voorafgaande weken werd de 1e versie 13 keer bekeken waarmee de animatie in drie weken in totaal 28 keer werd bekeken. afb. 22 Overgenomen uit YouTube kanaal 3D Math (2017). 3D animaties voor het maken van wiskunde. Geraadpleegd op 22 november 2017, van https://www.youtube.com/channel/UCICfgaoEY0YJDVLF5IHL5Og

GERAADPLEEGDE BRONNEN

- 3D Math. (2017). In *YouTube*. Geraadpleegd op 7 december 2017, van <https://www.youtube.com/channel/UCICfgaoEY0YJDVLF5IHL5Og>
- Boswinkel, N. & Moerlands, F. (2003). *Het topje van de ijsberg*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Bruin, I. van, Eijk, E van der, Kok, D. Nannings, S., Proosdij, G. van, Roll, C., Schaberg, G. Sinkeldam, R. & Smeenk-van Broekhoven (2016a). *Moderne Wiskunde HAVO/VWO OB 1A 12e editie*. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Bruin, I. van, Eijk, E van der, Kok, D. Nannings, S., Proosdij, G. van, Roll, C., Schaberg, G. Sinkeldam, R. & Smeenk-van Broekhoven (2016b). *Moderne Wiskunde HAVO/VWO OB 1B 12e editie*. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Desoete, A., Ghesquiere, P., De Smeldt, B., Andries, C., Van den Broeck, W. & Ruijsenaars, A. J. J. M. (2010). *Dyscalculie: Standpunt van onderzoekers in Vlaanderen en Nederland*. In : Tijdschrift van de Vlaamse vereniging voor Logopedie en Foniatrie. jaargang 23, nummer 4, p. 4 - 8.
- Dijken, G. van, Groenestijn, M. van, Janson, D. (2012). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie* - MBO. Assen: Koninklijke Van Gorcum BV.
- Ebbens, S. & Etteken, S. (2009). *Effectief leren, basisboek*. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Eerde, H.A.A. van. (2009). *Rekenen-wiskunde en taal: een didactisch duo*. Utrecht: Panama Post - Flsme, Universiteit Utrecht.
- Hoogland, K. (2012). *Rekenen in beeld - effect van beeld in opgaven voor functioneel rekenen*. Utrecht: APS.
- Ijsbergmetafoor. (2015) In *Wiki Reken- Wiskundeonderwijs*. Geraadpleegd op 20 november 2017, van <http://www.fi.uu.nl/wiki/index.php/Ijsberg-metafoor>
- Luit, J.E.H. van & Ruijsenaars, A.J.J.M. (2004). *Dyscalculie, zin en onzin*. In: Tijdschrift Panama Post jaargang 23, nummer 2, pp. 3-8.
- Nieland, E.J.L., (2017). *Hoe haal ik het beste uit mijn wiskundeles?* Zwolle: Hogeschool Windesheim.
- Scenario. (z.d.) In *Wikipedia*. Geraadpleegd op 14 november 2017, van [https://nl.wikipedia.org/wiki/Scenario_\(film_en_televisie\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Scenario_(film_en_televisie))
- Storyboard. (z.d.) In *Wikipedia*. Geraadpleegd op 13 november 2017, van [https://nl.wikipedia.org/wiki/Storyboard_\(filmtechniek\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Storyboard_(filmtechniek))
- Stuif-es-in. (2014) In *Waar keek jij vroeger naar?*. Geraadpleegd op 20 november 2017, van <https://www.waarkeekjijvroegernaar.nl/complete-series/stuif-es-in-1968-1985>
- Tandem. (z.d.). In *Kleurplaten.nl*. Geraadpleegd op 21 augustus 2017, van <http://www.kleurplaten.nl/fiets/tandem-fiets-k-7111.html>
- Touwtrekken. (2016, 14 juni). In *De Veense Courant Online*. Geraadpleegd op 21 augustus 2017, van <http://www.nijkerkerveen.org/nk-touwtrekken-op-middelaarseweg-hoevelaken/>
- Vries, L. de (2016). *Statische & Dynamische Visualisaties bij Optimalisatieproblemen*. Enschede: Universiteit Twente.
- Wal, J. van der & Wilde, J. de (2015). *Identiteitsontwikkeling en leerlingbegeleiding, een praktijkgericht boek*. Bussum: Uitgeverij Coutinho.

