

Stijgsnelheid van luchtbellens in hellende leidingen

Wilfred Koppe

1205997-000

Samenvatting

Voor de afstudeeropdracht bij Deltares is er onderzoek gedaan naar de stijgsnelheid van luchtbellen in hellende leidingen. Dit is gedaan om meer kennis te krijgen over slug stroming. Slug stroming is een meerfase-stromingspatroon waarbij vloeistof en gas samen door een transportleiding stromen, het gas verzamelt zich hierbij tot grote gasbellen die onderling van elkaar gescheiden zijn door 'vloeistofblokken' (slugs). In de olie/gas-industrie is slug stroming een stromingspatroon dat veelvuldig en meestal ongewenst/ongecontroleerd optreedt.

In dit onderzoek is er gekeken naar de stijgsnelheid van luchtbellen. Een van de belangrijkste onderzoeken naar de stijgsnelheid van bellen is het onderzoek van Zukoski (1966), die de invloed van oppervlaktespanning en helling heeft bepaald. Zukoski gebruikte als opstelling een geheel met vloeistof gevulde hellende leiding. Bij zijn experimenten is er aan het lage uiteinde van een hellende leiding een klep snel geopend, waardoor een luchtbel in de leiding indringt en de leiding leegloopt. De stijgsnelheid van deze luchtbellen is met een meetlint en stopwatch bepaald.

Het is te verwachten dat voor grote leidingdiameters de effecten van oppervlaktespanning verwaarloosbaar worden. Echter, de experimenten van Zukoski zijn veelal gedaan aan leidingen met kleine diameters. Ook heeft Zukoski relatief korte leidinglengtes gebruikt. Hiermee rijst dus de vraag of de stijgsnelheid van luchtbellen door Zukoski juist is bepaald.

Om deze vraag te beantwoorden is het experiment van Zukoski nagebootst, echter is er nu een langere leiding en een zo groot mogelijke diameter gebruikt. De snelheid van de luchtbel is bepaald met behulp van drukopnemers, geleidbaarheidsmeters en een video-opname. Uit de resultaten is gebleken dat de metingen van Zukoski tot een hoek van 45° overeenkomen met de verrichte metingen. Bij grotere hoeken zijn er kleine verschillen in de meetpunten. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de door Zukoski gebruikte buislengte lang genoeg was om tot 45° de snelheid te kunnen meten van een geheel ontwikkelde luchtbel. Bij grotere hoeken lijkt het erop dat dit minder goed is gegaan. Doordat de leidingen bij het transport van gas/olie meestal onder kleine hoeken liggen, is het verloop hiervan echter minder van belang.

Als uitbreiding op de afstudeeropdracht zijn er ook metingen verricht met korte bellen. Hierbij werd de leiding kort na het openen weer gesloten. Deze korte bellen kunnen worden vergeleken met een gasbel in een slug stroming. Uit de snelheid van deze korte bellen moet blijken of de metingen met de lange bellen een goed vergelijk zijn met de slug stroming.

Uit de resultaten van de metingen met de korte bellen blijkt dat de snelheid en de vorm van de luchtbel vanaf een lengte van ongeveer 0,30 m (3·D) gelijk is aan de snelheid en vorm van een lange bel. Kortere bellen hebben een kleinere snelheid. De resultaten uit de lange bellen zijn dus een goed vergelijk met de korte bellen vanaf een lengte van ongeveer 3 keer de buisdiameter.

Pothof (2010) heeft een 'clearing velocity' (de stroomsnelheid die nodig is om een luchtbel neerwaarts uit een hellende leiding te drukken) gemeten van ongeveer 0,75 m/s bij een buisdiameter van 98 mm. Volgens het drift flux model van Nicklin (1962) moet deze snelheid overeen komen met de gemeten belsnelheid in een stagnant medium. De in dit onderzoek gemeten snelheid komt echter uit op ongeveer 0,55 m/s. Hiermee lijkt het model van Nicklin niet te kloppen. Een mogelijke oorzaak is dat de stijgende bellen in een stagnant medium minder gestroomlijnd zijn waardoor de snelheid lager is.

Summary

In this Bachelors thesis, performed at Deltares, the bubble rise velocity in inclined tubes is investigated. This research is performed to obtain more knowledge about slug flow. Slug flow is a multiphase flow that can occur when liquid and gas flow through a tube, the gas accumulates forming big bubbles separated by liquid plugs (slugs). In the oil and gas industry, slug flow is a frequent, mostly unwanted, occurring phenomena.

Important research in this field is done by Zukoski (1966), who determined the influence of surface tension and inclination on the bubble velocity. The measurement setup of Zukoski consisted of an inclined tube filled with liquid. After opening the lower end of the tube, an air bubble gets into the tube and the tube empties. The bubble rise velocity is measured using a ruler and a stopwatch.

For large tube diameters, the surface tension is expected to be negligible. However, the experiments of Zukoski are mostly performed with small diameter tubes. Zukoski also used relatively short tube lengths, so the question arises whether the bubble rise velocity is determined correctly.

In order to answer this question, the experiment of Zukoski is mimicked. But now with larger tube length and diameter. The air bubble velocity is determined using pressure- and conductivity sensors and a video recording. The measurements show similar results as Zukoski's up to an inclination of 45° degrees. At larger inclination the results starts to differ a little. It can be concluded that the tube length used by Zukoski was long enough to measure the bubble rise velocity of entirely developed air bubbles up to an inclination of 45° degrees. The differences at larger inclination are not that important, because the inclination in gas and oil transport is usually smaller than 45°.

As side project also measurement on short air bubbles are performed. In this measurements the tube is opened for a short period of time and closed again. The short air bubbles can be compared with an air bubble in a slug flow. The measurements with the short air bubbles should show whether the long air bubbles measurements are a good model for a slug flow. The results show that the velocity of an air bubble with a length from 0,30 m (3·D) is the same as the velocity of a large air bubble. Shorter air bubbles have a lower velocity. It can be concluded that the large air bubbles are comparable with short air bubbles from a length of 3 times the tube diameter. So the long air bubbles are a good model for the slug flow. The shape of an air bubble shows to be constant from an air bubble length of 0,30 m (3·D).

Pothof (2010) measured a clearing velocity (the flow velocity needed to press a bubble downwards out an inclined tube) of approximately 0,75 m/s with a tube diameter of 98 mm. According to the drift flux model of Nicklin (1962), the clearing velocity is the same as the bubble velocity in a stagnant medium. The measured velocity in this research is equal to 0,55 m/s. This contradicts the Nicklin model. A possible reason for this is that a bubble in a stagnant environment is less streamlined, so the velocity is lower.

Inhoudsopgave

Samenvatting	i
Summary	iii
1 Inleiding	1
2 Theorie	3
2.1 Slug stroming	3
2.2 Eerder verrichte onderzoeken	4
2.3 Krachten	6
2.3.1 Lange bellen	6
2.3.2 Korte bellen	8
3 Meetopstelling	9
3.1 De gekozen materialen	9
3.2 Drukopnemers	10
3.2.1 Drukverloop	10
3.3 Geleidbaarheidsmeters	11
3.3.1 Kalibratie	12
3.4 DelftMeasure	13
3.5 Video	13
3.6 Posities meetpunten	13
3.7 Testprogramma	14
4 Resultaten	15
4.1 Kalibratie geleidbaarheidsmeters	15
4.2 Drukmetingen	17
4.2.1 Bepaling snelheid	18
4.3 Verloop geleidbaarheidsmeting	19
4.3.1 Bepaling snelheid	21
4.4 De snelheid als functie van de helling	21
4.4.1 Vergelijk met Zukoski	23
4.5 Bepaling van de vorm	24
4.6 Video	25
4.7 Korte bellen	28
5 Conclusie	31
6 Aanbevelingen	33
7 Literatuur	35
Bijlage 1: De afstudeeropdracht	37
Bijlage 2: Handelingen bij het meten	39
Bijlage 3: Resultaten kalibratie geleidbaarheidsmeters	41
Bijlage 4: Onnauwkeurighedsanalyse	43
Bijlage 5: Resultaten lange bellen	45

1 Inleiding

Deze scriptie is geschreven naar aanleiding van de afstudeeropdracht bij Deltares om water-lucht metingen op te zetten en uit te voeren in een leiding. Hierbij gaat het om de bepaling van de stijgsnelheid van grote bellen in hellende leidingen.

In het onderzoek wordt een eerder verricht onderzoek naar de stijgsnelheid van luchtbellen door E.E. Zukoski (1966) nagebootst. Zukoski gebruikte als opstelling een geheel met vloeistof gevulde hellende leiding. Bij zijn experiment is aan het lage uiteinde van een hellende leiding een klep snel geopend, waardoor een luchtbel in de leiding indringt en de leiding leegloopt. Zukoski heeft echter een relatief korte leidinglengte gebruikt, waardoor er afgevraagd kan worden of de juiste belsnelheid bepaald is. In dit onderzoek wordt er gekeken of de resultaten uit het onderzoek van Zukoski reproduceerbaar zijn.

Als zijstap wordt er naast deze metingen ook gekeken naar de snelheid van korte bellen, en naar de vorm van de korte en lange bellen.

De resultaten uit de stijgsnelheid zijn van belang om meer informatie te kunnen krijgen over slug stromingen in leidingen. Slug stromingen komen ongewenst in onder andere gas- en olietransport voor en kunnen voor de nodige problemen zorgen.

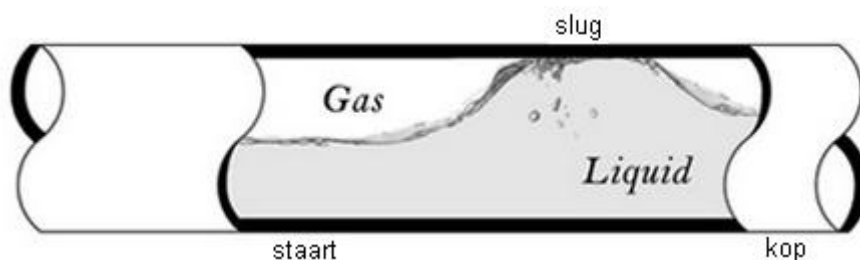
In Delft is een promovendus bezig met het modeleren van meerfasen stromingen. De resultaten van dit onderzoek dienen ook ter validatie van zijn numerieke modellen.

2 Theorie

2.1 Slug stroming

Meerfase stromingen komen voor bij onder andere het transport van gas en olie in leidingen. Afhankelijk van onder andere de snelheden van de twee fasen, kunnen er verschillende stromingspatronen ontstaan. Een van de patronen is slug stroming, waarbij de vloeistof met een hoge snelheid in de vorm van 'blokken' (slugs) door de leiding wordt getransporteerd. Tussen deze slugs bevindt zich een gelaagde stroming. Hierin bevindt zich de vloeistof onderin en het gas bovenin de buis. Het waterniveau is op deze positie nagenoeg constant. Het gas stroomt dus als gasbellen door de leiding (Figuur 2.1).

Bij een slug stroming gaat de vloeistof vanuit de 'kop' de slug in, en gaat de vloeistof vanuit de slug naar de 'staart'. Door deze vorm van voortbewegen beweegt de slug sneller dan de vloeistofflagen tussen de twee slugs in. De gasbel zal met iets grotere snelheid dan de slug voortbewegen.



Figuur 2.1: een typische vorm van een slug stroming (bron: U. Kadri).

Bij het oppompen van gas of olie uit bijvoorbeeld de zeebodem ontstaan er slug stromingen door drukverschillen en veranderingen in de helling van de leiding gedurende het transport. Voornamelijk bij langere slugs kunnen er grote drukfluctuaties en problemen bij het scheiden van de vloeistof en het gas ontstaan.

Er zijn vele onderzoeken gedaan en gaande naar slug stroming. De resultaten hiervan leiden tot enkele empirische formules. Er zal als voorbeeld van enkele empirische formules een vertaling van Applied Multiphase Flows pagina 78 en 79 (Oliemans) gegeven worden.

