



DE GRAFISCHE REKENMACHINE IN HET WISKUNDEONDERWIJS

Over de toegevoegde waarde van een
veelbesproken hulpmiddel

Dirk-Jan Wolthuis
Studentnummer: s1081733 AL
Opleiding: docent wiskunde
Onderdeel: meesterstuk
Begeleider: Willem van der Vegt
Plaats en datum: Zwolle, maart 2018
Instituut: Hogeschool Windesheim

Inhoud

Inleiding	2
Aanleiding	2
Opbouw	2
1. De opkomst van de grafische rekenmachine in Nederland	3
2. Een blik over de grens	5
3. Overwegingen voor en tegen de grafische rekenmachine	7
3.1 Didactische overwegingen	7
3.1.1 Functies van ICT in het onderwijs	7
3.1.2 ICT versus pen en papier	8
3.2 Overige overwegingen	8
3.2.1 Kosten	8
3.2.2 Examenstand	9
3.3. Output	9
3.3 Eigen ervaringen	10
4. Visie op de grafische rekenmachine	12
Conclusie	15
Bibliografie	16

Inleiding

Aanleiding

Een element in het huidige onderwijs dat mij bezighoudt, is het gebruik van de Grafische Rekenmachine (GR). In 4havo kost het mij veel tijd om leerlingen wegwijs te maken op de GR. Tijd die niet besteed kan worden aan andere zaken, zoals het aanleren van wiskundige technieken.

De GR is sinds de introductie onderwerp van discussie. Het College voor Toetsen en Examen (CvTE) heeft geconcludeerd dat het gebruik van de GR op het eindexamen op de langere termijn geen kans van slagen heeft (College voor Toetsen en Examens, 2017). Daarom heeft het een werkgroep ingesteld met de naam 'ICT bij het CE wiskunde havo/vwo' en heeft het die werkgroep de volgende opdracht meegegeven:

'Onderzoek de mogelijkheid om de Grafische Rekenmachine te laten vervallen en te kijken wat de mogelijkheden zijn van een centraal examen op papier waarbij de computer in de zin van Facet met gebruikmaking van Geogebra ingezet wordt' (Van Wijk, 2017).

Facet is een computerexamensysteem, dat door het CvTE is ontwikkeld in opdracht van het ministerie (College voor Toetsen en Examens, 2018). De eerste versie is in 2013 getest. Momenteel wordt Facet onder meer gebruikt voor de afname van de rekentoets in het voortgezet onderwijs. Geogebra is een computeralgebrasysteem, dat geschikt is voor analyse, meetkunde en statistiek (Wikipedia, 2018).

Bovengenoemde werkgroep moet aan het CvTE input geven om tot een gefundeerd besluit te komen. De opdracht aan deze werkgroep bestaat uit drie punten.

1. Onderzoek de inzet van Facet met Geogebra bij een papieren examen op middellange termijn bij de centrale examens wiskunde A, B en C op havo en vwo als vervanging van de Grafische Rekenmachine.
2. Onderzoek ook in hoeverre het mogelijk is te differentiëren tussen wiskunde A/C en B op havo en vwo wat betreft inzet van ICT.
3. Onderzoek de mogelijkheid in hoeverre het denkbaar is dat bij een centraal examen wiskunde B geen ICT meer ingezet wordt, afgezien van een gewone rekenmachine.'

Van de werkgroep wordt verwacht dat zijn input inhoudelijk, organisatorisch en financieel-technisch van aard is. Daarbij hoeft de werkgroep geen standpunt in te nemen. Er mogen juist verschillende standpunten naar voren worden gebracht, op basis waarvan het CvTE vervolgens een besluit neemt.

In dit artikel zal ik mij vooral richten op de inhoudelijke standpunten voor en tegen het gebruik van de GR. Daardoor hoop ik meer inzicht te krijgen in de didactische voor- en nadelen van de GR in het wiskundeonderwijs en hoe men deze het best kan gebruiken in de les. Ook hoop ik bij te dragen aan opinievorming bij docenten en beleidsmakers.

Opbouw

Het eerste hoofdstuk behandelt de opkomst van de GR in Nederland, vanaf de introductie van het eerste model wereldwijd, tot en met het heden. Het tweede hoofdstuk beschrijft de manier welke rekenmachines bij examens worden gebruikt in enkele landen om ons heen. Het derde hoofdstuk gaat in op de rol die ICT speelt in het onderwijs. Ook gaat het hoofdstuk in op enkele aspecten rondom de GR, namelijk de kosten, de examenstand en de output. Aan het einde van dit hoofdstuk worden enkele eigen ervaringen uit de beroepspraktijk weergegeven. Het vierde hoofdstuk geeft een visie op de manier waarop de GR in de klas gebruikt zou moeten worden. Ook staat er beschreven wat het effect van de GR is op de inhoud van examens. Tot slot een conclusie, waarin verschillende standpunten en visies vergeleken worden.

1. De opkomst van de grafische rekenmachine in Nederland

In 1985 kwam er voor het eerst een GR op de markt (Drem, 2009). Casio bracht het eerste model uit, namelijk de Casio fx-7000G (Wikipedia, 2015). Later volgden Texas Instruments, Hewlett Packard en Sharp. Vanaf 1998 is de GR een belangrijk hulpmiddel geworden in het wiskundeonderwijs. Dit hing samen met de invoering van de 'Tweede Fase', waarbij ook de vrije vakkenpakketkeuze vervangen werd door een keuze tussen vier profielen. In 2000 mocht de GR bij het havo-examen gebruikt worden en het vwo volgende een jaar later. De examens zijn vanaf toen op het gebruik van de GR aangepast. In de Verenigde Staten, Engeland, Schotland, Zweden en Oostenrijk werd de GR toen al geruime tijd ingezet in het reguliere onderwijs (Streun, Harskamp, & Suhre, 1997). Uit het onderzoek van Streun, Harskamp en Suhre, dat plaatsvond voorafgaand aan de invoering van de GR in Nederland, bleek dat leerlingen profiteren van het gebruik van de GR. Zij vonden daarbij dat zwakke leerlingen meer van het gebruik van de GR profiteerden dan sterke leerlingen. De onderzoekers waarschuwen dat als de GR slechts incidenteel wordt ingezet, dat dan de winst gering is. Dit komt doordat dan het gebruik van de GR de andere wiskundige methoden verdringt. Zij concluderen dat incidenteel gebruik, of gebruik bij een enkel onderwerp, niet leidt tot de vereiste vaardigheid bij leerlingen om de GR adequaat in te zetten. Daarnaast roepen zij op tot nader onderzoek naar de overblijvende basisvaardigheden bij leerlingen. Zij wijzen er op dat de invoering van de GR een forse ingreep is met gevolgen op de leerstof en de didactiek. Zij eindigen met een oproep voor meer tijd voor onderzoek en ontwikkeling. Een jaar later was de GR echter al in het onderwijs geïntroduceerd.