Bijlagen

STORYBOARDS ANIMATIEFILMS

Een storyboard is een verzameling uitgetekende shots van scènes uit een filmscript zoals de regisseur ze voor ogen heeft. (Wikipedia, 2017).

Voor elke animatiefilm is eerst een 3D-model gemaakt in het visualisatie-programma Cinema4D. Vervolgens is de toelichtende tekst geschreven. Bij deze tekst zijn de gewenste beelden en/of scènes bedacht. In het 3D-model zijn vervolgens deze actie-scènes gemodelleerd in een tijdlijn. Door deze actie-scènes in Cinema4D te renderen zijn de bewegende beelden (animaties) gerealiseerd.

De toelichtende tekst is als Voice-Over opgenomen met het programma QuickTime Player en in het montage-programma Adobe Premiere geplaatst. De gegenereerde animaties en plaatjes zijn vervolgens in de juiste volgorde in de montage geplaatst.

Alle beeldmateriaal is vervolgens tijdens de montage dusdanig bewerkt dat het beeld en ondersteunende tekst synchroon zijn gaan lopen. Ten slotte zijn eventuele geluidseffecten aan de montage toegevoegd.

Storyboard opgave 6.1 O7 - Verhoudingstabellen

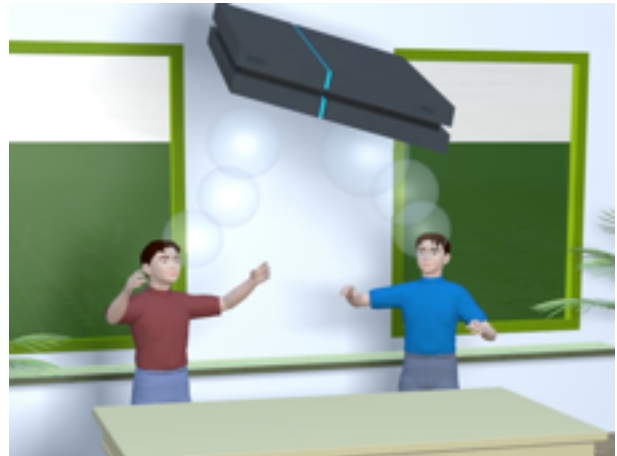
Titel

De animatie bij deze opgave heeft de titel “Verhoudingstabellen” gekregen, gelijk aan de titel van de paragraaf uit de lesstof. De context van de film wordt hiermee goed gedekt.

Shot 1

Video: Twee jongens die dromen van een spelcomputer. Het dromen wordt gevisualiseerd met behulp van ‘gedachten-wolkjes’

Tekst: Bert en Jan dromen van een eigen spelcomputer, ook wel gameconsole genoemd. Ze hebben daar nog geen geld voor dus zullen ze ervoor moeten sparen.



afb. 23 Verhoudingstabellen Storyboard 1

Shot 2

Video: De start van het spaarproces bij beiden wordt inzichtelijk met geld op tafel.

Tekst: Bert begint met een bedrag van €25 en spaart daarna elke week €10. Let op dat startbedrag van €25. Daar komen we later op terug. Jan begint met niets maar spaart daarna elke week €15.