'De slug plant zich voort met de translatiesnelheid u_t , die verkregen kan worden met de snelheid van het mengsel, u_m :

$$u_t = (1 + C)u_m$$

Hierin is C gerelateerd aan de hoeveelheid vloeistof dat uit de slug in de vloeistoffilm 'stroomt'. C wordt ook wel de 'shedding parameter' genoemd. Deze parameter kan worden afgeleid uit Zuber's 'distribution parameter' C_0 , welke gebruikt wordt in het 'drift-flux model':

$$C = (C_0 - 1) + u_b / u_m$$

De 'distribution parameter' is berekend volgens de methode van Collins (1978):

$$C_0 \begin{cases} 2 & \text{laminare stroming} \\ \frac{\log R_{e_m} + 0,089}{\log R_{e_m} - 0,74} & \text{turbulente stroming} \end{cases}$$

Hierin is Re_m het getal van Reynolds voor het mengsel, een functie van de vloeistofdichtheid en de viscositeit, $R_{e_m} = D\rho_L u_m / \mu_L$.

De stijgsnelheid van de gasbel kan worden bepaald met:

$$v_b = C_1 \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_v} \cdot g \cdot D} \quad (2.1)$$

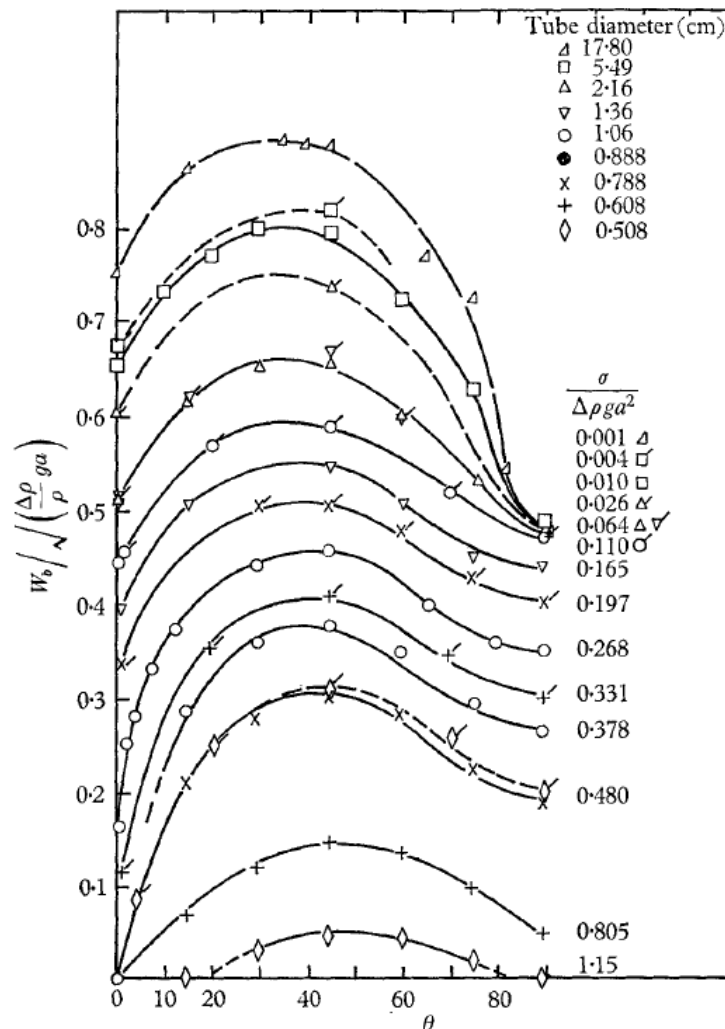
Hierin is C_1 een functie van de pijpdiameter en de oppervlaktespanning, afgeleid door R.V.A. Oliemans (1976) op basis van de metingen verricht door Zukoski. Voor een verticale stroming naar boven is C_1 gelijk aan 0,35. De maximale waarde voor C_1 ligt bij een hoek van 45°, en C_1 is gelijk aan 0 bij een horizontale stroming¹.

De metingen verricht door Zukoski, waarop Oliemans C_1 heeft afgeleid, zal in de volgende paragraaf besproken worden. Het is in het rapport van Zukoski echter niet duidelijk hoe nauwkeurig de metingen zijn verricht (zie paragraaf 2.2).

2.2 Eerder verrichte onderzoeken

Er zijn verschillende onderzoeken gedaan naar de stijgsnelheid van een luchtbel in een waterleiding. Onder andere E.E. Zukoski (1966) heeft hier onderzoek naar gedaan. Zukoski heeft gekeken naar de invloed van de viscositeit en de oppervlaktespanning op de belsnelheid. Ook heeft hij gekeken naar de effecten van verschillende hellingshoeken op de belsnelheid en de stroming van het water. Zukoski gebruikte buizen van 1 meter lang en buisdiameters tussen de 0,5 en 17,8 cm. Om de 15° zijn er bij dit onderzoek metingen verricht. Hierbij is de snelheid met behulp van een meetlint en een stopwatch bepaald. Het is echter niet zeker dat binnen 1 meter de bel al geheel ontwikkeld is en met een constante snelheid zal bewegen.

1. $C_1=0$ leidt tot een belsnelheid van 0 m/s, dit is echter niet waargenomen door Zukoski. Uit A Anderson & JF Robbie (1986) blijkt ook dat er wel een belsnelheid is bij een horizontale leiding.



Figuur 2.2: De meetresultaten van Zukoski bij het onderzoeken van de belsnelheid bij verschillende hellingen (Bron: Zukoski).

In Figuur 2.2 zijn de resultaten van de metingen van de belsnelheid als functie van de helling te zien. Bij deze metingen zijn verschillende pijpdiameters gebruikt, en is de oppervlaktenspanning van het water gevarieerd door alcohol toe te voegen.

Bij de figuurtjes met een streepje aan de bovenzijde is er alcohol toegevoegd. Deze metingen zijn voor dit onderzoek niet van belang.

In de grafiek staat op de y-as de genormaliseerde snelheid. Dit is gelijk aan $C_1 \cdot \sqrt{0,5}$ in formule 2.1. Dit verschil is doordat Zukoski de straal (a) en Oliemans de diameter van de leiding heeft gebruikt. Zukoski heeft de metingen per hoek minimaal 5 keer herhaald, de resultaten hieruit verschilden maximaal 5% van elkaar. De resultaten in de grafiek zijn de gemiddelde waarden uit de metingen.

Om het snelheidsverloop van de luchtbel in een hellende leiding toe te lichten, zal er gekeken worden naar de krachten die op de luchtbel werken. Hieruit zal ook blijken hoe de situatie is wanneer de bel geheel ontwikkeld is en met een constante snelheid voortbeweegt.

2.3 Krachten

Er zijn verschillende krachten die invloed uitoefenen op het water en op de bel in de leiding. Op het moment dat de bel met een constante snelheid omhoog beweegt, is de som van deze krachten gelijk aan 0 (eerste wet van Newton).

Er zal kort besproken worden welke krachten er van belang zijn op korte, en welke op lange bellen.

2.3.1 Lange bellen

Bij lange bellen wordt er gekeken naar de krachten die uitgeoefend worden op de vloeistof. Een korte afstand benedenstrooms van de 'neus' van de luchtbel, Dx , zorgt de zwaartekracht ervoor dat de vloeistof in de laag onder de luchtbel versneld wordt. De vloeistof zal versnellen totdat er een evenwicht is tussen de wrijvingskracht tussen de buis en de vloeistof en de zwaartekracht. De vloeistof zal vanaf hier met een constante snelheid naar beneden gaan, de vloeistoflaag heeft dan de normaaldiepte bereikt. De normaaldiepte hangt af van het afgevoerde vloeistofdebiet, de helling van de buis en de wandruwheid van de buis. Het afgevoerde vloeistofdebiet is gelijk aan het luchtdebiet van de bel en is dus afhankelijk van de belsnelheid en de 'beldikte' (= buisdiameter – vloeistoflaagdikte).

Wanneer de buis onder een grotere helling hangt zorgt de zwaartekracht voor een grotere versnelling van de vloeistof. Doordat de vloeistof met een grotere snelheid zal stromen, zal de vloeistoflaag ook minder dik zijn. De wrijving tussen de vloeistof en de buis zal bij een dunnere waterlaag gaan toenemen. Hierdoor zal er per helling een nieuw evenwicht gevormd worden.

Om tot een theoretische waarde voor de snelheid van de waterfilm te komen, moeten er een aantal stappen worden gedaan. Deze zullen hier kort worden beschreven.

Wanneer de vloeistoflaag de normaaldiepte heeft bereikt, is de verhanglijn, dH/ds (het verloop van de waterspiegel in lengterichting) gelijk aan de helling van de buis-as met de horizontaal:

$$\frac{\partial H}{\partial s} = \sin(\theta) \quad (2.2)$$

Met de verhanglijn wordt de vloeistofsnelheid in de film berekend via:

$$v_{film} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{\partial H}{\partial s} \cdot \frac{D_u}{f_D}} \quad (2.3)$$

De frictie factor, f_D , in formule 2.3 hangt af van de wandruwheid, k_s , en het Reynoldsgetal van de film:

$$f_D = 8 \cdot \left(\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{1,5}} \right)^{\frac{1}{12}}$$

$$A = \left(-2,457 \cdot \ln \left(\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \cdot \frac{k_s}{D} \right) \right)^{16}$$

$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

Het getal van Reynolds wordt berekend met:

$$Re = \frac{v_{film} \cdot D_u}{\nu} = \frac{\rho \cdot v_{film} \cdot D_u}{\mu}$$

Hierin is:

ρ	De dichtheid	[kg/m ³]
D_u	De hydraulische diameter	[m]
μ	De dynamische viscositeit	[Pa·s]
ν	De kinematische viscositeit	[m ² /s]
v	De snelheid	[m/s]

Doordat de vloeistoffilm in eerste instantie niet bekend is, wordt een eerste schatting van f_D gedaan voor het niet-viskeuze limiet ($Re \rightarrow \infty$). In dit geval hangt f_D alleen nog maar af van de wandruwheid en kan een eerste schatting van de vloeistoffilm gemaakt worden. Met deze eerste schatting wordt Re berekend en daarmee kan een nieuwe schatting van f_D worden gemaakt. Bovenstaande stappen (afwisselend bepalen van f_D , v_{film} en Re) worden een paar keer herhaald totdat f_D niet meer verandert.

Het debiet van de waterfilm is onder de bel gelijk aan het debiet van de luchtbel. Hiermee is, wanneer de normaaldiepte bereikt is, ligt het verband tussen de belsnelheid en de filmsnelheid vast.

$$Q_{film} = Q_{bel}$$

$$v_{film} \cdot A_{film} = v_b \cdot A_b$$

$$v_b = \frac{v_{film} \cdot A_{film}}{A_{pijp} - A_{film}}$$

Hierin is:

Q	Het debiet	[m ³ /s]
A	Het geprojecteerde oppervlak loodrecht op de bewegingsrichting	[m ²]

2.3.2 Korte bellen

Lange eindige bellen zullen op dezelfde manier bekeken worden als de lange oneindige bel. Voor kortere bellen wordt de normaal diepte niet bereikt en blijft het doorstroomt oppervlak onder de bel groot zodat de wrijving verwaarloosbaar wordt. De beweging van de bel kan dan worden beschreven met de opwaartse- en de drag- kracht. De opwaartse kracht zorgt ervoor dat de luchtbel naar boven toe beweegt. De drag- kracht is de tegenkracht die ervoor zorgt dat de bel met een constante snelheid gaat bewegen. Er wordt verwacht dat wanneer de bel korter is dan de afstand Dx (zie 2.3.1) deze zich gaat gedragen als een korte bel en wanneer de bel langer is als een ('oneindig') lange bel. De afstand Dx is echter onbekend, maar kan uit de metingen worden gehaald.

$$\sum F = F_{opw} - F_d = 0 \quad (2.4)$$

$$\Delta\rho \cdot g \cdot V_b - \frac{1}{2} \cdot \rho_v \cdot v_b^2 \cdot C_d \cdot A = 0$$

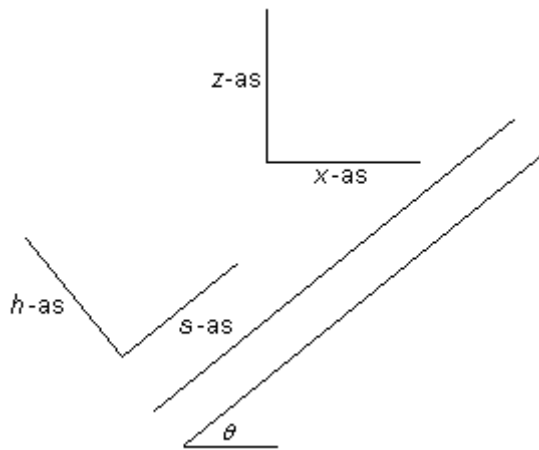
Hierin is:

$\Delta\rho$	De dichtheidsverschil tussen het gas en de vloeistof	[kg/m ³]
g	De zwaartekrachtsversnelling	[m/s ²]
V_b	De volume van de gasbel	[m]
C_d	De drag coëfficiënt	[-]

3 Meetopstelling

De metingen worden uitgevoerd met een lange buis waarbij onder verschillende hoeken gemeten gaat worden. Door de buis geheel te vullen met water en hierna onderaan te openen zal de buis leeglopen en er een bel naar boven voortbewegen.