Hoe komt het dat de GR zo snel en gemakkelijk gemeengoed is geworden? Volgens Trouche en Drijvers zijn daar vijf redenen voor (Trouche & Drijvers, 2010). In de eerste plaats zorgt de GR dat docenten voor bepaalde lessen niet meer afhankelijk zijn van een computerlokaal, met alle extra drempels die lesgeven in zo'n lokaal met zich meebrengt. De tweede reden is dat de GR het voor de docenten gemakkelijker maakte. Zij konden namelijk een stukje verantwoordelijkheid overgedragen aan de leerlingen, die nu zelf moesten beslissen wanneer ze de technologie gebruikten. Ook gaf het docenten mogelijkheden die er eerder niet waren. De derde reden is dat beleidsmakers graag wilden dat de GR in de lessen werd geïntroduceerd. Ook werd het gebruik van de GR toegestaan bij nationale examens. Docenten die bezwaren hadden tegen het gebruik van de GR, konden daardoor de GR moeilijk negeren. De vierde reden is de populariteit van de GR onder leerlingen. Zij raakten snel vertrouwd met het apparaat, omdat het altijd beschikbaar was. Daarnaast ondervonden de leerlingen een soort eigenaarschap, want ze konden de GR personaliseren. Leerlingen zetten bijvoorbeeld spelletjes of aanvullende programmaatjes op hun GR. Door dit eigenaarschap, durfden zij dingen te proberen en fouten te maken. Een keerzijde was wel dat zij daardoor minder geneigd waren resultaten en vragen te delen met medeleerlingen en de docent. De laatste reden was dat onderzoekers in de jaren '90 optimistisch waren over de introductie van de GR in het klaslokaal. Drijvers en Doorman spreken in dat verband zelfs van een verandering van de houding van leerlingen; van een passieve houding tot een actief-onderzoekende houding. In een breder verband werd de GR zelfs ingezet als 'hefboom' om onderwijsvernieuwingen door te voeren die in de lucht hingen (Drijvers & Doorman, 1996). Er waren echter, ook toen al, kritische geluiden. Men maakte zich zorgen over de kosten van het apparaat, over de rol van de GR in examens en over de effecten van deze nieuwe technologie op basisvaardigheden en het wiskundig denken (Trouche, 2000).

De geschetste voordelen zorgden er dus niet voor dat de positie van de GR in het voortgezet onderwijs voorgoed veilig was gesteld of dat de introductie van de GR zonder slag of stoot ging. De eerste lichter van eindexamenkandidaten met wiskunde in het pakket klaagde over een slechtere aansluiting met de universiteit en voerde begin 2006 actie. Deze eerstejaarsstudenten gaven aan dat op de universiteit algebraïsche vaardigheden bekend verondersteld werden, die zij niet beheersten (Zwarteveen & Verhoef, 2013). In plaats daarvan hadden zij zich op school gericht op het beheersen van de knoppen van de GR. In ons parlement werd zelfs gesproken van 'een hulpmiddel tot onvermogen' en werd er door parlementslid Dijkgraaf voor gepleit het gebruik er van drastisch te verminderen (Tweede Kamer der Staten-Generaal, 2011). Op 5 april 2012 schrijft de minister van onderwijs, cultuur en wetenschap een brief aan het parlement (Bijsterveldt-Vliegenthart, 2012). Dit doet zij naar aanleiding van een motie van parlementsliden Dijkgraaf en Van der Ham, waarin de regering wordt verzocht het gebruik van de GR in het voortgezet onderwijs drastisch te beperken. In deze brief

informeert de minister het parlement over de uitkomst van het overleg dat zij hierover heeft gehad met het College voor Examens en het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling (SLO). Het College voor Examens heroverweegt het gebruik van de GR en voor het centraal examen economie is de GR dan al afgeschaft. Het SLO geeft aan dat er op scholen al een ontwikkeling is waarbij de GR steeds minder gebruikt wordt. Verder terugdringen van de GR vindt het SLO voorbarig. Op grond van deze adviezen vindt de minister aanvullende maatregelen onnodig, alhoewel ze aangeeft dat de kwestie haar blijvende aandacht heeft. Uiteindelijk blijkt de situatie onhoudbaar en concludeert het College voor Toetsen en Examens dat het gebruik van de GR op het eindexamen op de langere termijn geen kans van slagen heeft (College voor Toetsen en Examens, 2017).

2. Een blik over de grens

Om de Nederlandse situatie te kunnen beoordelen, is het goed om een blik over de grens te werpen. Voordat we kijken of en hoe de GR in andere landen gebruikt wordt, is het van belang het onderscheid te kennen tussen de grafische rekenmachine en de symbolische rekenmachine. De symbolische rekenmachine kan algebraïsche bewerkingen uitvoeren en wordt gezien als de opvolger van de grafische rekenmachine (Drijvers, 1997). Volgens Drijvers zijn de verschillen tussen deze twee soorten machines groot. Een symbolische rekenmachine, zoals destijds de TI-92, is zo geavanceerd, dat het hem verstandig leek de GR wél, maar niet de TI-92 bij het eindexamen toe te staan. In de volgende hoofdstukken zal het steeds gaan over 'de GR', waarmee zowel een grafische als een symbolische rekenmachine wordt bedoeld.

Binnen Europa liepen Frankrijk en Oostenrijk voorop in de ontwikkelingen (Drijvers, 1998). Frankrijk heeft als één van de eerste landen ter wereld de symbolische rekenmachine bij het eindexamen toegestaan. Dit heeft echter niet veel veranderd. Leerlingen moesten tussenstappen nog steeds schriftelijk motiveren en de meeste leerlingen schaften het apparaat niet eens aan. In 1998 werd in Duitsland en Frankrijk met de symbolische rekenmachine geëxperimenteerd op twee scholen. Drijvers heeft deze scholen bezocht. Hij concludeert dat de symbolische rekenmachine daar vooral gebruikt werd om nieuwe wiskundige situaties te onderzoeken en te verkennen en bij het werken aan praktische opdrachten. Leerlingen werkten onafhankelijker van de docent en werkten ook veel samen. Men noemt als voordeel dat de symbolische rekenmachine handzamer is dan de computer. Volgens de International Commission on Mathematical Instruction kan ICT helpen bij het leren van wiskunde. Maar, de relatie tussen 'ICT' enerzijds en 'leren' anderzijds mag niet zomaar worden aangenomen (cTWO, 2008). De Amerikaanse National Council for Teachers of Mathematics heeft dit voorbehoud niet en is veel stelliger over de positieve invloed van ICT (cTWO, 2008).

In 2008 is onderzocht hoe met de rekenmachine wordt omgegaan in de ons omringende landen (cTWO, 2008). In onderstaande tabel zijn de resultaten weergegeven.

Land	Type technology toegestaan	Technologie-gebruik gehonoreerd?
Italië	Wetenschappelijke rekenmachine	Nee
Duitsland (Beieren)	Wetenschappelijke rekenmachine	Nee
UK	Grafische rekenmachine (muv CP1 voor alle leerlingen)	Nee
Frankrijk	Symbolische rekenmachine	Nee
Nederland	Grafische rekenmachine	Ja
Luxemburg	Profielafhankelijk: Wet. RM of Symbolische rekenmachine	Ja (CAS examen)
Noorwegen	Twee delen: zonder ICT en met laptop of symbolische rekenmachine	Ja (deel 2)
Denemarken	Twee delen: zonder ICT en met laptop of symbolische rekenmachine	Ja (deel 2)
Zweden	Twee delen: zonder ICT en met laptop of symbolische rekenmachine	Ja (deel 2)
Duitsland (NRW)	Twee versies, een voor grafische en een voor symbolische rekenmachine	Ja

FIGUUR 1 INTERNATIONALE VERGELIJKING VAN REKENMACHINEGEBRUIK BIJ EINDEXAMENS

In de eerste kolom staat het onderzochte land. In Duitsland zijn er zestien deelstaten met elk een eigen examen. Er zijn twee deelstaten onderzocht, namelijk Beieren en Nordrhein-Westfalen. De tweede kolom geeft aan welk type ICT door leerlingen gebruikt mag worden. De derde kolom geeft aan of leerlingen ook

daadwerkelijk punten kunnen verdienen met het gebruik van het betreffende hulpmiddel. Het valt op dat landen waar ICT is toegestaan, ook schriftelijke vaardigheden toetsen in een apart examendeel. In Luxemburg hangt het toegestane type rekenmachine af van het profiel (Drijvers, 2008). Leerlingen van de alfastroom gebruiken een wetenschappelijke rekenmachine. Leerlingen van de bètastroom gebruiken verplicht een symbolische rekenmachine. Wat uit de tabel niet blijkt, is dat het examen in Luxemburg voor de bètaleerlingen uit twee delen bestaat. Een deel waar de symbolische rekenmachine beperkt mag worden ingezet en een deel waar de volledige functionaliteiten van de symbolische rekenmachine gebruikt kunnen worden.