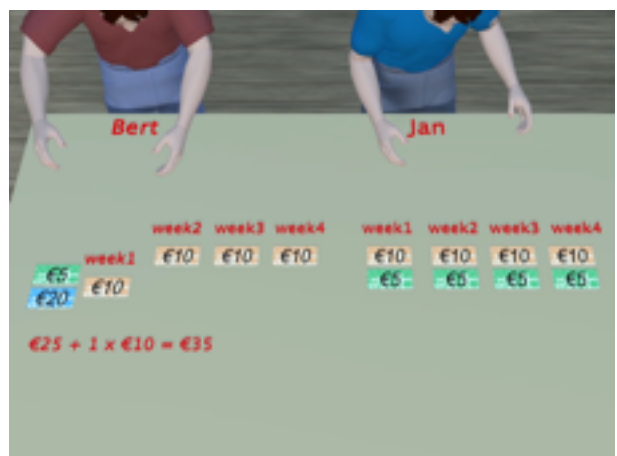


afb. 24 Verhoudingstabellen Storyboard 2

Shot 3

Video: Het spaargeld over de eerste vier weken komt op tafel te liggen. Met “live” berekeningen wordt het gespaarde geld voor beiden gedurende de eerste twee weken berekend zoals deze in de opgave zijn gegeven.

Tekst: Je ziet nu dat het spaargeld van Bert en Jan van de eerste vier weken voor hen op tafel ligt. In de eerste week heeft Bert €35 euro gespaard. Het rekensommetje dat daarbij hoort is: $€25 + 1 \times €10 = €35$. In de tweede week komt daar een tientje bij. Het rekensommetje dat daarbij hoort is: $€25 + 2 \times €10 = €45$. In de



afb. 25 Verhoudingstabellen Storyboard 3

eerste week heeft Jan €15 euro gespaard. Het rekensommetje dat daarbij hoort is: $1 \times €15 = €15$. In de tweede week komt daar een €15 bij. Het rekensommetje dat daarbij hoort is: $2 \times €15 = €30$.

Shot 4

Video: Het gespaarde geld wordt stapsgewijs bij elkaar verzameld terwijl de tabel verder wordt ingevuld.

Tekst: Die bedragen kunnen we nu in tabellen zetten. Bert begon met een inleg van €25 en spaarde er in de eerste week €10 bij waardoor hij in week 1 in totaal €35 gespaard heeft. De week daarna komt daar weer een tientje bij en heeft hij dus in de tweede week €45 gespaard. Jan begon **met** niets en spaarde in de eerste week €15. Daar kwam in de tweede week €15 bij zodat hij na twee weken €30 gespaard had. Bij beiden gaat dit de daarop volgende weken zo door. Bij Bert kunnen we wekelijks €10 bij zijn spaartegoed optellen. Bij Jan komt er wekelijks €15 bij. De tabellen zijn nu klaar.

	week1	week2	week3	week4
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	€35	€45	€55	€65

	week1	week2	week3	week4
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	€15	€30	€45	€60

afb. 26 Verhoudingstabellen Storyboard 4

Shot 5

Video: In de gevulde tabellen worden “live” berekeningen uitgevoerd die inzichtelijk maken of de tabellen verhoudingstabellen zijn.

Tekst: Die tabel van Jan is een verhoudingstabel. Dat kun je zien omdat de getallen in de tweede rij ontstaan door de getallen die erboven staan met 15 te vermenigvuldigen. De getallen in de eerste rij en de tweede rij staan dus in een vaste verhouding tot elkaar. Voor de tabel van Bert geldt dat niet. Er is niet zo'n vast getal te vinden waarmee je de getallen in de eerste rij kunt vermenigvuldigen om die in de tweede rij te krijgen. Kijk maar. We moeten die 1 in de eerste rij met 35 vermenigvuldigen om 35 te krijgen in de tweede rij. Als de tabel van Bert een verhoudingstabel was geweest moet dat ook voor de volgende getallen gelden maar dat klopt niet, want $2 \times 35 = 70$ en geen 45. De tabel van Bert is geen verhoudingstabel omdat Bert al €25 had toe hij begon met sparen. Dat bedrag was eenmalig en is uiteindelijk van invloed op de verhoudingen tussen het aantal weken en het gespaarde bedrag. Overigens,

	1	2	3	4
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	€35	€45	€55	€65

$1 \times 35 = 35$
 $2 \times 35 = 70$ (not 45)

In de tabel van Bert kloppen de rekensommetjes NIET. Het is dus GEEN verhoudingstabel.