In Figuur 3.1 staan de gekozen assen bij de metingen. Het s - h assenstelsel is in de buisrichting en veranderd dus mee met de hoek.



Figuur 3.1: De gekozen assen.

3.1 De gekozen materialen

Er zullen metingen onder verschillende hoeken verricht gaan worden. De buis moet hierdoor van een materiaal zijn die makkelijk verplaatst kan worden (in verband met de beschikbare tijd). Omdat staal een grote massa heeft en perspex kwetsbaar is, is er voor een pvc-buis gekozen. Om ook videobeelden en foto's van de bellen te kunnen maken, is er voor doorzichtig pvc gekozen.

De lengte van de buis is 7 m. Er is voor deze lengte gekozen omdat de maximale hoogte voor de meetopstelling 7,5 m is (in verband met een kraan), en er onder de buis nog een opvangbak voor het water nodig is. Met deze lengte kan er dus onder alle hoeken gemeten worden. Om schaafeffecten te verkleinen, voornamelijk door oppervlaktetension (dit blijkt uit het getal van Weber), moet de buis ook een zo groot mogelijke diameter hebben. Doordat er voor het openen van de buis met een kogelklep gewerkt wordt (Figuur 3.2), is de diameter afgestemd op de grootst mogelijke kogelklep. De binnendiameter komt hiermee uit op 9,8 cm.



Figuur 3.2: De kogelklep waarmee de buis wordt geopend.

Er is voor een kogelklep gekozen omdat hiermee een volledige doorlating gerealiseerd kan worden.

Voor het meten zijn verschillende meetinstrumenten gebruikt. Er is gebruik gemaakt van 4 drukopnemers, 4 geleidbaarheidsmeters en een videocamera. In de komende paragrafen zal de werking van deze meetinstrumenten worden uitgelegd, daarna zullen de posities van de metingen in de buis gegeven en verklaard worden.

3.2 Drukopnemers

Doordat er gemeten wordt tot een hoogte van 7 meter, moeten de drukopnemers een onderdruk van ongeveer $-0,7$ barg ($3 \cdot 10^4$ Pa) kunnen meten. Bij het vullen moeten de drukopnemers ook tegen een druk van $0,7$ barg ($1,7 \cdot 10^5$ Pa) kunnen. De gebruikte drukopnemers (Kulite HKM-375M-1BAR-VG) kunnen een druk meten tussen de -1 en 1 barg. De drukopnemers meten met een resolutie van $0,001$ bar.

3.2.1 Drukverloop

De druk in een vloeistof in een buis is afhankelijk van de hoogte in de buis. Er wordt gekeken naar de situatie waarbij een afgesloten buis aan de onderzijde wordt geopend. Na het openen van de buis geldt voor de druk:

$$p = p_a - \rho_v \cdot g \cdot h \quad (3.1)$$

Hierin is:

p	De druk op een hoogte h	[Pa]
p_a	De atmosferische druk	[Pa]
h	De hoogte in de verticale richting t.o.v. de 'neus' van de gasbel	[m]

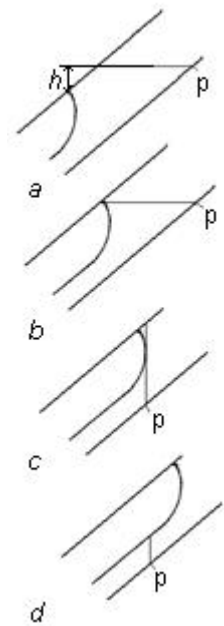
De drukopnemers meten een relatieve druk, de verschilddruk tussen de atmosferische druk en de absolute druk, in barg.

Wanneer er na het openen van de buis een luchtbel wordt gecreëerd, gaat ook de waarde voor de hoogte h veranderen. De 'neus' van de luchtbel zal als referentiepunt genomen moeten worden om de hoogte h te bepalen (Figuur 3.3 a). Het nulpunt voor h zal dus meebewegen met de positie van de luchtbel. Hierbij wordt er vanuit gegaan dat de druk in de gehele luchtbel gelijk is aan de atmosferische druk en dit ook constant blijft.

Met dit gegeven, en met formule 3.1, is nu het verloop van de druk als functie van de tijd te bepalen. Op een hoogte h zal de druk wanneer de bel met een constante snelheid naar boven beweegt lineair toenemen totdat de luchtbel op dezelfde hoogte als de drukopnemer komt (Figuur 3.3 b). Vanaf dit punt zal de druk, wanneer er aan bovenzijde van de buis gemeten wordt, constant op een atmosferische druk blijven.

Als de drukopnemer aan de onderzijde geplaatst wordt zal de druk boven de atmosferische druk uitkomen. De maximale waarde zal worden bereikt rond het punt waar de bel recht boven de drukopnemer komt (Figuur 3.3 c). Hierna zal de druk dalen, uit deze daling kan mogelijk de waterhoogte gehaald worden (Figuur 3.3 d). Op het moment dat de buis leeg is, blijft de druk op een atmosferische druk.

Uit de maximale waarde van de druk en de daling die hierop volgt, is mogelijk de vorm van de bel te bepalen. Doordat het laagje water slechts een aantal centimeter dik is zal de drukverandering echter gering zijn.



Figuur 3.3: Het drukverloop.

Uit het lineaire gedeelte van de metingen (waar formule 3.1 geldig is) zal de snelheid van de bel berekend gaan worden. Door van het lineaire gedeelte de drukverandering per tijdseenheid te bepalen, kan de snelheid in de z-richting bepaald worden. De snelheid in de s-richting wordt bepaald met:

$$v = \frac{\Delta p}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\rho \cdot g \cdot \sin(\theta)} \quad (3.2)$$

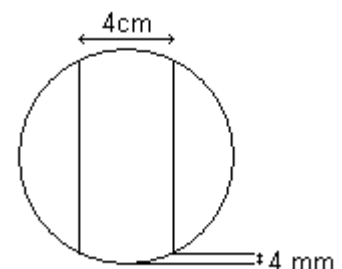
Hierin is:

θ De hoek waaronder de buis hangt

[°]

3.3 Geleidbaarheidsmeters

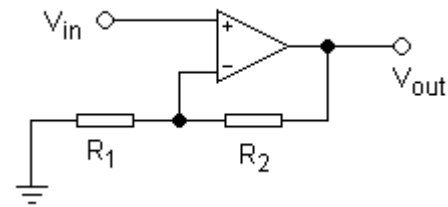
Een geleidbaarheidsmeter bestaat uit twee draden parallel aan de h -as waarover de geleiding gemeten wordt. De draden bevinden zich 4,0 cm uit elkaar en maken dus geen contact met elkaar (Figuur 3.4). Wanneer een geleidend medium de draden met elkaar in contact brengt, zal de geleidbaarheidsmeter een hoog uitgangssignaal geven. Hoe groter gedeelte van de draden contact maakt met het medium, hoe hoger het uitgangssignaal. Water is een goed geleidende vloeistof. Lucht is daarentegen een slecht geleidend gas. Hierdoor zal de geleidbaarheidsmeter een hogere waarde aangeven wanneer er water in de buis bevindt. Hoe voller de buis gevuld zal zijn met water, hoe groter de totale geleiding.



Figuur 3.4: De buisdoorsnede met een geleidbaarheidsmeter.

De geleidbaarheidsmeter komt tot een waarde van geleidbaarheid door de weerstand tussen de twee draden te meten. De weerstand tussen de draden wordt gebruikt in een niet-inverterende opamp (Figuur 3.5). De geleidbaarheidsmeter is hier weerstand R_1 . R_2 is een weerstand van 2 k Ω . Wanneer er geen water in de buis staat, is de geleidbaarheid laag en weerstand R_1 daarmee hoog. De versterking komt hiermee ongeveer uit op 1. Wanneer de buis gevuld is met water, is de geleidbaarheid hoog en hiermee de weerstand laag. Er zal nu een grote versterking zijn. De uitgangsspanning aan de opamp is het signaal wat gemeten wordt. Hoe hoger deze spanning, hoe hoger de geleidbaarheid.

De grootte van de geleidbaarheid van water is echter ook afhankelijk van de temperatuur van het water. De verandering in de waarde voor de geleidbaarheid is 3% per Kelvin. Hierdoor verschilt de versterkingsfactor bij een verschil in temperatuur. In de volgende paragraaf wordt de kalibratie naar het verband tussen de uitgangsspanning van de geleidbaarheidsmeters en de waterstand behandeld en zal ook worden uitgelegd hoe de verschillen in de temperatuur worden gecompenseerd.



Figuur 3.5: Een niet-inverterende opamp.

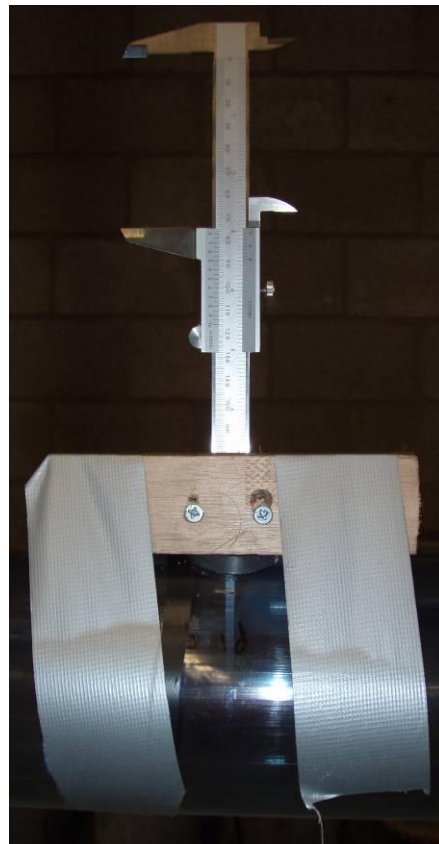
3.3.1 Kalibratie

Doordat de waarde van de geleidbaarheidsmeter toeneemt wanneer er meer water in de buis zit, kan de waarde van de geleidbaarheidsmeter vergeleken gaan worden met de waterstand. De kalibratie van de geleidbaarheidsmeter wordt gedaan wanneer de buis horizontaal hangt. De buis wordt gevuld met water en op het moment dat het water de onderkant van de twee draden van de geleidbaarheidsmeters raakt wordt het uitgangssignaal van de geleidbaarheidsmeter op 0 gezet. De onderste 4 mm van de buis maakt geen contact met de draden, dit gebied valt hierdoor buiten het bereik van de geleidbaarheidsmeters. Dit geldt ook voor de bovenste 4 mm van de buis.

Wanneer de geleidbaarheidsmeters op de nulwaarde zijn gezet moet er een ijklijn voor de geleidbaarheidsmeters gemaakt worden. Dit wordt gedaan door de uitgangswaarden bij een aantal waterstanden te noteren. De waterstand is gemeten met behulp van een pijlstokje dat is gemaakt van een schuifmaat (Figuur 3.6).

Om de verschillen bij een temperatuurverschil eruit te laten wordt het uitgangssignaal genormaliseerd tot een waarde tussen de 0 en de 1. Hierbij wordt er vanuit gegaan dat de temperatuur van het water gedurende de meting constant blijft.

De resultaten van de kalibratie zijn te vinden in paragraaf 4.1.



Figuur 3.6: Het pijlstokje.

3.4 DelftMeasure

De data uit de druk- en geleidbaarheidsmetingen worden met behulp van het programma DelftMeasure verzameld. Dit programma leest de DAQ van de computer in en verzamelt alle data van de meetinstrumenten. In het programma wordt ingesteld met welke frequentie er gemeten moet worden. Bij de metingen voor dit onderzoek is er gemeten met een frequentie van 1000 Hz.