Wat alle onderzochte landen gemeenschappelijk hebben, is dat het verboden is om technologie te gebruiken waarmee gecommuniceerd kan worden, op het internet gesurft kan worden of documenten kunnen worden afgedrukt. Daarnaast worden in al deze landen nog steeds schriftelijke vaardigheden getoetst. Soms door middel van een ICT-vrij onderdeel in het examen. Soms door middel van speciale terminologie, waaruit moet blijken dat de leerlingen iets met de hand moeten uitwerken (Drijvers, 2008). Hier zitten volgens Drijvers wel haken en ogen aan. Hij constateert bijvoorbeeld dat waar ICT is toegestaan maar niet beloond wordt, leerlingen soms inventieve en onvoorziene toepassingen bedenken van de beschikbare ICT. Volgens Drijvers zouden we ons moeten richten op het ontwerpen van opgaven, waarin ICT-gebruik aanleiding vormt tot redeneren, valideren en interpreteren. Daardoor zou de vraagstelling op examens rijker worden en kan ICT worden ingezet om begrip en inzicht te toetsen.

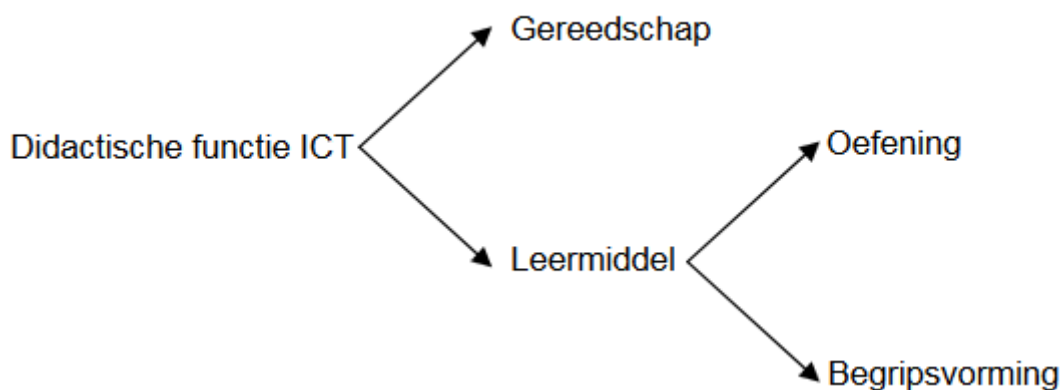
3. Overwegingen voor en tegen de grafische rekenmachine

3.1 Didactische overwegingen

De rol van de GR in het wiskundeonderwijs moet in het bredere verband worden gezien van ICT in het algemeen. Volgens Drijvers en Zwaneveld kunnen we niet heen om het gebruik van ICT in het wiskundeonderwijs (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016, p. 268). Zij geven drie argumenten. Ten eerste is ICT al een belangrijk element in de samenleving, beroepspraktijk en in vervolgoopleidingen. Ten tweede vinden leerlingen ICT leuk, omdat het onderdeel is van hun leefwereld. Ten derde wordt ICT op steeds grotere schaal gebruikt in toepassingen van wiskunde en in wiskundig onderzoek. Volgens de auteurs vervaagt de grens tussen 'handheld technology', zoals de GR, en 'desktop technology', zoals 'vaste' computers. Dit komt door de aanwezigheid van laptopkarren op school of doordat leerlingen zelf de beschikking hebben over een laptop of tablet in de klas.

3.1.1 Functies van ICT in het onderwijs

Drijvers en Zwaneveld onderscheiden drie functies van ICT, zie figuur 2.



FIGUUR 2 DIDACTISCHE FUNCTIES VAN ICT IN DE WISKUNDELES (DRIJVERS, VAN STREUN, & ZWANEVELD, 2016)

ICT kan worden gebruikt als gereedschap, als oefenomgeving en voor begripsontwikkeling. ICT-gebruik als gereedschap is volgens de auteurs niet zo ingrijpend, omdat de gebruikelijke didactiek ongeveer hetzelfde blijft. Een mooie toepassing van ICT als gereedschap, is dat leerlingen het inzetten voor werk dat ze niet of met grote moeite zelf kunnen. Het gevaar is echter, dat dit leidt tot een 'black box' waar van leerlingen niet goed doorzien wat er op de achtergrond gebeurt. Als onderdeel van ICT, zou de GR vooral gebruikt moeten worden voor de andere twee opties, namelijk als leermiddel voor oefening en begripsvorming. De Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs benadrukte namelijk dat het accent zou moeten liggen op 'use to learn' in plaats van op 'learn to use' (Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs, 2007). De GR zou dan dus vooral gebruikt moeten worden als leermiddel voor oefening en begripsvorming. Onderzoek laat echter zien dat de integratie van ICT in het onderwijs vaak leidt tot aanpassing van onderwijsdoelen en didactiek (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016). Use to learn en learn to use zijn dus met elkaar verbonden. Toch spraken onderzoekers elkaar in de jaren '90 tegen over de manier waarop ICT gebruikt zou moeten worden. Sommigen gingen er van uit dat leerlingen eerst operaties met de hand moesten kunnen uitvoeren, waarna ze ICT konden gebruiken om het werk lichter te maken. ICT wordt dan pas ingezet als leerlingen begrijpen wat ze doen en controle hebben over wat er gebeurt. Anderen gingen er echter van uit dat leerlingen geconfronteerd zouden worden met ICT-output, waarna ze moesten onderzoeken wat er gebeurt, hoe dat te begrijpen is en hoe ze dat zelf met de hand zouden kunnen uitvoeren (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016). Drijvers onderscheidt in dat verband drie rollen (Drijvers, 2000). De eerste rol is gereedschap voor visualisatie: een grafiek is startpunt voor functieonderzoek. De tweede rol is gereedschap voor exploitatie: een grafische voorstelling is aanleiding voor een 'spelletje' waarmee patronen worden ontdekt. De derde rol is ook exploitatie, maar dan niet om verbanden of patronen te ontdekken zoals in de tweede rol, maar om een nieuw

concept te leren. Bijvoorbeeld om te leren wat het begrip 'afgeleide functie' voorstelt. Vanuit ander onderzoek zijn meer rollen gevonden, waarover meer in hoofdstuk 4.