	1	2	3	4
aantal weken	1	2	3	4
aantal euro's	€15	€30	€45	€60

$1 \times 15 = 15$
 $2 \times 15 = 30$
 $3 \times 15 = 45$
 $4 \times 15 = 60$

In de tabel van Jan kloppen alle rekensommetjes. Het is dus een verhoudingstabel.

afb. 27 Verhoudingstabellen Storyboard 5

die tabel bij Bert is natuurlijk wel een gewone tabel waarin we de weken en de gespaarde bedragen bij elkaar hebben gezet maar,... het is dus geen verhoudingstabel.

Uiteindelijke animatie

Op basis van dit storyboard is een eerste animatiefilm gemaakt. Het eindproduct heeft naar aanleiding van feedback nog de volgende aanpassingen/uitbreidingen gekregen ten opzichte van het eerste (tussentijdse) product:

- Rekensommetjes bij Jan aangepast: $€0 + 2 \times €15 = €30 \rightarrow €0 + 2 \times €15 = €30$
- Tekstuele uitleg bij de tabel van Bert die een gewone tabel is.
- Bij de inleiding wordt in de tekst extra aandacht gevestigd op het startbedrag van €25 waarmee Bert het sparen begint en waardoor de tabel met zijn gespaarde bedragen geen verhoudingstabel is.

Storyboard opgave 10.1 O3 - Formules en vergelijkingen

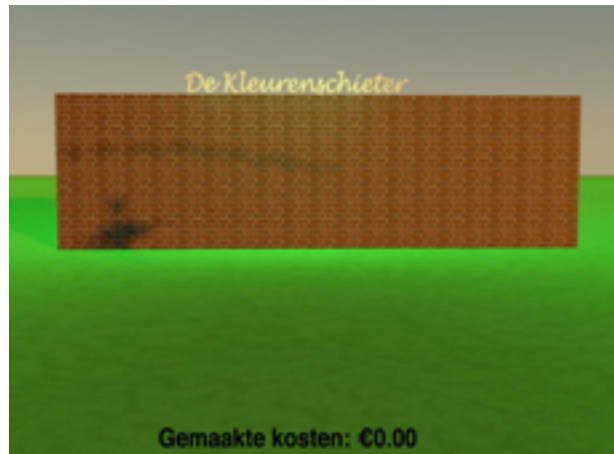
Titel

De animatie bij deze opgave heeft de titel “Vaste en variabele kosten” gekregen. Daarmee wordt de film in een concretere context geplaatst dan de titel van het betreffende hoofdstuk: “Formules korter maken”.

Shot 1

Video: Begeleidende beelden bij de inleidende tekst. De Kleurenschieter wordt visueel ondersteund door wisselende kleuren waarmee de scene wordt belicht.

Tekst: Tekst: We gaan paintball spelen bij paintball-centrum ‘De Kleurenschieter’. Dat kost €75 inclusief het gebruik van een paintball-geweer voor een uur. Ook het gebruik van het pak dat je beschermt tegen vlekken op je kleding is bij die prijs inbegrepen.



afb. 28 Formules en vergelijkingen Storyboard 1

Shot 2

Video: Een teller laat de gemaakte kosten oplopen tot €75 hetgeen op een “kassa-bonnetje” zichtbaar wordt.

Tekst: Nog voordat het spel is begonnen hebben we dus €75 aan kosten gemaakt. Maar daarvoor mag je wel een uur spelen.



afb. 29 Formules en vergelijkingen Storyboard 2

Shot 3

Video: Er verschijnt één kogel in close-up in beeld die in het paintball geweer wordt geladen.