3.5 Video

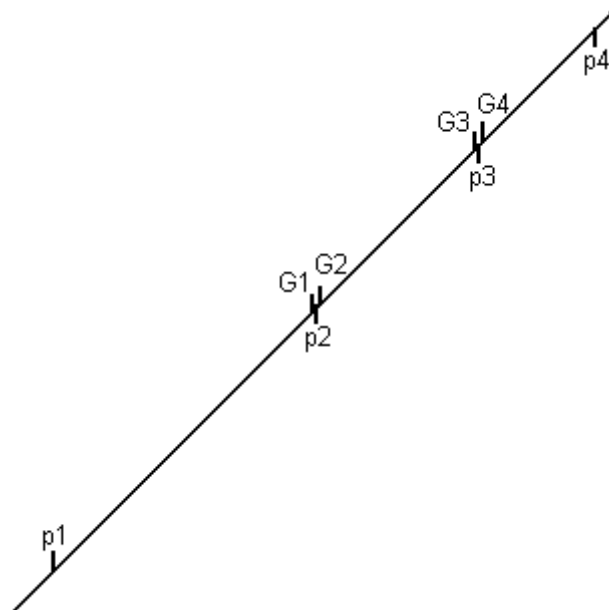
Met behulp van een camera worden er video-opnames gemaakt van de metingen. De camera neemt 25 beelden per seconde op. Met behulp van twee frames van de video-opname, kan de snelheid van de bel uitgerekend worden en is de vorm van de bel te evalueren.

Met de videobeelden kan er ook worden bekeken wat er in de buis gebeurt op het moment dat een meter een afwijkende waarde aangeeft. Hiermee kunnen eventuele problemen ontdekt en opgelost worden.

3.6 Posities meetpunten

Om te zien of de druk in de bel gelijk is aan de atmosferische druk en dit ook constant blijft, is de eerste drukopnemer geplaatst aan de bovenzijde aan het begin van de buis op 0,5 m afstand vanaf de opening.

In dit onderzoek zijn de eigenschappen van de luchtbel op een grotere afstand van de opening (wanneer de bel geheel ontwikkeld is) van belang. Het volgende meetpunt bevindt zich op de helft van de buis. Op 3,5 m is er een geleidbaarheidsmeter geplaatst. Twee geleidbaarheidsmeters zijn vlak achter elkaar gezet. Door de onderlinge afstand tussen de twee meters klein te houden (0,1 m), is de kans op grote verschillen in de vorm van de bel klein. Hiermee kan met behulp van onderlinge correlatie van de signalen van de twee geleidbaarheidsmeters de gemiddelde belsnelheid tussen deze punten bepaald gaan worden. Tussen deze geleidbaarheidsmeters, op 3,55 m, is een drukopnemer geplaatst. Deze drukopnemer bevindt zich aan de onderzijde van de buis zodat er na het passeren van de bel ook naar de dikte van de waterlaag gekeken kan worden.



Figuur 3.7: De meetposities in de opstelling.

Op 5,4 m en 5,5 m zijn de volgende geleidbaarheidsmeters geplaatst. Ook hier tussen zit een drukopnemer aan de onderzijde van de buis, op 5,45 m. Met behulp van correlatie kan nu, naast de plaatselijke snelheden tussen de twee geleidbaarheidsmeters-paren ook de gemiddelde snelheid tussen de geleidbaarheidsmeters 1 en 3 bepaald worden.

Het laatste meetpunt is een drukopnemer vlak voor het einde van de buis, op 6,8 m. Met deze drukopnemer kan er naar het snelheidsverloop over de gehele buis gekeken worden. Deze drukopnemer bevindt zich aan de onderzijde van de buis.

Om de luchtbel visueel in beeld te brengen wordt er op een gedeelte van de buis een camera gericht. Door hierbij een geleidbaarheidsmeter en drukopnemer in beeld te nemen kan er bekeken worden waarop deze meters reageren gedurende de meting.

Door alle resultaten van de metingen met elkaar te vergelijken, kan er uiteindelijk een nauwkeurigere schatting van de snelheden en de vorm van de luchtbel bepaald gaan worden.

3.7 Testprogramma

Er zijn bij een aantal verschillende hoeken metingen verricht. Er is gekozen om metingen te doen rond 10°, 20°, 30°, 45°, 60°, 75° en 90°. Er is voor deze hoeken gekozen omdat er bij de metingen van Zukoski elke 15° metingen zijn verricht. Om een goed vergelijk te hebben is het daarom nodig ook deze punten te nemen. Doordat er in de resultaten van Zukoski bij kleinere hoeken grotere verschillen waren, is ervoor gekozen hier een extra meetpunt te nemen.

Bij elke hoek zijn 7 metingen verricht met een 'oneindig' lange bel. Naast dit onderzoek is er ook aan ongeveer 50 korte bellen met verschillende lengtes gemeten.

Er is voor gekozen om de meting met de lange bel 7 maal te herhalen zodat de standaarddeviatie in de gemiddelde waarde bepaald kan worden (dit kan vanaf 5 herhaalmetingen, bron: dictaat onnauwkeurighedsanalyse).

De metingen aan de korte bellen is een 'zijstap' op het onderzoek aan de lange bellen. Hierbij wordt er gekeken naar de belsnelheid als functie van de lengte van de bel. Doordat de gasbellen bij een slug stroming een eindige lengte hebben is dit mogelijk van belang.

4 Resultaten

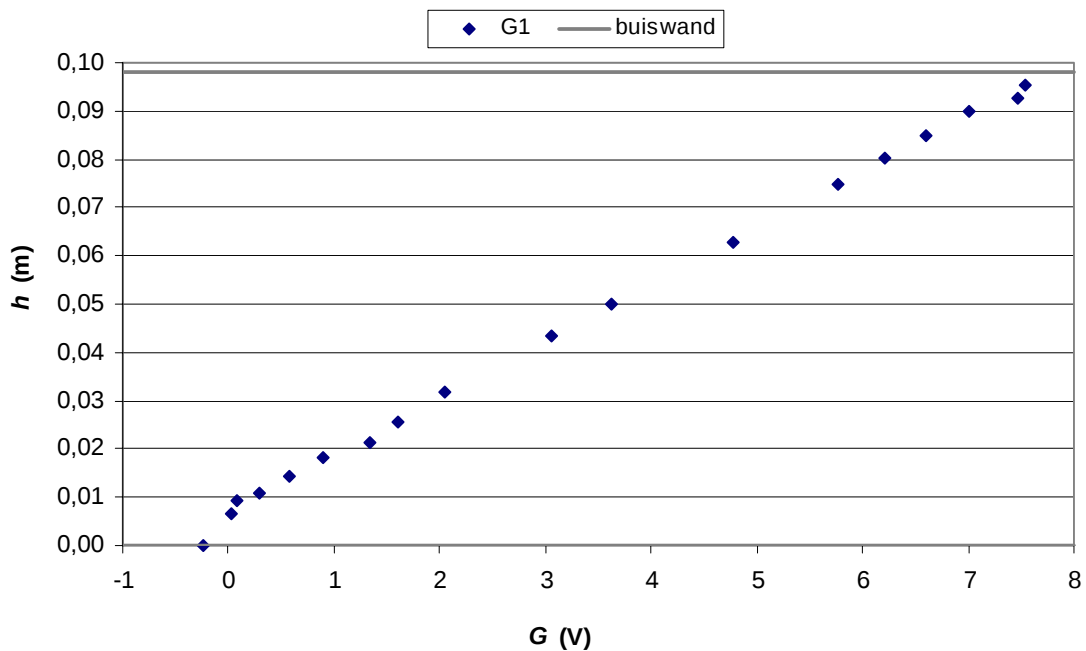
Met behulp van de meetresultaten uit de drukopnemers en de geleidbaarheidsmeters wordt de snelheid van de luchtbel bepaald. Ook wordt er gekeken naar de vorm van de luchtbel. Er zijn metingen gedaan onder zeven verschillende hoeken, van een van de hoeken zal uitvoerig behandeld worden hoe er tot de resultaten gekomen wordt. Hierna zal er ook gekeken worden naar de uitkomsten van de metingen met de overige hoeken. Hiermee zal uiteindelijk een verloop getoond worden van de snelheid als functie van de hoek, en zal dit vergeleken worden met de resultaten uit Zukoski.

Eerst zullen de resultaten uit de kalibratie van de geleidbaarheidsmeters behandeld gaan worden.

4.1 Kalibratie geleidbaarheidsmeters

Nadat de geleidbaarheidsmeters op de nulwaarden gezet waren op het moment dat de draden contact maakten met het water, is er met behulp van het pijlstokje (zie paragraaf 3.3.1) bij een aantal waterhoogtes naar de waarden van de geleidbaarheidsmeters gekeken. Met behulp van deze waarden is er een ijklijn gemaakt.

De eerste waarden zijn genoteerd op het moment dat er geen water in de buis stond. Hierna is het punt bekeken waarbij het eerste contact met het water werd gemaakt. Doordat de gebruikte ijking op een ander moment gedaan is dan het nullen van de geleidbaarheidsmeters (het veranderen van de offset), is het precieze nulpunt voor de vier geleidbaarheidsmeters niet verwerkt. De meetwaarden bij de kalibratie zijn te vinden in bijlage 3.



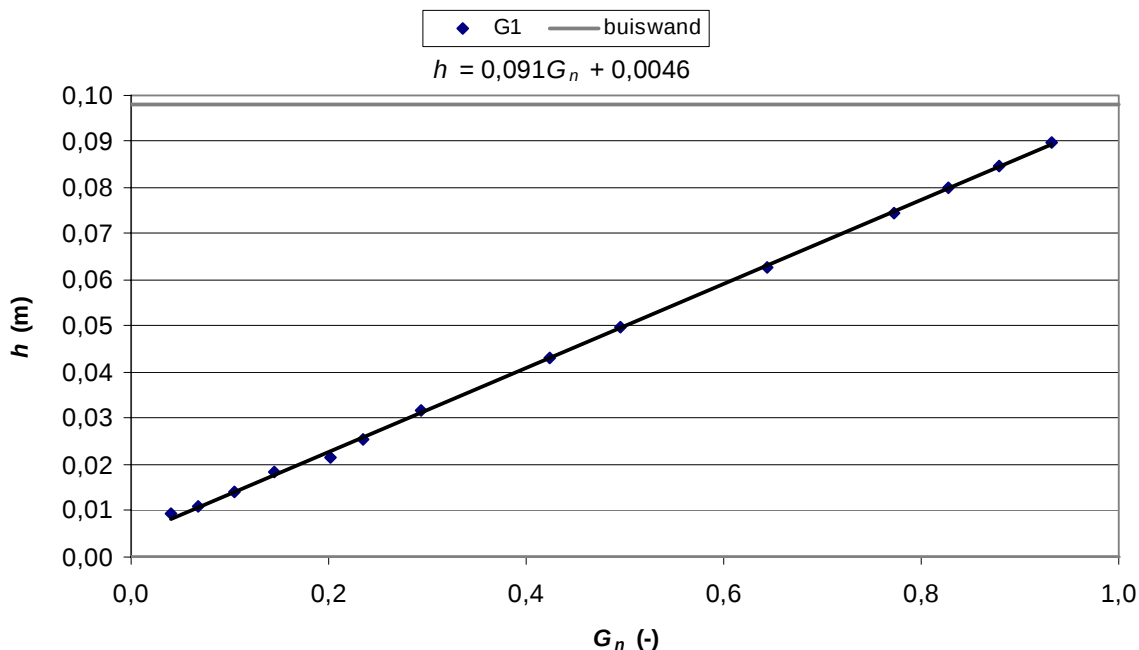
Figuur 4.1: De metingen van de ijking van de eerste geleidbaarheidsmeter.

Uit Figuur 4.1 blijkt dat de meetpunten niet allemaal lineair achter elkaar liggen. Vooral de eerste metingen en de laatste metingen blijken af te wijken. Deze trend wordt ook waargenomen bij de andere geleidbaarheidsmeters. Dit is te verklaren doordat er in de

onderste en bovenste 4 mm van de buis geen contact met de draden wordt gemaakt. Ook wordt de geleiding tussen de draden beïnvloedt door het omliggende water. In het midden van de draden is er aan alle zijden contact met het water, terwijl er aan de uiteinden aan de buiswand geen contact met water gemaakt wordt. Hierdoor wijken de punten van de metingen bij het eerste contact met het water en bij een volle buis af van de lineaire trend.