3.1.2 ICT versus pen en papier

In de vorige paragraaf zien we een belangrijk onderscheid. Enerzijds de visie die we kunnen aanduiden met 'whitebox - blackbox', waarbij eerst pen en papier moeten worden beheerst en dan pas ICT mag worden ingezet. Anderzijds 'blackbox - whitebox', waarbij ICT het vertrekpunt vormt voor nader onderzoek door leerlingen. Dit onderscheid is aanleiding geweest voor onderzoek. Gedacht werd bijvoorbeeld dat ICT-gebruik een negatief effect heeft op de vaardigheden met pen en papier. Dit kan moeilijk hard worden gemaakt, aangezien het invoeren van bijvoorbeeld de GR samenviel met de invoering van de Tweede fase en het Studiehuis (Vos, 2008). Een negatief effect is dus moeilijk aan te tonen, hoewel volgens Drijvers en Zwaneveld mag worden aangenomen dat pen en papier-vaardigheden zullen afnemen als deze vanwege ICT-gebruik niet onderhouden worden (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016). Een heel ander uitgangspunt is de vraag of ICT-gebruik juist ook een positief effect kan hebben op pen en papier-vaardigheden. Onderzoeken in Canada, Amerika en Nederland wijzen opvallend genoeg uit, dat dit positieve effect in sommige gevallen gevonden is (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016, p. 282). Het gaat in deze onderzoeken echter wel om ICT in het algemeen en niet om de GR specifiek. Als het specifiek om de GR gaat, vermoedt Drijvers dat de formele algebraïsche vaardigheden van toekomstige universiteitsstudenten niet hoger zijn dan in het verleden (Drijvers, 2000).

Waar het de GR specifiek betreft, geven Drijvers en Zwaneveld verschillende voorbeelden uit de praktijk. In deze voorbeelden draagt de GR positief bij aan het begrip van leerlingen. Genoemd worden onder andere dat de leerling in de GR met x en y moet werken, terwijl in de opgave andere variabelen gebruikt worden. Ook het instellen van het venster is een aspect waar volgens de auteurs inschattend vermogen voor nodig is. En als er een exacte oplossing wordt gevraagd, kan de GR behulpzaam zijn om een benadering te vinden, maar zal toch handmatig de oplossing moeten worden uitgewerkt. Een concreet voorbeeld is een opgave waarin van $f(x) = ax^2 + bx + 1$ de snijpunten moeten worden gevonden met de x -as. Leerlingen kunnen dit met de GR doen, maar het vraagt wel inzicht in het concept om de juiste input aan de GR te geven. Zij moeten begrijpen dat de aard van b , een veranderende constante, verschilt van de aard van variabele x . Zo ook moeten leerlingen bij het oplossen van een vergelijking met de GR, inzien dat een vergelijking hetzelfde is als het snijpunt van twee grafieken. Op die manier is het GR-gebruik meer dan het intoetsen van knoppen. Het 'weten hoe' hangt samen met het 'weten waarom'.

Dit bleek al uit een kwalitatief onderzoek op twee scholen, bij zowel wiskunde A als bij wiskunde B. Het betreft onderzoek uit 1994, waarin nauwgezet de verrichtingen van leerlingen met de toen nog vrij nieuwe TI-81 werden bekeken. Zelfs als leerlingen 'alleen maar' een grafiek van de GR moesten overnemen op papier, leidde dit tot veel en onverwachte fouten (Drijvers, 1995). Drijvers concludeert dat voor de betreffende opdrachten inzicht vereist is in functies en dat de GR kan bijdragen aan de ontwikkeling van dat inzicht. Het is daarbij nodig dat leerlingen kritisch naar de output kijken en de beperkingen van de GR onderkennen.

3.2 Overige overwegingen

3.2.1 Kosten

Een snelle oriëntatie op prijzen laat zien dat een GR al snel rond de € 100,- kost (Bol.com, 2018). De Stichting Leergeld ziet het aantal aanvragen voor financiële bijstand fors stijgen, wat mede komt doordat ouders de GR niet kunnen bekostigen (Van Gaalen, 2015). Mede door de relatief hoge prijs staat de GR regelmatig in de belangstelling. Rotterdammers met een laag inkomen kunnen bijvoorbeeld hun 'Jeugdtegoed' aanwenden voor de aanschaf van een GR (De Telegraaf, 2016). En het gaat niet alleen om de kosten voor particulieren, de financiering van de GR heeft ook bredere, maatschappelijke, gevolgen (Kneyber, 2016). Kneyber doelt er op dat geld dat door de overheid beschikbaar wordt gesteld om het lerarentekort terug te dringen, net voldoende is voor een GR en een boek per onbevoegde leraar.

3.2.2 Examenstand

In 2018 mag de Ti-84 plus niet meer gebruikt worden, wegens het ontbreken van een zichtbare examenstand (Koolstra, 2017). Leerlingen die de Ti-84 plus bezitten, zullen dus een andere GR moeten aanschaffen. Het CvTE begreep dat dit vragen op zou roepen, maar zag zich genoodzaakt deze keuze te maken (College voor Toetsen en Examens, 2017). De angst bestaat dat leerlingen de rekenmachines gaan programmeren of er apps op zetten en daardoor kunnen frauderen op het examen. Volgens Van de Veen is die angst onterecht. Zijn stelling is: 'Er is geen enkele niet-triviale opgave op eindexamenniveau waar apps op de rekenmachine significant bijdragen aan de oplossing' (Van de Veen, 2015).

In sommige scholen wordt de GR vooraf door docenten gereset (Van Eijdsen, 2017). Dat kan voor scholen een omslachtige procedure zijn, als we denken aan aula's waar vele leerlingen aan lange rijen tafels tentamens en examens maken. Toen na het examen van 2016 bij scholen en Laks werd rondgevraagd naar fraudegevallen met de GR, leverde dat echter geen enkel concreet resultaat op (Reijnen Rutten, 2016). Toch bestaat de zorg dat de beveiliging van de verschillende typen GR zo moeilijk is te controleren, dat de GR en niet de leerling verantwoordelijk is voor het examenresultaat (College voor Toetsen en Examens, 2017). Deze zorg was er al eerder, toen gesignaleerd werd dat de controle via surveillance problematisch was (College voor Toetsen en Examens, 2016). Daarom werd de GR bij natuurkunde, scheikunde, biologie en economie afgeschaft en daarom zijn vanaf 2018 alleen nog rekenmachines toegestaan die over een examenstand beschikken met een simpele mogelijkheid voor controle.

3.3.3. Output

Zoals bij elke output van een machine, moet de output van de GR altijd met gezond verstand worden beoordeeld. Genoemd wordt in dat kader bijvoorbeeld de HP Prime, die zou beweren dat $\sqrt{3}$ een breuk is (Van de Veen, 2015). Daarom moeten docenten ook flink boven de materie staan en sturing kunnen geven aan het leerproces van leerlingen als zij de GR gebruiken. Uit een meta-analyse van internationaal onderzoek blijkt dat docenten een cruciale rol spelen wanneer de GR wordt ingezet (Burriel, et al., 2002).