Tekst: Per kogel moet je nog wel wat bijbetalen. Om precies te zijn is dat 5 cent of wel € 0,05 per kogel



afb. 30 Formules en vergelijkingen Storyboard 3

Shot 4

Video: De kogel wordt afgevuurd, er verschijnt een vlek op de muur en op dat moment loopt de teller met gemaakte kosten met 5 cent op.

Audio: geluidseffect: er klinkt een knal

Tekst: De kogel hoeft je pas te betalen als je deze ook hebt gebruikt. Nu je één kogel hebt gebruikt moet je die ook betalen. Daarmee zijn de kosten met 5 cent toegenomen tot € 75,05



afb. 31 Formules en vergelijkingen Storyboard 4

Shot 5

Video:

Audio: geluidseffect: er klinken 10 salvo's van 10 knallen (totaal 100 knallen). Op een geluidsinstallatie met goede bassen (subwoofer) zorgen deze knallen voor extra amusements- en attentiewaarde.

Tekst: Eén kogel is natuurlijk helemaal niks bij een potje paintballen. Als je nou in dat uur 100 kogels verbruikt,... Dan moet je dus voor de kogels 100 x 5 cent en dat is € 5,00 betalen en zijn de totale kosten toegenomen tot € 80,-



afb. 32 Formules en vergelijkingen Storyboard 5

Shot 6

Video: Verschil tussen variabele en vaste kosten wordt geduid. Een afsluitende opdracht wordt gepresenteerd terwijl op de muur "Game Over" verschijnt, refererend naar de belevingswereld van jongeren (gamers).

Tekst: Je hebt nu in de praktijk gezien hoeveel een uurtje paintballen kan kosten als je in dat uur 1 of 100 kogels afvuurt. Dat bedrag van € 75,- verandert niet, dat zijn de vaste kosten voor het spelen op de paintball-baan. Met elke kogel die je afvuurt komt daar een bedrag van 5 cent of wel € 0,05 bij. Die kosten variëren dus in dat uur en zijn bepalend voor het bedrag dat je uiteindelijk kwijt bent voor een uur



afb. 33 Formules en vergelijkingen Storyboard 6

paintballen. Kun jij nu uitrekenen hoeveel een uurtje paintballen kost als je 2500 kogels verbruikt?

Uiteindelijke animatie

Op basis van dit storyboard is een eerste animatiefilm gemaakt. Gedurende het verloop van de animatie is de maan in beeld die langs de hemel trekt en daarmee het verloop van de tijd symboliseert. De keuze voor de maan is gedaan omdat we hiermee aansluiten op het gegeven dat paintballen een vrijetijdsbesteding is en daarmee veelal in de avonden plaatsvindt. De eindproduct heeft nog de volgende aanpassingen/uitbreidingen gekregen ten opzichte van het eerste (tussentijdse) product.

- *“live” berekeningen*

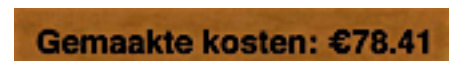
Aan de film zijn enkele “live” berekeningen toegevoegd om het rekenwerk in de uitgesproken tekst visueel te ondersteunen.



afb. 34 Formules en vergelijkingen
Storyboard 7 (Nieland, 2017)

- *teller*

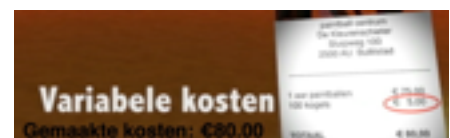
Aan de film is een teller toegevoegd die “real time” de gemaakte kosten bijhoudt gedurende het tijdsverloop. Hierdoor wordt de ontwikkeling van de gemaakte kosten visueel inzichtelijker.



afb. 35 Formules en vergelijkingen
Storyboard 8 (Nieland, 2017)

- *markeren*

Op de kassabonnetjes die in de rechter onderhoek van de animatie verschijnen zijn bij de einduitleg de vaste en variabele kosten extra gemarkeerd zodat ook hier de tekst een extra visuele ondersteuning krijgt.



afb. 36 Formules en vergelijkingen
Storyboard 9 (Nieland, 2017)