Om een goede schatting te kunnen maken van de waterhoogte wordt er een trendlijn door de punten getrokken. Hierbij worden de buitenste punten van de ijking door de randeffecten buiten beschouwing gelaten. Met behulp van de richtingscoëfficiënt en constante in de formule kunnen nu de waarden voor de geleidbaarheid omgezet worden in waarden voor de waterhoogte.

Om de verschillen in de versterkingsfactor van een geleidbaarheidsmeter door temperatuursverschillen eruit te halen, worden voor alle metingen de waarden met behulp van het maximum en minimum omgezet naar een waarde tussen de 0 en de 1. Met deze waarden is de ijklijn geplot.



Figuur 4.2: De ijklijn van geleidbaarheidsmeter 1.

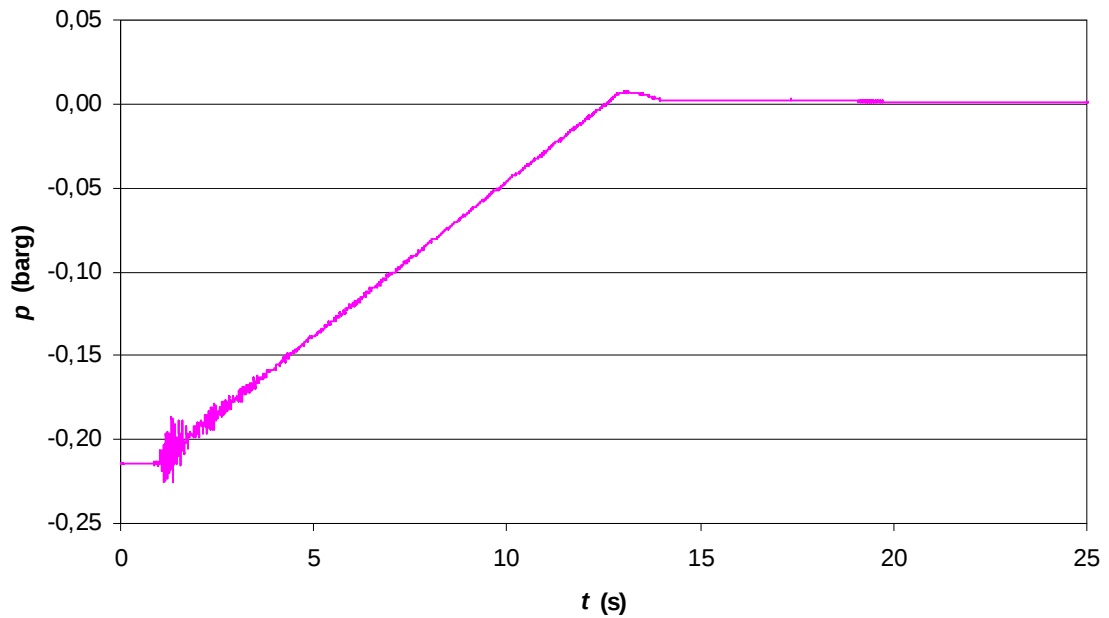
Na een meting te hebben verricht en deze te hebben genormaliseerd, kan met behulp van de formule uit de ijking de hoogte van het water bepaald worden. De helling en snijpunt met de h -as van de ijklijn is bepaald met de functie 'linest', ook wordt hiermee de standaarddeviatie in deze waarden verkregen. De onnauwkeurigheid komt overeen met 3 keer de standaarddeviatie.

Tabel 4.1: De resultaten uit de ijking van de geleidbaarheidsmeters.

	G1	G2	G3	G4
snijpunt h -as (m)	$0,0046 \pm 0,0009$	$0,0042 \pm 0,0009$	$0,0044 \pm 0,0009$	$0,0042 \pm 0,0009$
helling (m^{-1})	$0,091 \pm 0,002$	$0,091 \pm 0,002$	$0,091 \pm 0,002$	$0,091 \pm 0,002$
onnauwkeurigheid hoogte (m)	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$

4.2 Drukmetingen

Er zal eerst een voorbeeld gegeven worden van het verloop van de druk als functie van de tijd. Hierbij zal verklaard worden wat erin te zien is en wat de oorzaken hiervan zijn.



Figuur 4.3: Het verloop van de druk als functie van de tijd van drukopnemer 4 bij $19,8^\circ$ (test4).

In Figuur 4.3 is te zien dat gedurende de eerste seconde de druk constant blijft, dit is de tijd tussen het starten van de meting en het openen van de klep. Bij het verwerken van de metingen zijn de grafieken zo verschoven dat op $t=0$ de klep geopend wordt. Hierdoor kunnen alle metingen makkelijker met elkaar vergeleken gaan worden.

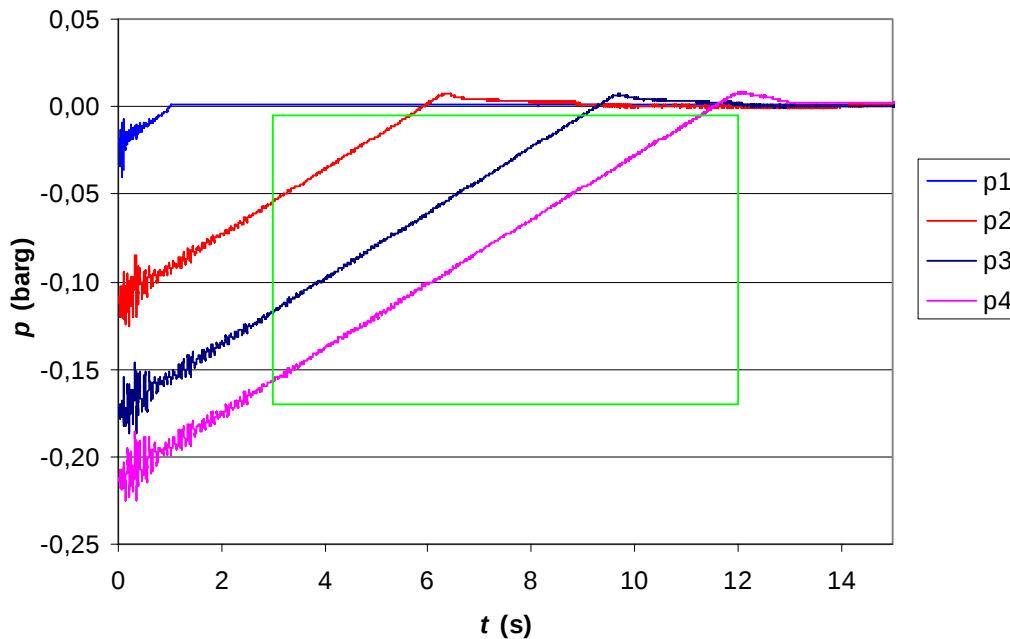
Na het openen van de buis is te zien dat er schommelingen in de drukwaarden zijn die gedurende de meting steeds kleiner worden. Deze schommelingen worden veroorzaakt door een drukgolf in de leiding die ontstaat bij het openen van de klep. De drukgolf ontstaat doordat de druk bij de klep in de vloeistof niet gelijk is aan de atmosferische druk. Deze drukgolf is verkleind doordat de buis voor het starten van de meting onderin belucht wordt. Door de ontluchting exact op dezelfde hoogte als de opening van de buis te bevestigen zal de drukgolf geminimaliseerd worden. Vanaf de metingen onder 30° is de opstelling verbeterd waardoor de drukgolf kleiner is geworden.

Na ongeveer 4 s is de luchtbel geheel ontwikkeld en zijn alle krachten in balans waardoor de bel met een constante snelheid voortbeweegt. De druk neemt nu lineair toe (mits de gasdruk in de bel constant is). Uit de helling van deze lijn is de snelheid van de bel te berekenen (formule 3.2).

Op het moment dat de bel op dezelfde hoogte komt als de drukopnemer (Figuur 3.3) wordt er een atmosferische druk gemeten ($h=0$ in formule 3.1). Hierna wordt het in 3.2.1 beschreven maximum gemeten waarmee mogelijk de vorm van de bel bepaald kan worden. Nadat het water langs de drukopnemer is gestroomd zal de druk naar een atmosferische druk (0 barg) zakken.

4.2.1 Bepaling snelheid

Om de snelheid uit de helling van de grafiek te halen, wordt er gekeken welk gebied van de grafiek lineair verloopt. Wanneer het eerste gedeelte van de grafiek waarin de klep nog niet geopend is uit de gegevens is gehaald (de eerste seconde in Figuur 4.3) is er geschat dat vanaf 3 s de grafiek lineair verloopt. Hierbij worden de drie drukmetingen met elkaar vergeleken.



Figuur 4.4: De druk als functie van de tijd van de vier drukopnemers bij 19,8° (test4) met in het groen gemarkeerde gebied het lineaire gedeelte.

Uit drukopnemer p1 blijkt dat de druk in de luchtbel constant atmosferisch blijft. Hierdoor verloopt de druk nadat de bel geheel ontwikkeld is lineair en is de snelheid uit de helling te halen.

Het lineaire gebied van de grafiek is in Figuur 4.4 gemarkeerd met de groene rechthoek. Het blijkt dat hoe verder de drukopnemer van de klep verwijderd is, hoe groter lineair gebied er bekeken kan worden. Hieruit kan opgemaakt worden dat met de vierde drukopnemer de nauwkeurigste waarde voor de helling bepaald kan worden.

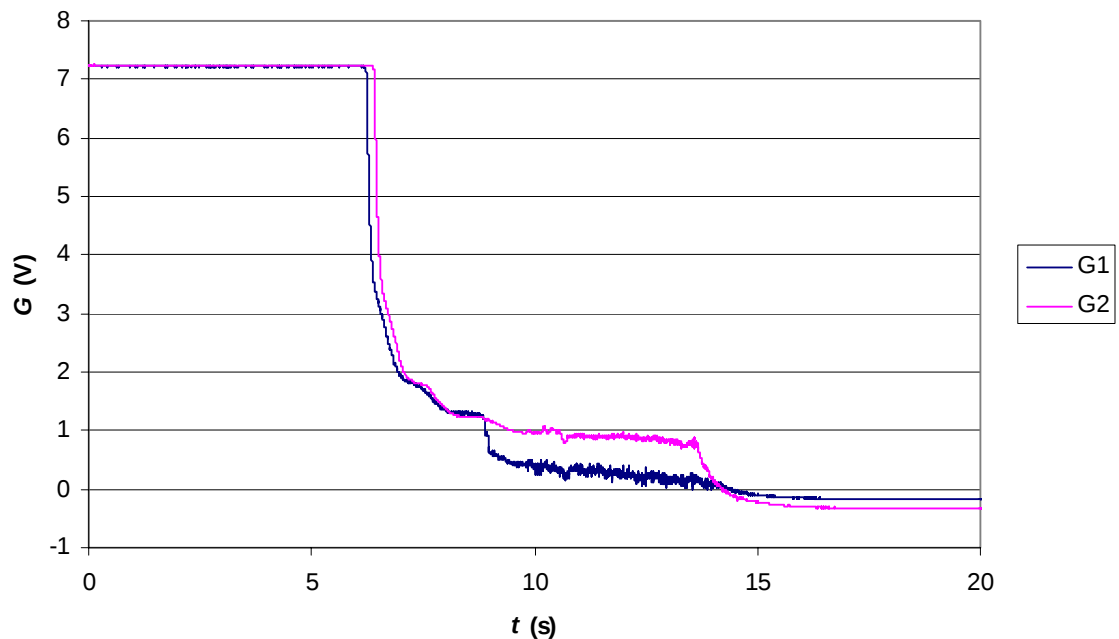
Met de functie 'linest' in Excel worden de hellingen bepaald. De onnauwkeurigheid is genomen op 3 maal de standaarddeviatie.