In dat kader is de volgende inzending bij de wiskunde-brief interessant (Boon, 2001). Hij stelt dat wiskunde niet mag verworden tot wat het volgens hem voor vele leerlingen is geworden: een al dan niet logische opeenvolging van toetsencombinaties van de GR (Boon, 2001). Boon geeft het volgende voorbeeld: *'Een quasi-zelfstandige 5 vwo-er stelt tijdens een so. over "oppervlakte" (voorheen: Integraalrekening... weet u nog?) de vraag hoe 't kan dat haar GR niets doet terwijl ze toch de knoppen CALC en 7 heeft beroerd. Betreffende leerlinge sloeg eerst de 7, vervolgens CALC aan. Dan gaat 't nú nog mis! Wellicht voorziet Het Studiehuis binnen afzienbare tijd in GR's waarin at random genoemde programma's kunnen worden geactiveerd en het goede antwoord er toch uit rolt. Moet ik haar "aanpak" met bijv. de helft van het voor die vraag te verkrijgen aantal punten honoreren? Vanwege de "toch maar" aanwezige kennis: De GR kunnen aanzetten en in elk geval op de hoogte zijn van CALC en 7? Vergeeft u mij de ironie, ik móest het even kwijt!'*

De frustratie van deze schrijver is misschien herkenbaar. Toch werpt dit stukje ook een vraag op, namelijk of het gedrag van de betreffende leerling komt door het gebruik van de GR, of door een verkeerde didactiek. Interessant is dat Boon de GR plaatst in de context van Het Studiehuis. Zelisse laat zien dat de vernieuwingen aan het einde van de twintigste eeuw niet altijd verbeteringen zijn geweest (Zelisse, 2015, p. 47). Daarbij wordt door sommigen beweerd dat er tegenwoordig andere vaardigheden nodig zijn dan differentiaalvergelijkingen uitrekenen op de GR (Heijnsbroek, 2015). In Oost-Azië is er volgens Heijnsbroek al een herbezinning gaande rond het belang van andere vaardigheden, namelijk samenwerken, creativiteit en conceptueel denken. Men kan zich echter afvragen of juist de GR niet het aanleren van dergelijke vaardigheden kan ondersteunen, zoals we in hoofdstuk 4 zullen zien.

3.3 Eigen ervaringen

Op het Dollard College in Winschoten wordt de Casio fx-CG 20 voorgeschreven.



FIGUUR 3 DE GR OP HET DOLLARD COLLEGE IN WINSCHOTEN

Ik geef les aan 4 havo en heb daar te maken met leerlingen die komen vanuit mavo, vanuit 3 havo en vanuit 4 havo (zittenblijvers). Vooral de leerlingen vanuit mavo hebben het moeilijk met de GR. Bepaalde technieken, zoals herleiden van $3(a + 2)$, of het oplossen van eenvoudige lineaire vergelijkingen zoals $4x - 1 = 7$, beheersen ze nog onvoldoende vind ik. In mijn lessen moet ik daarnaast veel aandacht besteden aan het aanleren van waar welk knopje zit op de GR en wat leerlingen moeten opschrijven als ze de GR gebruiken bij tentamens. De stap naar het gebruik van de GR is dus heel groot. Ik ben helaas dus niet of nauwelijks bezig met de mooie mogelijkheden van het apparaat, bijvoorbeeld experimenteren en de algebra achter bepaalde output onderzoeken. Het gesprek zoals hieronder weergegeven in figuur 4, is helaas niet representatief voor hoe het er bij mij in de klas aan toe gaat.

Teacher: How can you shift the graph of $y = x^2$ two places to the right?

Johan: $y = x^2 + 2$

He enters this and presses GRAPH.

Johan: Oh no! $y = x^2 + 2x$, GRAPH... that's not right either.

Alex: $y = x^2 + 4x + 4$, no, that's not right, the graph shifted two places to the left. So then it is $y = x^2 - 4x + 4$. That's right.

Teacher: And three places to the right?

Alex tries this on the graphics calculator.

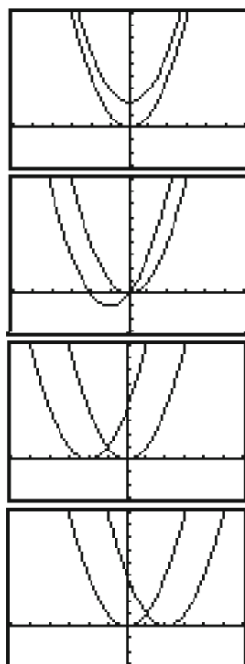
Alex: $y = x^2 - 6x + 9$.

Rewriting the formulas gives $y = (x - 2)^2$ and $y = (x - 3)^2$.

Erik: And if you have $y = x^2 + 2x$ and you shift that three places to the right?

Teacher: What do you think?

Erik: First complete the square, that'll give you $y = (x + 1)^2 - 1$, and then three places to the right, so -3 in parentheses, that's $y = (x - 2)^2 - 1$.



FIGUUR 4 DIALOOG TUSSEN DOCENT EN LEERLING (DRIJVERS EN DOORMAN 1996). EEN UTOPIE?

Dit betekent dat ik mij in de praktijk dus vooral richt op 'learn to use'. Bepaalde output zou de leerling moeten uitnodigen tot nader onderzoek (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016, pp. 277 - 279). Ik vraag mij af hoeveel leerlingen op die uitnodiging in gaan. Er wordt uit gegaan van een versterkt cognitief schema op basis van ervaringen. Ik vraag mij af of dit te verkiezen is boven een cognitief schema op basis van begrip. Neem de functieleer. Door veel grafieken te hebben gezien op het scherm, ontstaat er een cognitief schema van verschillende formules. Een analyse van formules, voorafgaand aan het gebruik van de GR, leidt volgens mij tot echt begrip. Men kan het vergelijken met het verschil tussen klassiek programmeren en deep learning. Vroeger leerde men een computer wat de eigenschappen waren van een kat en kon hij daarna katten onderscheiden van honden. Als de computer te veel fouten maakte, maakte je het programma uitgebreider, door meer eigenschappen van de kat aan het programma toe te voegen. Het is tegenwoordig in om een computer vele afbeeldingen te laten zien, waarbij je vertelt wat een hond en wat een kat is. Daardoor kan de computer daarna zelf het onderscheid maken (ScientificAmerican, 2017). Men kan zich afvragen of de computer in het laatste geval meer begrip heeft van het onderscheid tussen honden en katten.

Het is mooi dat de GR het mogelijk maakt om met ingewikkelde formules te werken, die zich met de hand moeilijk laten schetsen. Hierdoor is het mogelijk om op een onderwijsniveau lager dan het vwo met zulke formules te werken. Het voordeel dat de GR biedt voor visualisatie is hier dus wel aanwezig en wordt ook vaak genoemd. Zie bijvoorbeeld Drijvers (Drijvers, 2000, p. 405). Leerlingen in mijn klas kunnen daardoor met oefenopgaven werken in realistische contexten en complexere formulestructuren. Het is een uitdaging voor mij om ze daarnaast ook het verloop van eenvoudigere grafieken te laten voorspellen, door middel van het maken van handmatige schetsen.

Aandachtspunt is het 'learn when to use'. Bij onderstaande opgave grijpen veel leerlingen naar de GR, terwijl het een prachtige opgave is om met de hand te doen en waar de GR ook helemaal niet handig bij is.

T-6 Alex besteedt op school elke week een bedrag aan koffie en thee. Hij wil niet meer dan € 6,- per week uitgeven.

a Leg uit dat voor Alex geldt $t \cdot 0,50 + k \cdot 0,75 \leq 6$ als hij t koppen thee en k koppen koffie koopt.

b Teken in een assenstelsel de lijn met vergelijking $t \cdot 0,50 + k \cdot 0,75 = 6$. Neem de t -as horizontaal.

c Teken alle roosterpunten die voor Alex een keuzemogelijkheid voorstellen.