Storyboard opgave 11.4 O26 - Inhoud

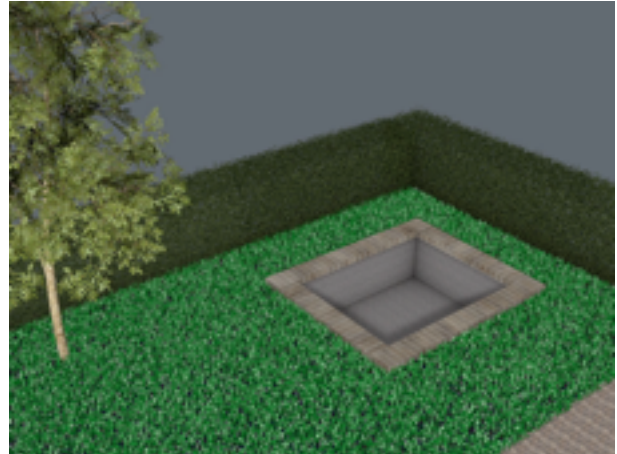
Titel

De animatie bij deze opgave heeft de titel “Inhoud” gekregen, gelijk aan de titel van de paragraaf uit de lesstof. De context van de film wordt hiermee goed gedekt.

Shot 1

Video: in de begin-scene is een eenvoudige tuin (boom, gazon, haag en verharding) te zien met een lege vijver.

Tekst: In een tuin is een vijver gemaakt.

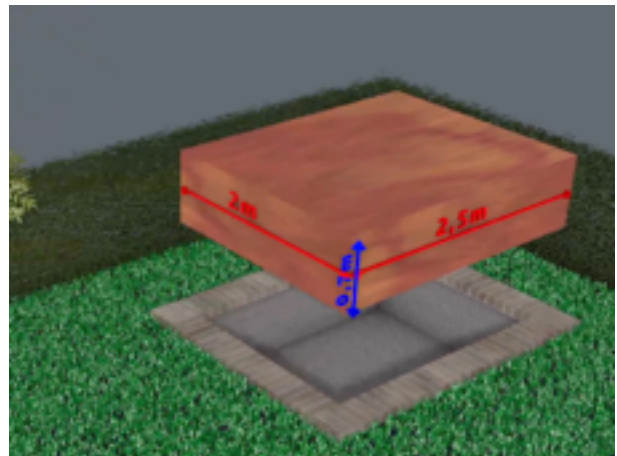


afb. 37 Inhoud Storyboard 1 (Nieland, 2017)

Shot 2

Video: uit de vijverbak verrijst een (houten) balk waarvan de afmetingen worden gegeven.

Tekst: De vijver heeft de vorm van een balk en is 2 1/2 meter lang, 2 meter breed en 0,7 meter diep. Alle maten zijn al in meters gegeven. Dus die kunnen we rechtstreeks gebruiken om de inhoud te berekenen in kubieke meters.

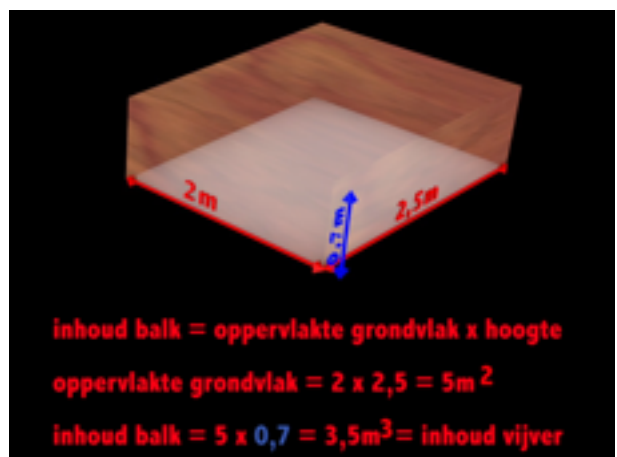


afb. 38 Inhoud Storyboard 2 (Nieland, 2017)

Shot 3

Video: Er wordt ingezoomd op de balk die transparant is gemaakt en stap voor stap verschijnt de berekening van de inhoud.