Tabel 4.2: De helling van het drukverloop en de nauwkeurigheid ervan (19,8° test4).

	helling (bar/s)	± (bar/s)
p2	0,01859	0,00003
p3	0,01866	0,00004
p4	0,0183	0,0001

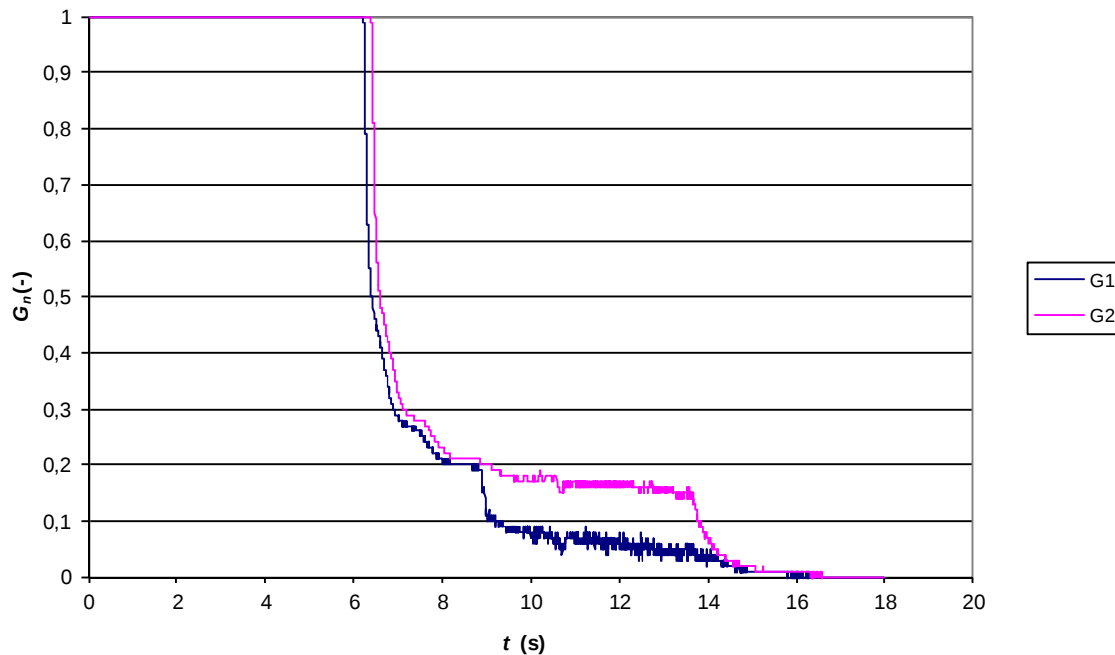
4.3 Verloop geleidbaarheidsmeting

Van de hierboven behandelde meting (test4 bij $19,8^\circ$) wordt nu gekeken naar de resultaten van de geleidbaarheidsmeting. Het signaal waar de buis nog niet geopend was (de eerste seconde) is er bij deze resultaten al uitgehaald. Het verloop van geleidbaarheidsmeters 1 en 2 (G1 en G2) bij het leeg laten lopen van de buis ziet er als volgt uit.



Figuur 4.5: De resultaten van geleidbaarheidsmeters 1 en 2 bij het leeg laten lopen van de buis bij $19,8^\circ$ (test4)

Wanneer de buis geheel gevuld is, geeft G1 ($7,222 \pm 0,005$) V en G2 ($7,248 \pm 0,005$) V aan. Wanneer de geleidbaarheidsmeter geen contact meer maakt met het water geeft G1 ($-0,181 \pm 0,005$) V en G2 ($-0,345 \pm 0,005$) V aan. Doordat de geleidbaarheidsmeters elk met de hand gemaakt zijn en de versterkingsfactor bij elke geleidbaarheidsmeter ook licht verschilt, liggen deze waarden voor elke geleidbaarheidsmeter anders. Om de signalen beter te kunnen vergelijken worden voor alle metingen de waarden met behulp van het maximum en minimum omgezet naar een waarde tussen de 0 en de 1. Hiermee worden ook de verschillen in de versterkingsfactor van een geleidbaarheidsmeter per meting door temperatuursverschillen eruit gehaald.



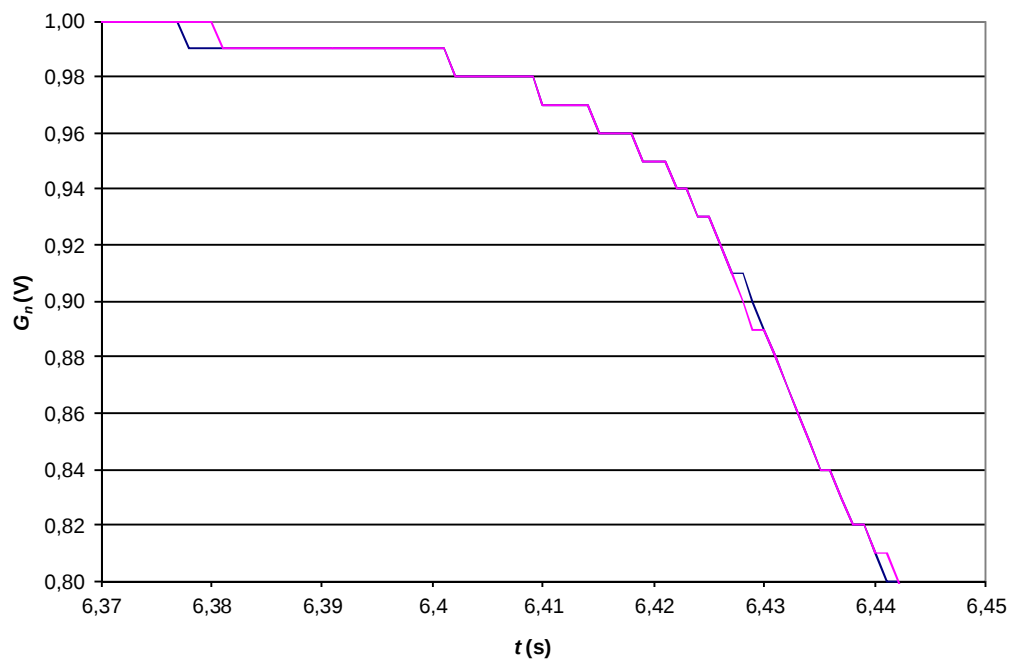
Figuur 4.6: De genormaliseerde geleidbaarheid als functie van de tijd (19,8° test4).

Na ongeveer 6,2 s bereikt de luchtbel G1, en 0,2 s later G2. Op dat moment zakt het waterniveau naar een bepaalde hoogte (de normaaldiepte). Vanaf hier blijft het waterniveau constant en stroomt het water naar beneden totdat de luchtbel de gehele buis heeft gevuld. Vanaf dit punt stroomt het laatste water uit de buis en zakt het waterniveau naar 0.

Bij de meting van G2 is te zien dat het waterniveau tussen tijdstip 10 en 13 s ongeveer gelijk blijft. G1 is echter een stuk lager rond dit tijdstip dan G2. Dit komt doordat het water met de draden van G2 in aanraking komt en hierdoor uitwijkt om de draden heen (luchtinslag). Na dit contact tussen het water en de draden van G2 is de stroming van het water 10 cm verder, bij G1, nog niet stabiel en stroomt er minder water langs G1. De resultaten van G1 zijn hierdoor niet bruikbaar om te kijken naar de normaaldiepte.

4.3.1 Bepaling snelheid

Door het signaal van G1 in de tijd te verschuiven kan er gekeken worden hoe groot het tijdsverschil tussen het aankomen van de luchtbel bij G1 en G2 precies is.



Figuur 4.7: De genormaliseerde geleidbaarheid van G1 en G2 waarbij G1 in de tijd verschoven is (19,8° test4).

Het signaal van G1 is in Figuur 4.7 verschoven totdat het over G2 valt. Het tijdsverschil tussen de twee signalen is bepaald door het gemiddelde te nemen tussen de verschillen op een genormaliseerde waarde van 0,9, 0,8 en 0,7. G1 is hierbij $(0,174 \pm 0,002)$ s opgeschoven. De afstand tussen G1 en G2 is gelijk aan $(10,0 \pm 0,2)$ cm, de belsnelheid tussen G1 en G2 komt dus uit op:

$$v = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{174 \cdot 10^{-3}} = (0,57 \pm 0,02) \text{ m/s}$$

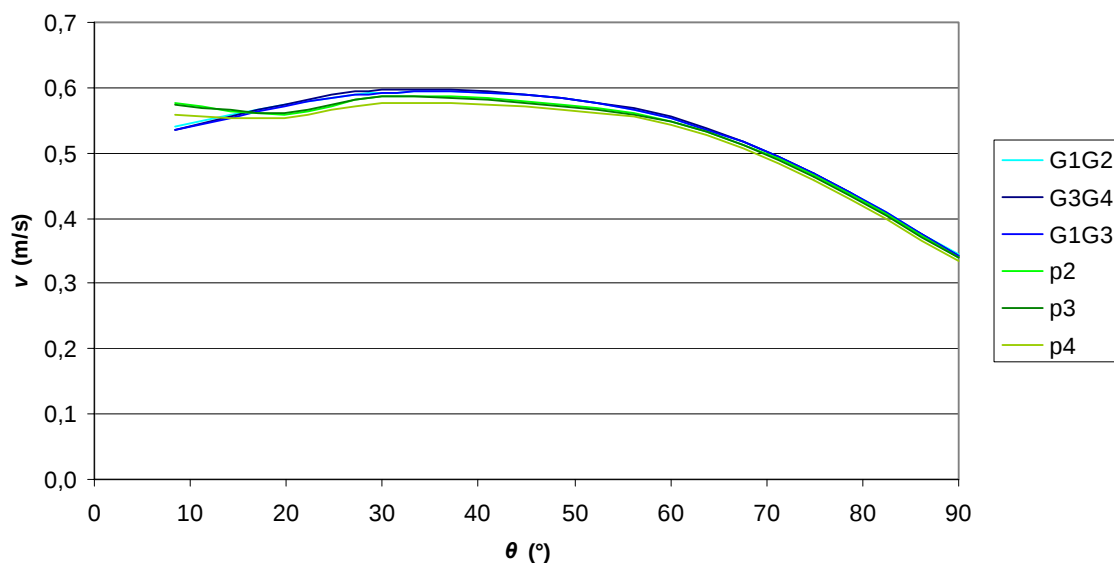
In Figuur 4.7 is te zien dat de lijnen van G1 en G2 niet overal geheel over elkaar heen vallen. Er zit echter tussen de punten maar een milliseconde waardoor de verschillen in de vorm van de bel op deze plekken binnen de onnauwkeurigheidsmarge vallen.

4.4 De snelheid als functie van de helling

Op de wijze die is uitgelegd in paragraaf 4.2.1 en 4.3.1 kunnen de snelheden nu bepaald worden voor alle hellingen. Hiermee worden per meting op 6 verschillende manieren de snelheid van de luchtbel bepaald, met p2, p3, p4, G1G2, G3G4 en G1G3. Per hoek is de meting 7 maal herhaald en is hiermee de snelheid bepaald. In bijlage 5 zijn alle gemeten snelheden gegeven. De bepaling van de onnauwkeurigheid staat in bijlage 4.

Tabel 4.3: De gemeten gemiddelde snelheden per hoek.

θ (°)	gemiddelde snelheden (m/s):						
	8±2	19,8±0,5	30,0±0,4	44,8±0,3	60,0±0,2	75,0±0,2	90,0±0,5
G1G2	0,54±0,02	0,57±0,02	0,59±0,02	0,59±0,02	0,55±0,02	0,47±0,02	0,34±0,02
G3G4	0,54±0,02	0,57±0,02	0,60±0,02	0,59±0,02	0,56±0,02	0,47±0,02	0,34±0,01
G1G3	0,537±0,003	0,572±0,004	0,591±0,008	0,589±0,01	0,554±0,02	0,467±0,006	0,341±0,005
p2	0,58±0,09	0,56±0,02	0,586±0,009	0,578±0,007	0,548±0,009	0,465±0,004	0,341±0,004
p3	0,58±0,09	0,56±0,02	0,59±0,02	0,58±0,01	0,548±0,008	0,464±0,004	0,335±0,006
p4	0,56±0,08	0,55±0,02	0,58±0,02	0,57±0,02	0,54±0,01	0,457±0,006	0,34±0,005



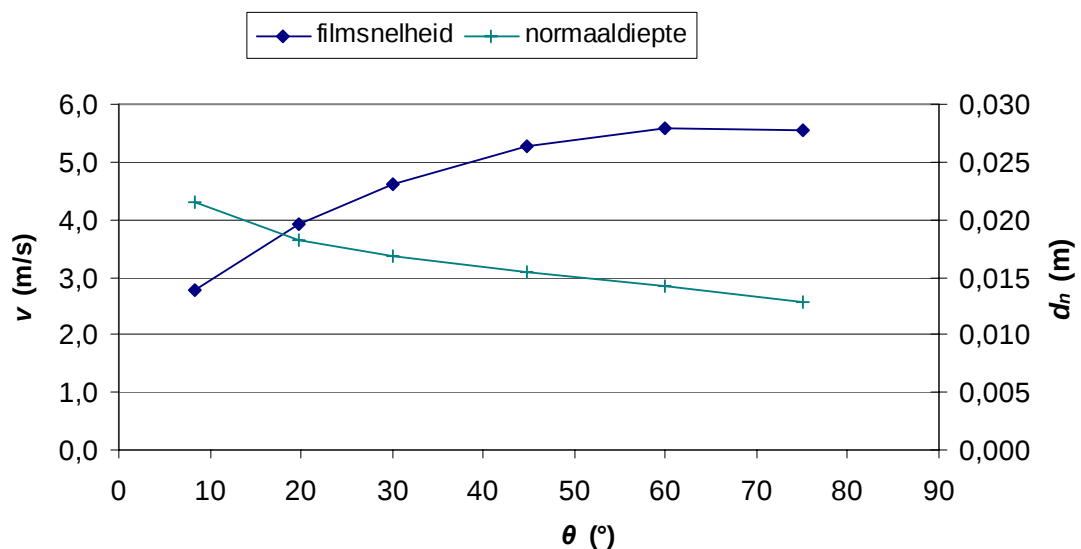
Figuur 4.8: De stijgsnelheden van de 6 meetmethoden van de luchtbel als functie van de hoek.