- prijslijst -

Thee	0,50
Koffie	0,75

FIGUUR 5 MODERNE WISKUNDE A, HAVO 4, P. 165

Een ander aandachtspunt is het instellen van het venster. Dit is al in de eerste periode aan de orde gekomen, maar nog steeds worstelen leerlingen hier mee. Bij onderstaande opgave zien sommige leerlingen niet dat er twee snijpunten zijn. Bij vraag e antwoorden ze dat de waarde van de Xantippe na ongeveer 1,14 jaren groter is dan de waarde van de Calypso. Ze negeren de periode vanaf tijdstip $t \approx 9,24$, waarop de Xantippe juist weer minder waard is dan de Calypso. Daarnaast begrijpen ze de context niet, van een oldtimer die zijn waarde op de lange duur behoudt. Een vraaggesprek aan de hand van de output van een leerling op het digibord kan dan veel opheldering geven. Zo'n vraaggesprek zou ik vaker kunnen laten plaatsvinden in de les. Een les met de GR vergt daarnaast een heel uitgebreide voorbereiding waarmee de docent het verschil kan maken (Drijvers, Van Streun, & Zwaneveld, 2016, p. 293).

G-2 De inruilwaarde van een auto neemt elk jaar af. Voor een Calypso kun je de inruilwaarde berekenen met de formule $C = 3000 + 15\,000 \cdot 0,8^t$. Hierin is C de inruilwaarde in euro's en is t de tijd in jaren na aankoop. De inruilwaarde van een Xantippe kun je berekenen met de formule $X = 16\,000 - 1200t$.

a Hoe kun je aan de formule van de Calypso zien dat de inruilwaarde afneemt?

b Wat is op den duur de inruilwaarde van een Calypso?

c Na hoeveel jaar is de inruilwaarde van de Xantippe minder dan € 10.000,-?

d Geef van beide auto's de nieuwwaarde.

e In welke periode na de aankoop is de inruilwaarde van de Xantippe groter dan die van de Calypso?

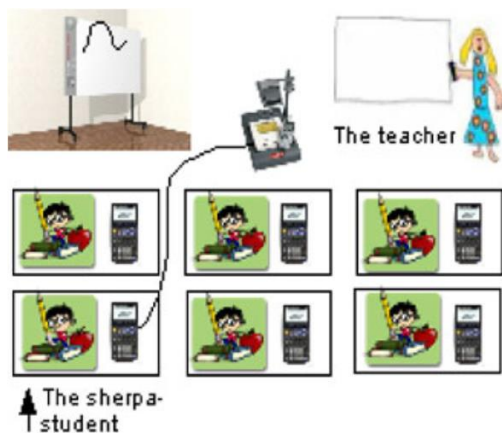
FIGUUR 6 MODERNE WISKUNDE A, HAVO 4, P. 167

4. Visie op de grafische rekenmachine

In deze paragraaf worden de visies uiteengezet van onderzoekers en instanties die proberen te voorspellen welke kant het op gaat met de GR. De commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (cTWO) heeft zich beziggehouden met de examenprogramma's havo en vwo vanaf 2010 (Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs, 2007). De cTWO noemt drie ongewenste effecten van de GR en geeft van daaruit een blik op de toekomst. Het eerste is dat wiskundige argumenten worden vervangen door een verwijzing naar de GR. Er was zowel bij docenten als bij leerlingen onduidelijkheid ontstaan over het verschil tussen exacte oplossingen en benaderingen. In de opgaven komt dit verschil alleen maar tot uitdrukking in kleine verschillen in het woordgebruik. Het tweede is dat het gevaar bestaat dat leerlingen de GR grijpen zonder eerst na te denken. Daardoor zijn ze te weinig getraind in wiskundig denken, zoals dat bij vervolgonderwijs nodig is. Ten derde kan een GR zoveel, dat men zich kan afvragen wat een examen nog meet als er een GR bij gebruikt mag worden.

De cTWO zet daarbij een belangrijk onderscheid neer, namelijk 'use to learn' tegenover 'learn to use'. Er ging veel aandacht uit naar 'learn to use', terwijl juist 'use to learn' volgens de cTWO belangrijk is. ICT dient verrijking en verdieping. De commissie vindt het van groot belang dat ICT de concentratie op de hoofdzaken bevordert, maar ook dat ICT geen negatieve invloed heeft op begripsvorming en de beheersing van basisvaardigheden. Daarom pleit de commissie voor een heroverweging van het gebruik van de GR, zowel in het wiskundeonderwijs als bij het centraal examen. Ook pleit de commissie voor een goede aansluiting tussen voortgezet en hoger onderwijs, waarin de GR volgens de commissie geen plaats heeft.

Trouche en Drijvers concluderen dat we niet naïef moeten zijn over het effect van de GR op scholen (Trouche & Drijvers, 2010). De apparaten hebben grote invloed op de ontwikkeling van leerlingen en docenten. Er zijn veel mogelijkheden waarop docenten kunnen omgaan met de GR. Daarbij gebruiken de auteurs metaforen. De docent moet als een dirigent zijn, waarbij hij het leerproces van leerlingen leidt. Een voorbeeld is de 'Sherpa-orkestratie'. De GR van één leerling wordt dan geprojecteerd op het bord. De docent begeleidt het gebruik van de GR door de leerling en de hele klas kan dit volgen (figuur 7).



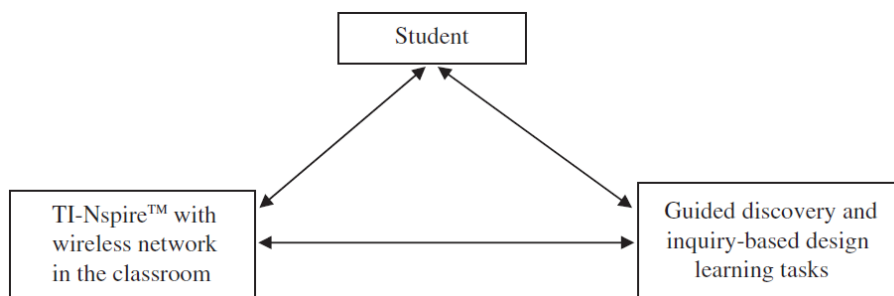
FIGUUR 7 EEN MANIER OM DE GR IN TE ZETTEN TIJDENS DE LES (TROUCHE & DRIJVERS, 2010).

Een ander voorbeeld van hoe de GR in de klas kan worden gebruikt, geeft Van Winsen (Van Winsen, 2008). Hij heeft op de TI-Nspire een document voorbereid dat de leerlingen aan het begin van de les gekregen hebben. Het document bestaat uit tabbladen met instructies en oefeningen op zowel de GR als met pen en papier. Het betreft opdrachten op het gebied van de analytische meetkunde, waar de TI-Nspire zich uitstekend voor blijkt te lenen. Het document, dat Van Winsen ook met andere docenten wil delen, kan goed gebruikt worden in de hierboven beschreven Sherpa-opstelling.