Tekst: We hebben geleerd dat de inhoud van een balk gelijk is aan de oppervlakte van het grondvlak keer de hoogte. Het grondvlak heeft een oppervlakte van $2 \times 2,5 = 5 \text{ m}^2$. De hoogte van de balk is 0,7 meter dus de inhoud van de balk is $5 \times 0,7 = 3,5 \text{ m}^3$. De inhoud van die balk is gelijk aan de inhoud van de vijver waar die balk precies in paste en dus ook gelijk aan $3,5 \text{ m}^3$.



afb. 39 Inhoud Storyboard 3 (Nieland, 2017)

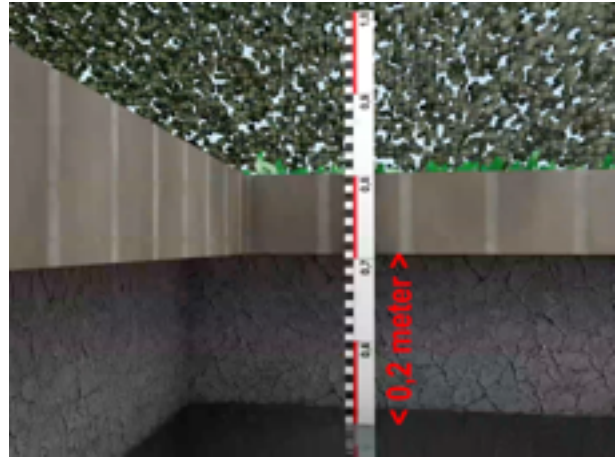
Shot 4

Video: Terwijl de vijver volloopt met water inzoomen op de vijverrand waar een meetlat is verschenen waardoor het verschil inzichtelijk wordt tussen de inhoud van de vijver en de hoeveelheid water in die vijver.

Audio: Tijdens het vollopen van de vijver zacht gekabbel van water.

Tekst: De vijver wordt nu voor een deel gevuld.

De waterhoogte in de vijver is 0,5 meter. Omdat de vijverbak in totaal 0,7 meter diep is wordt deze dus gevuld tot 0,2 meter onder de rand. Die 0,5 meter water plus die 0,2 meter tot de rand vormen samen de totale diepte van de vijverbak van 0,7 meter.

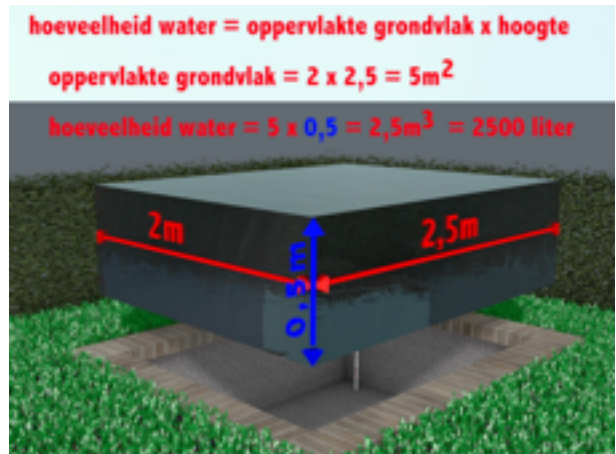


afb. 40 Inhoud Storyboard 4 (Nieland, 2017)

Shot 5

Video: Uitzoomen op de gehele vijver waarna het water als denkbeeldige balk uit de vijverbak verrijst en van maten wordt voorzien waarna stap voor stap de hoeveelheid water wordt berekend.

Tekst: Om te weten hoeveel water er nu in de vijver zit halen we het even in gedachten uit de vijver. Het water in de vijver heeft dus ook de vorm van een balk met een grondvlak van 2 bij 2,5 meter. Het grondvlak is ook hier $2 \times 2,5$ meter = 5 m^2 . Deze denkbeeldige balk van water is echter maar 0,5 meter hoog. De hoeveelheid water in de vijver is dus $5 \times 0,5 = 2,5 \text{ m}^3$.