Uit de resultaten blijkt dat bij het vergroten van de hoek tot een hoek van ongeveer 45° de belsnelheid toeneemt. Vanaf deze hoek neemt de snelheid bij het vergroten van de hoek af. De resultaten van de drukopnemers bij een hoek van 8,4° komen niet overeen met de verwachtingen. Mogelijk is hier een fout gemaakt bij het meten van de hoek. In Tabel 4.3 is te zien dat de onnauwkeurigheid hierin erg groot is. De manier waarop de hoek is gemeten (zie bijlage 2) bleek voor kleine hoeken zeer onnauwkeurig te zijn.

Met de snelheid uit G1G2 is er met behulp van de formules uit paragraaf 2.3.1 een schatting gemaakt voor de snelheid van de waterfilm. De ruwheid van de buis (k_s) is hierbij genomen op 0,002 m. De normaaldiepte is afgelezen uit de resultaten van de geleidbaarheidsmeter G2. De waarde voor de normaaldiepte is hierna bijgesteld zodat de uitkomst voor de belsnelheid overeen komt met de gemeten snelheid. De veranderingen in de normaaldiepte vallen hierbij binnen de $\pm 0,002$ m onnauwkeurigheid.

Tabel 4.4: De gemeten normaaldiepte met de daarbij op de belsnelheid gecorrigeerde normaaldiepte.

hoek (°):	gemeten normaaldiepte (m) $\pm 0,002$ m	gecorrigeerde normaaldiepte (m)
8 $\pm$ 2	0,023	0,022
19,8 $\pm$ 0,5	0,019	0,018
30,0 $\pm$ 0,4	0,017	0,017
44,8 $\pm$ 0,3	0,016	0,015
60,0 $\pm$ 0,2	0,014	0,014
75,0 $\pm$ 0,2	0,011	0,013

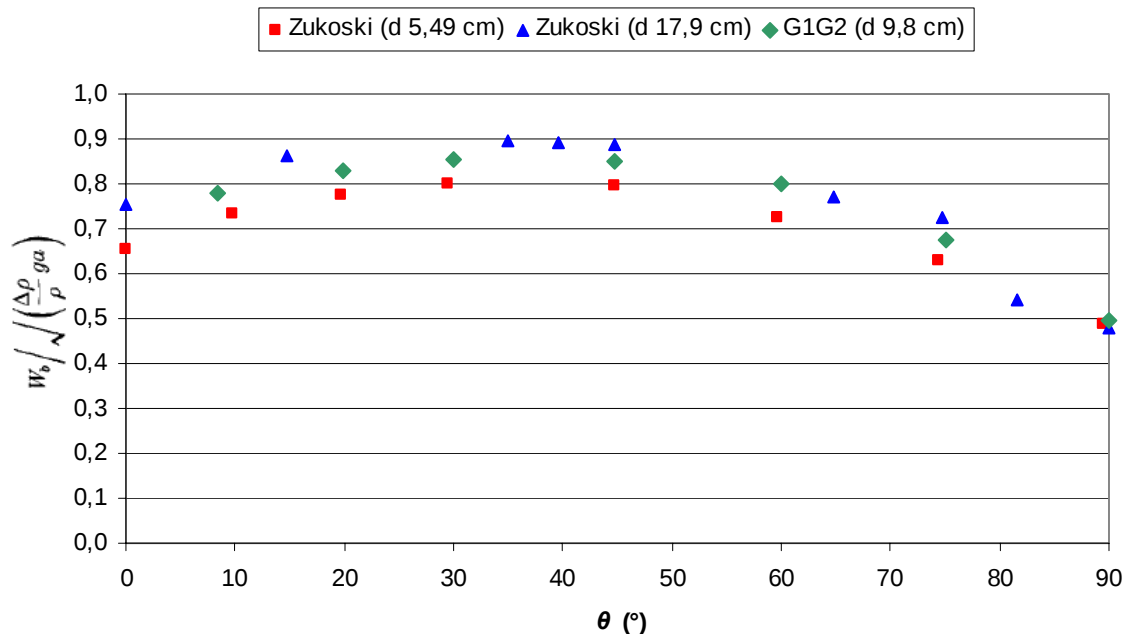


Figuur 4.9: De filmsnelheid vergeleken met de gecorrigeerde normaaldiepte.

Uit Figuur 4.9 blijkt dat de waterfilm dunner wordt bij een toenemende hoek. Hierdoor gaat het water sneller stromen. Bij grotere hoeken wordt echter ook de wrijving groter waardoor vanaf 45° het vloeistofdebiet afneemt. De afname in de normaaldiepte is vanaf hier dus groter dan de toename in de filmsnelheid. Dit blijkt ook uit de afname van de belsnelheid.

4.4.1 Vergelijk met Zukoski

Wanneer de snelheden worden omgezet naar de genormaliseerde snelheid, kunnen de resultaten worden vergeleken met de resultaten van Zukoski. Doordat bepaling met de geleidbaarheidsmeters de nauwkeurigste waarde voor de snelheid geven en de waarden onderling geen relevante verschillen hebben, is ervoor gekozen om G1G2 te vergelijken met de resultaten uit Zukoski.

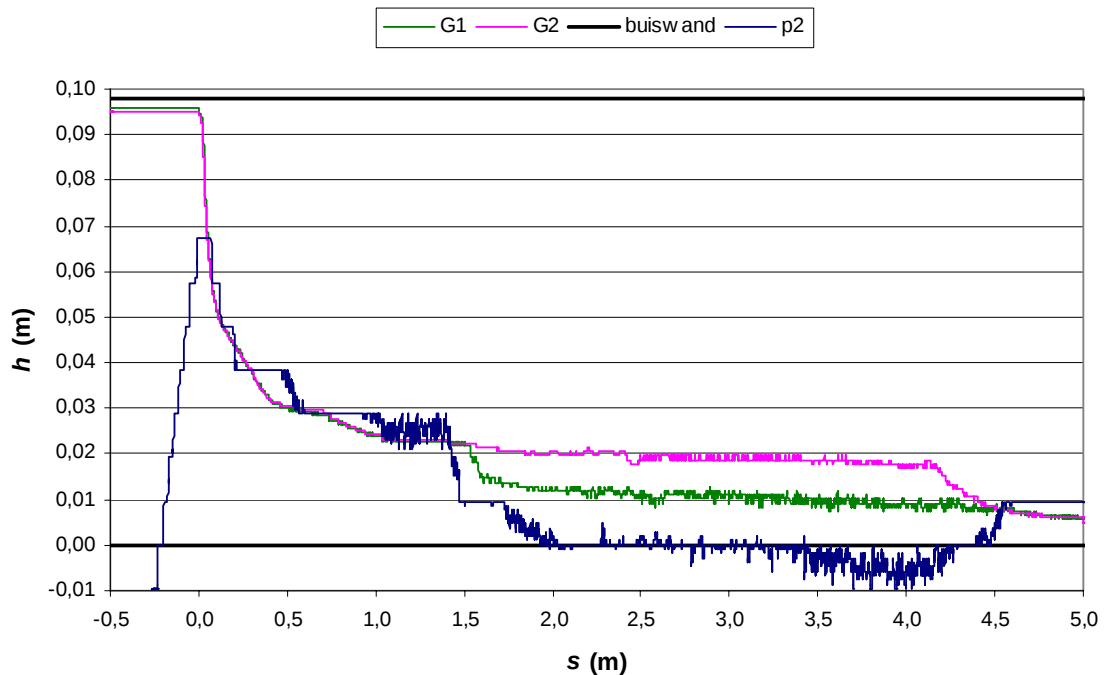


Figuur 4.10: De meetresultaten van G1G2 vergeleken met de meetresultaten van Zukoski.

In Figuur 4.10 is te zien dat de meetresultaten van de metingen tussen de 0° en 45° tussen de meetpunten van Zukoski met een diameter van 5,49 cm en 17,9 cm in liggen. Bij de metingen met grotere hoeken lijken de waarden van Zukoski licht af te wijken. Om meer duidelijkheid over het verloop bij de grotere hoeken te krijgen zullen er meer meetpunten genomen moeten worden. Doordat de leidingen bij het transport van gas/olie meestal onder kleine hoeken liggen, is het verloop hiervan echter minder van belang.

4.5 Bepaling van de vorm

Om de vorm van de luchtbel te bepalen kan er zowel naar de resultaten van de drukopnemers als naar de geleidbaarheidsmeters gekeken worden. De genormaliseerde waarden voor de geleidbaarheidsmetingen worden met behulp van de ijklijnen omgezet in de waterhoogte in de buis. Ook uit de resultaten van de drukopnemers kan de waterhoogte bepaald worden (Figuur 4.11).



Figuur 4.11: De vorm van de luchtbel (19,8° test4).

Om de verschillende methoden voor het bepalen van de vorm van de luchtbel te vergelijken is in Figuur 4.11 het verloop van G1, G2 en p2 uitgezet. Deze meetpunten zitten binnen 10 cm van elkaar. De kans dat er binnen 10 cm grote vormveranderingen optreden is klein waardoor deze punten goed te vergelijken zijn. Om aan te geven waar de buiswand zich bevindt, is op deze positie een streep weergegeven. De positie van de luchtbel in de s -richting is bepaald door de berekende snelheid te vermenigvuldigen met de tijd. Het nulpunt is voor G1 en G2 gekozen op het moment dat de bel bij de geleidbaarheidsmeters aankomt. De drukmeter heeft als nulpunt het moment dat de luchtbel in de z -richting op dezelfde hoogte als de drukopnemer komt.

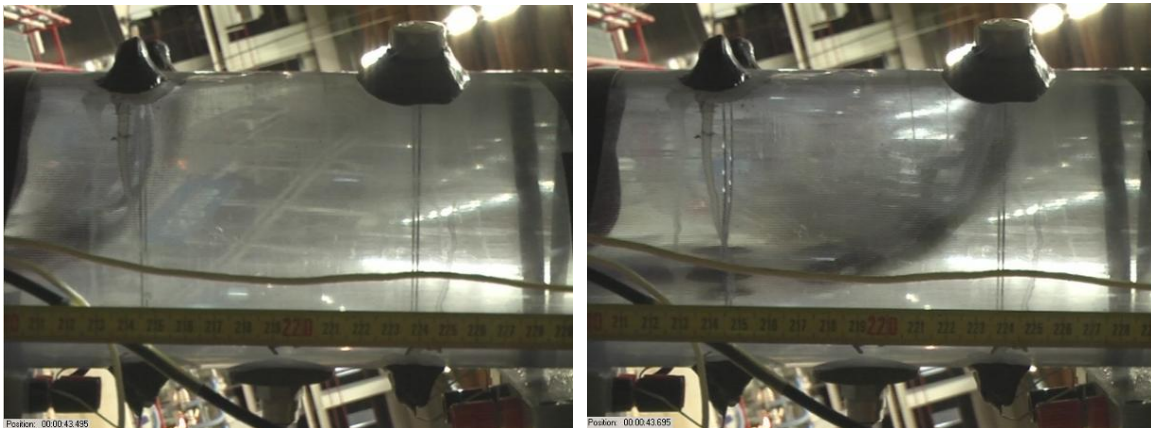
Uit Figuur 4.11 blijkt dat de drukopnemer een vergelijkbare trend heeft als G1. Door de verandering in de stroomlijnen door het contact tussen het water en de draden van G2, heeft naast G1 dus ook de drukopnemer geen bruikbaar signaal meer om de vorm te kunnen bepalen.