Er zijn echter meerdere mogelijkheden. Denkbaar is dat de apparaten van de leerlingen in groepjes van vier op elkaar aangesloten zijn en dat de docent kiest welke apparaten op het bord worden geprojecteerd. Trouche en Drijvers benadrukken dat kleine variaties, gedacht vanuit de orkest-metafoor, grote gevolgen kunnen hebben voor de interactie tussen leerlingen onderling en tussen leerlingen en de docent. Daarbij is het van groot belang hoe de docent les geeft. Deze moet zich steeds afvragen welke vraag er nu gesteld moet worden, hoe

hij recht doet aan de input van een individuele leerling en hoe hij om gaat met onverwachte gebeurtenissen vanuit de wiskundige opdracht of vanuit de GR. De onderzoekers zien een grote toekomst voor connectiviteit. Door de grafische rekenmachines onderling te verbinden, ontstaan nieuwe mogelijkheden. Vooral samenwerken zal hierdoor steeds gemakkelijker worden. Deze nieuwe manieren van samenwerken stelt de docent echter voor nieuwe didactische uitdagingen.

Onderzoek naar interactie met de TI-Nspire in Singapore leidde tot bemoedigende resultaten (Leng, 2011). Door middel van interactie tussen studenten onderling en met de docent, werd het conceptueel denken versterkt. Ook namen de vaardigheden van leerlingen toe als het ging om het oplossen van problemen. In dit geval betrof het lessen over analyse. Leng benadrukt dat het gebruik van de GR bevorderlijk kan zijn voor leerlingen, maar alleen wanneer dit gepaard gaat met passende activiteiten in de les. In zo'n geval geldt het volgende raamwerk (Leng, 2011).



FIGUUR 8 INTERACTIE ALS BASIS VOOR EEN GOEDE LES

Leng zag dat de GR, in dit geval de TI-Nspire, op zes manieren gebruikt werd. Hij onderscheidt de manieren waarop deze symbolische rekenmachine kan worden ingezet als volgt: verkennen, bevestigen, problemen oplossen vanuit verschillende benaderingen, visualiseren van problemen of nieuwe concepten, rekenen en herleiden en tot slot het tekenen van grafieken om bijvoorbeeld oppervlakten onder curven te berekenen.

Veel onderzoek is gericht op de vraag of de GR een effectief leermiddel is. Doerr en Zangor hebben daarom juist onderzoek gedaan naar de vraag die daar aan vooraf gaat. Dat is de vraag op welke manieren de GR wordt ingezet in de klas. Daarbij hebben zij zich gericht op het effect dat de docent heeft op het leerproces (Doerr & Zangor, 2000). Ook hebben zij het belang onderzocht van interactie tussen leerlingen onderling en met de docent. Ook deze onderzoekers beschrijven verschillende manieren waarop leerlingen de GR in de les kunnen gebruiken. Volgens hen komen die manieren goed uit de verf als een docent de juiste kennis en overtuigingen heeft en op die manier invloed uitoefent op het leerproces. De rol van de docent is dus essentieel; hij stuurt de leerlingen door het stellen van de juiste vragen en het geven van uitleg. Ook zien zij voordelen van de GR als middel tot wiskundige communicatie in kleine groepjes of met een projectie op het digibord. In dit onderzoek kwam tevens mooi naar voren dat de docent zich bewust was van de beperkingen van de GR. Daardoor kon zij goed aan de leerlingen overbrengen dat deze een gegeven output altijd kritisch moeten interpreteren. Uit een meta-analyse van 43 onderzoeken blijkt dat docenten de GR meestal gebruiken als een verlengstuk van de manier waarop ze altijd al les gaven (Burril, et al., 2002). Hoe docenten lesgeven met de GR hangt af van hoe zij tegen wiskunde aankijken. Als docenten geloven in het belang van conceptueel denken en waarde hechten aan gefundeerde wiskundige gevolgtrekkingen, dan is dat terug te zien in de manier waarop ze de GR in de les weten in te zetten. En als zij benadrukken dat de output van de GR altijd tezamen moet gaan met gezond verstand, zien zij dit terug in de manier waarop leerlingen presteren (Burril, et al., 2002).

Men kan zich afvragen hoe in Nederland de GR zich verhoudt tot algebraïsche vaardigheden. Het College voor Toetsen en Examen, ook wel 'College voor Examen', benadrukt dat in de eindexamen nog steeds algebraïsche vaardigheden zonder GR moeten worden beheerst. Dit is elk jaar duidelijk geworden en dit beleid wordt voortgezet (College voor Examen, 2012). Examenmakers richten zich op het maken van opgaven waarin elementaire algebraïsche vaardigheden worden getoetst en waarbij inzet van de GR geen punten oplevert. Dit is mede naar aanleiding van het protest van studenten in 2006, welk protest in hoofdstuk 1 al is aangestipt. Het beeld dat bij examens nog steeds dezelfde vaardigheden worden getoetst als voor de

introductie van de GR, zouden we ook graag breder willen bekijken. Brown deed internationaal onderzoek, waarbij hij criteria hanteerde bij de selectie van de te onderzoeken landen (Brown, 2009). Uiteindelijk bleken twee landen en een instituut geschikt voor zijn onderzoek. Hij vergeleek examens in Denemarken, Australië en van de International Baccalaureate. De laatste is een internationale school met vestigingen wereldwijd (International Baccalaureate, 2018). Ook uit dit onderzoek bleek dat bij huidige examens dezelfde vaardigheden worden getoetst als vroeger. 'Het handwerk' was vroeger het belangrijkste en dat blijkt na de introductie van de GR nog steeds zo te zijn.

Conclusie

De grafische rekenmachine is al 20 jaar onderdeel van het wiskundeonderwijs in Nederland. De positie van de GR is echter niet onomstreden. Gevreesd wordt dat de basisvaardigheden van leerlingen afgenomen zijn en dat wiskunde deels een soort knoppencursus is geworden. Dat de GR een vermindering van basisvaardigheden teweeg heeft gebracht is echter niet aan te tonen. Momenteel wordt in Nederland onderzocht hoe ICT in het Nederlandse onderwijs voortaan vorm moet krijgen. Men heeft al geconcludeerd dat er voor de GR op termijn geen rol meer is weggelegd.

Wat betreft de GR bestaan in Nederland zorgen over basisvaardigheden, de kosten, fraude en daarmee samenhangend de examenstand en de manier waarop leerlingen output interpreteren. In internationaal onderzoek zien we echter meer aandacht voor de manieren waarop lessen zouden kunnen worden ingericht. De resultaten zijn optimistisch en veelbelovend. Wat Nederland met andere landen gemeen heeft, is dat overal nog steeds schriftelijke vaardigheden worden getoetst.

Bij goed gebruik van de GR in de les, zoals 'de Sherpa-orkestratie', werken leerlingen aan een diepgaand begrip van achterliggende wiskunde. Daarnaast werken ze aan vaardigheden die tegenwoordig belangrijk worden gevonden, zoals samenwerken, creatief vermogen en conceptueel denken. De GR heeft daarbij vele rollen en die kunnen ten volle benut worden, mits de docent kennis heeft van de mogelijkheden en de beperkingen van het apparaat. Veel docenten, ook internationaal, geven dezelfde lessen als vroeger met daarbij de GR als verlengstuk. Onderzoek wijst echter uit dat lessen met de GR een uitgebreide voorbereiding vergen. De rol van de docent, met daarbij zijn wiskundige overtuigingen, is van cruciale invloed op hoe de leerlingen uiteindelijk met en zonder de GR presteren.