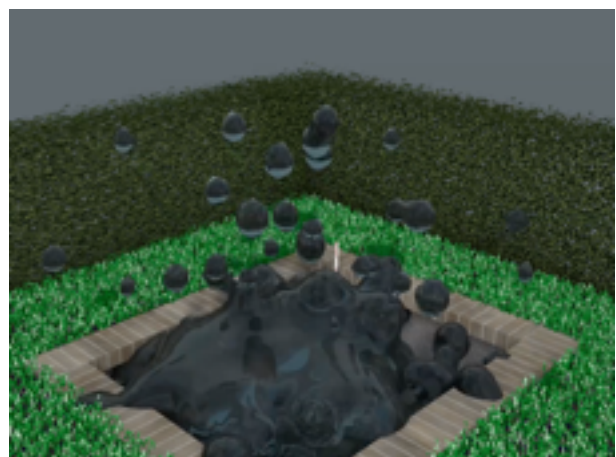
afb. 41 Inhoud Storyboard 5 (Nieland, 2017)

Shot 6

Video: Stimuleren abstract denken: aandacht vestigen op de waterbalk die terugstort.

Audio: Plons van water (amusementswaarde).

Tekst: Je moet dus in gedachten een beetje fantasie gebruiken om je die balk van water voor te stellen, zo hangend boven de grond. In werkelijkheid zouden er natuurlijk hele rare dingen gebeuren.



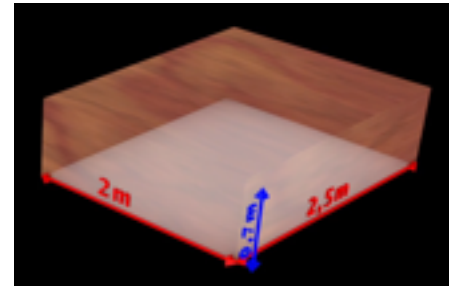
afb. 42 Inhoud Storyboard 6 (Nieland, 2017)

Uiteindelijke animatie

Op basis van dit storyboard is een eerste animatiefilm gemaakt. Het enigszins statische karakter van de film is wat doorbroken door er geluiden aan toe te voegen, met name bij het terugstorten van het water in de vijverbak (grote plons). Op grond van de ontvangen feedback zijn nog de volgende aanpassingen aangebracht om tot een eindproduct te komen.

- *transparante balk*

Door de (houten) balk transparant te maken bij de inhoudsberekeningen is het grondvlak zichtbaar gemaakt. De lente- en breedtemaat worden aan dit grondvlak gekoppeld.

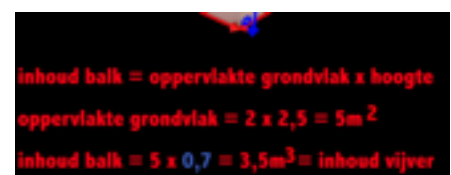


- *stap-voor-stap berekeningen*

Door de berekeningen niet als tekstblok in eens te presenteren maar deze stap-voor-stap te presenteren, gelijk opgaand met de begeleidende gesproken tekst is de informatie beter op te nemen en lopen gesproken tekst en visuele ondersteuning meer synchroon.


$$\text{inhoud balk} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$$


$$\begin{aligned} \text{inhoud balk} &= \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte} \\ \text{oppervlakte grondvlak} &= 2 \times 2,5 = 5\text{m}^2 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} \text{inhoud balk} &= \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte} \\ \text{oppervlakte grondvlak} &= 2 \times 2,5 = 5\text{m}^2 \\ \text{inhoud balk} &= 5 \times 0,7 = 3,5\text{m}^3 = \text{inhoud vijver} \end{aligned}$$

afb. 44 Inhoud Storyboard 8
(Nieland, 2017)