Bibliografie

- Bijsterveldt-Vliegenthart, V. (2012, april 5). Gebruik rekenmachine bij toetsen en examens. Den Haag.
- Bol.com. (2018, maart 18). *grafische rekenmachine*. Opgehaald van bol.com:
https://www.bol.com/nl/s/algemeen/zoekresultaten/Ntt/grafische%2Brekenmachine/N/o/Nty/1/search/true/searchType/qck/defaultSearchContext/media_all/sc/media_all/index.html
- Boon, E. (2001, juni 18). *wiskunde-brief nummer 187*. Opgehaald van www.wiskundebrief.nl:
<http://www.wiskundebrief.nl/187.htm>
- Brown, R. (2009). Does the introduction of the graphics calculator into system-wide examinations lead to change in the types of mathematical skills tested? *Educational Studies in Mathematics*, 181 - 203.
- Burriel, G., Allison, J., Breaux, G., Kastberg, S., Leatham, K., & Sanchez, W. (2002). Handheld Graphing Technology in Secondary Mathematics: Research Findings and Implications for Classroom Practice.
- College voor Examens. (2012, maart 28). Het gebruik van de rekenmachine en de grafische rekenmachine bij centrale toetsing in primair en voortgezet onderwijs. Utrecht.
- College voor Toetsen en Examens. (2016). *Jaarverslag 2015*. Utrecht: College voor Toetsen en Examens.
- College voor Toetsen en Examens. (2017). *Jaarverslag 2016*. Utrecht: College voor Toetsen en Examens.
- College voor Toetsen en Examens. (2017, februari 16). *Werkgroep 'ICT bij het CE wiskunde havo/vwo'*. Opgehaald van Examenblad 2018: <https://www.examenblad.nl/nieuws/20170216/werkgroep-ict-bij-het-ce-wiskunde/2018?regime=hflinks&horizon=vhi1nc4phqyw>
- College voor Toetsen en Examens. (2018, maart 17). *Digitale examinering in Facet*. Opgehaald van Digitale examinering: <https://www.cvte.nl/taken-cvte/digitale-examinering>
- Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs. (2007). *Rijk aan betekenis. Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.
- cTWO, V. w. (2008). *Use to learn. Naar een zinvolle integratie van ICT in het wiskundeonderwijs*. Utrecht: commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.
- De Telegraaf. (2016, augustus 24). Laptop voor laag inkomen. *De Telegraaf*, p. 13.
- Doerr, H., & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 143 - 163.
- Drem. (2009, september 25). *educatie en school*. Opgehaald van Grafische Rekenmachines: <https://educatie-en-school.infonu.nl/diversen/42976-grafische-rekenmachines-casio-texas-instruments-hp-enz.html>
- Drijvers, P. (1995). Neem de grafiek over.... *Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs*, 29 - 35.
- Drijvers, P. (1997). Oude wiskunde en nieuwe technologie. *Nieuwe Wiskrant*, 49 - 53.
- Drijvers, P. (1998). De symbolische rekenmachine over de grens. *Nieuwe Wiskrant*, 47 - 53.
- Drijvers, P. (2000, december). Studenten met een grafische rekenmachine: wat kunnen we van ze verwachten? *NAW*, 399 - 405.
- Drijvers, P. (2008). Tests en tools: technologie in landelijke examens. *Nieuwe Wiskrant*, 35 - 39.
- Drijvers, P., & Doorman, M. (1996). The graphics calculator in mathematics education. *Journal of Mathematical Behaviour*, 425 - 440.
- Drijvers, P., Van Streun, A., & Zwaneveld, B. (2016). *Handboek wiskundendidactiek*. Amsterdam: Epsilon Uitgaven.
- Heijnsbroek, M. (2015, oktober 17). Is kiezen voor bèta altijd verstandig? *Het Financieele Dagblad*, p. 3.
- International Baccalaureate. (2018, maart 18). Opgehaald van [ibo.org](http://www.ibo.org): <http://www.ibo.org>

- Kneyber, R. (2016, april 6). Stockholm-syndroom. *Trouw, de verdieping*, p. 7.
- Koolstra, G. (2017, oktober 15). *WiskundE-brief nummer 789*. Opgehaald van [www.wiskundebrief.nl: http://www.wiskundebrief.nl/789.htm](http://www.wiskundebrief.nl/http://www.wiskundebrief.nl/789.htm)
- Leng, W. (2011). Using an advanced graphing calculator in the teaching and learning of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 925 - 938.
- Reijnen Rutten, E. (2016, mei 24). Spieken? Niet zo heel moeilijk, maar het kan je je diploma kosten. *De Gelderlander*, p. 4.
- ScientificAmerican. (2017, december 25). *EOS wetenschap*. Opgehaald van [eoswetenschap.eu: https://www.eoswetenschap.eu/technologie/dankzij-deep-learning-zien-computers-een-vingerknip-wat-telt-op-medische-scans](https://www.eoswetenschap.eu/technologie/dankzij-deep-learning-zien-computers-een-vingerknip-wat-telt-op-medische-scans)
- Streun, A. v., Harskamp, E., & Suhre, C. (1997). Integratie van de grafische rekenmachine. *Nieuwe Wiskrant*, 14 - 19.
- Trouche, L. (2000). The parable of the lefthanded and the skillet. Study on the learning process in a symbolic calculator environment. *Educational Studies in Mathematics*, 239 - 264.
- Trouche, L., & Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 667 - 681.
- Tweede Kamer der Staten-Generaal. (2011). Hoger Onderwijs-, Onderzoek- en Wetenschapsbeleid. Verslag van een notaoverleg. *Stenografisch verslag van een notaoverleg van de vaste commissie voor Onderwijs, Cultuur en Wetenschap*. Den Haag: Tweede Kamer der Staten-Generaal.
- Van de Veen, P. (2015, december 13). *WiskundE-brief 723*. Opgehaald van [www.wiskundebrief.nl: http://www.wiskundebrief.nl/723.htm](http://www.wiskundebrief.nl/http://www.wiskundebrief.nl/723.htm)
- Van Eijdsen, A. (2017, mei 16). Nog altijd: het spiekbriefje. *AD/Algemeen Dagblad*, p. 15.
- Van Gaalen, E. (2015, augustus 7). Geen geld voor duur schoolreisje. *Dagblad van het Noorden*, p. 4.
- Van Wijk, P. (2017, februari 19). *WiskundE-brief nummer 766*. Opgehaald van [www.wiskundebrief.nl: http://www.wiskundebrief.nl/766.htm#4](http://www.wiskundebrief.nl/http://www.wiskundebrief.nl/766.htm#4)
- Van Winsen, E. (2008). De grafische rekenmachine en algebraïsche vaardigheden. *Nieuwe Wiskrant*, 40 - 42.
- Vos, P. (2008). Feiten en meningen: universele wiskunde en didactische diversiteit. *Euclides*, 250.
- Wikipedia. (2015, augustus 11). *Grafische rekenmachine*. Opgehaald van [wikipedia: https://nl.wikipedia.org/wiki/Grafische_rekenmachine](https://nl.wikipedia.org/wiki/Grafische_rekenmachine)
- Wikipedia. (2018, maart 9). *GeoGebra*. Opgehaald van [wikipedia: https://nl.wikipedia.org/wiki/GeoGebra](https://nl.wikipedia.org/wiki/GeoGebra)
- Zelisse, T. (2015, augustus 20). Contemporaine Geschiedenis van het Nederlandse Wiskundeonderwijs 1900 - heden. Zwolle: Christelijke Hogeschool Windesheim.
- Zwarteveen, J., & Verhoef, N. (2013). Veranderingen in het eindexamenprogramma? *NAW*, 253 - 256.