Ook is te zien dat de piek van de drukopnemer ver onder de waarde van de buisdiameter blijft en dat er ook een negatieve waarde wordt gemeten. Het blijkt dat de snelheid en versnelling van de stroming van het water te groot wordt om in deze situatie de waterstand nog te kunnen bepalen met een statische drukaanname.

Voor de vorm van de luchtbel kunnen dus alleen uit G2 en G4 correcte conclusies getrokken worden. Doordat G4 verder aan het einde van de buis zit, is hierbij een kleiner gebied te bekijken, daarom zal voor de vorm van de bel G2 het meest bruikbaar zijn.

4.6 Video

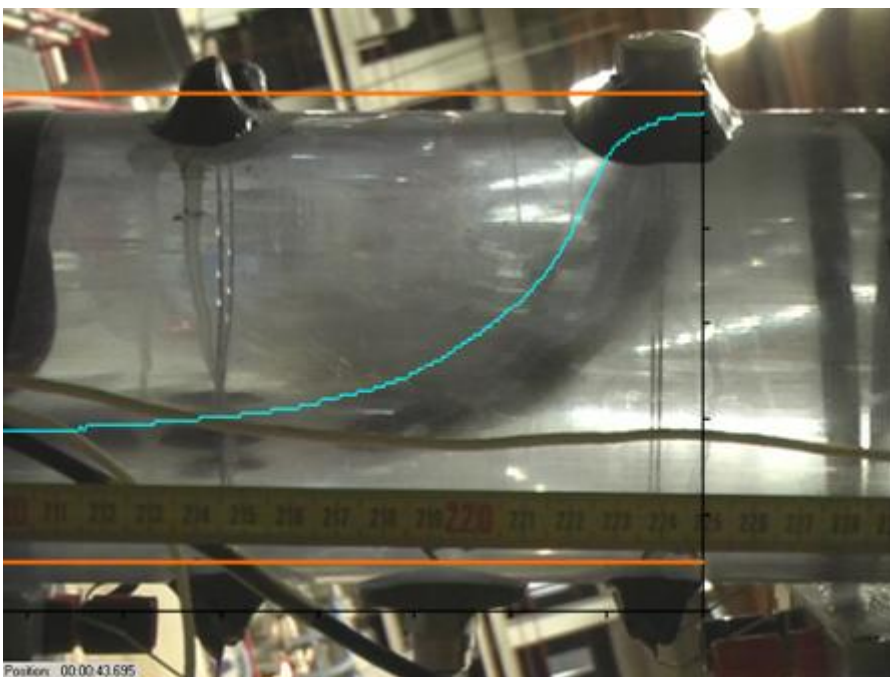
Er is slechts bij een aantal hoeken gebruik van een videocamera gemaakt om de luchtbel te volgen. De meetresultaten van de geleidbaarheidsmeters en drukopnemers bleken een meer nauwkeuriger manier dan de videocamera. Er zal van een meting een voorbeeld getoond worden waarmee de snelheid met de camera is bepaald.



Figuur 4.12: Twee frames van de video van een meting bij 75° (test8).

In Figuur 4.12 zijn G3, p3 en G4 te zien bij een meting bij 75°. Op het linkerbeeld is de luchtbel ter hoogte van G3 en op het rechterbeeld ter hoogte van G4 te zien. Tussen deze frames zit $(0,20 \pm 0,03)$ s (8 frames). De snelheid komt hiermee uit op $(0,5 \pm 0,1)$ m/s. Het tijdsverschil met behulp van de geleidbaarheidsmeters kwam overeen met $(0,216 \pm 0,002)$ s, en de snelheid op $(0,47 \pm 0,02)$ m/s. Het schatten van de positie van de bel is met de video minder nauwkeurig. Er is bij de metingen daarom voor gekozen de video buiten beschouwing te laten.

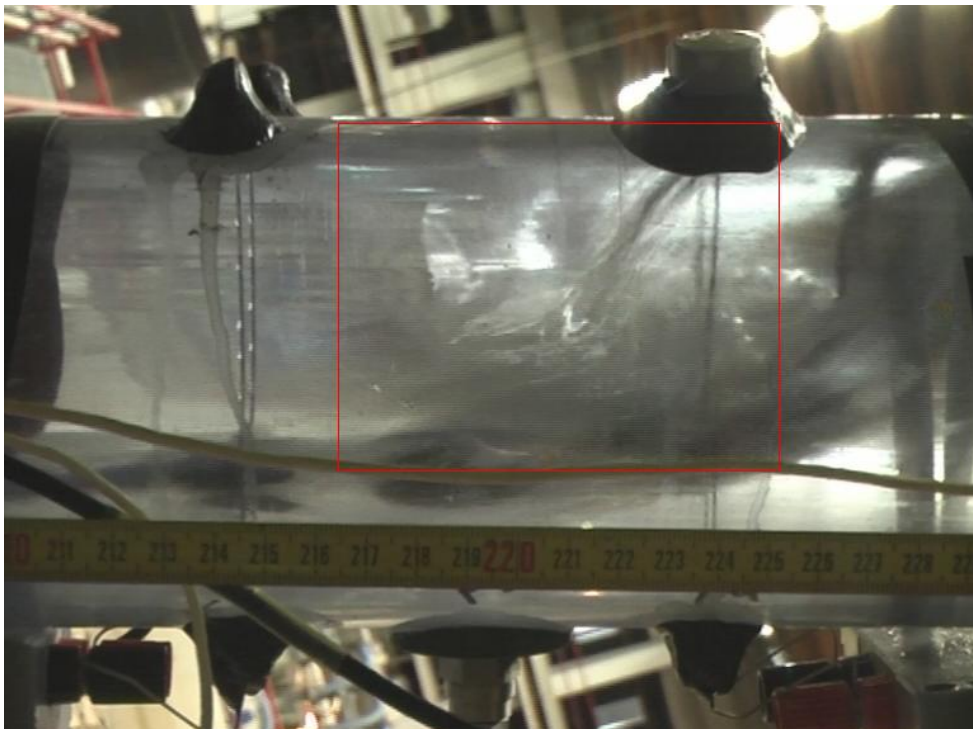
Door de resultaten uit de geleidbaarheidsmeter G4 over het beeld van de video-opname te plakken, kan er gekeken worden of de resultaten met elkaar overeen komen.



Figuur 4.13: Het videobeeld vergeleken met de vorm uit G4.

In Figuur 4.13 is te zien dat het begin van de geleidbaarheidsmeting niet overeenkomt met de bel op het videobeeld. Hierna verloopt de daling wel met ongeveer dezelfde richting, alleen ligt de waarde van de geleidbaarheidsmeter hoger. Het gebied waar de waterhoogte richting de normaaldiepte gaat, lijkt wel geheel overeen te komen met elkaar.

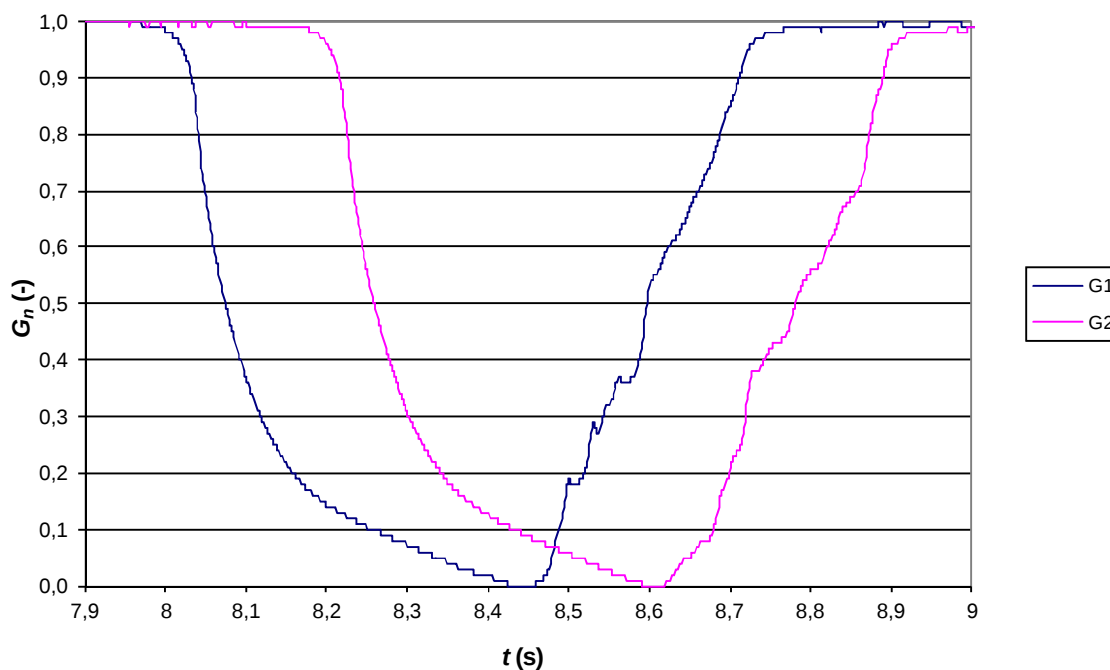
Uit de videobeelden is gebleken dat nadat de luchtbel de geleidbaarheidsmeter passeert, er een korte tijd water binnen de luchtbel blijft (Figuur 4.14). Het is echter niet duidelijk of dit tussen de draden of aan de buiswand zit. Wanneer er water tussen de draden blijft 'hangen' kan hiermee het eerste gedeelte van de grafiek verklaard worden. Doordat er na het passeren van de luchtbel gedurende de eerste milliseconden water tussen de draden blijft hangen, daalt de geleidbaarheid maar klein stukje. Nadat het water tussen de draden is weggespoeld zakt het waterniveau uit de geleidbaarheidsmeters naar het werkelijke waterniveau.



Figuur 4.14: Op deze foto is de waterstroom in de luchtbel met rood gemarkeerd.

4.7 Korte bellen

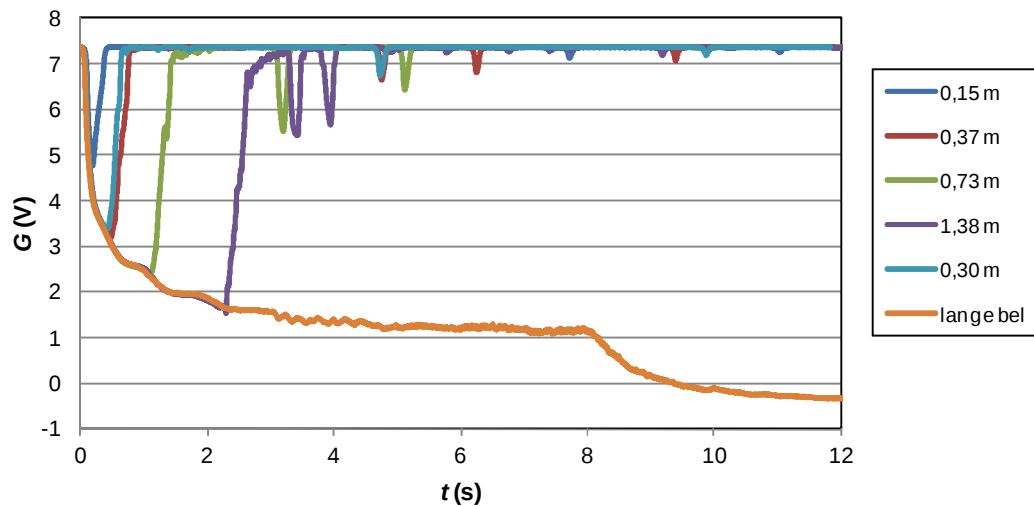
Naast het onderzoek naar de oneindig lange bellen is er als zijstap ook gekeken naar korte bellen. Onder elke hoek zijn er 50 metingen verricht met korte bellen met een lengte tussen ongeveer 0,1 en 3,5 meter. Van een vijftal bellen onder een hoek van $8,4^\circ$ is er gekeken naar de vorm en snelheid van de bel. De resultaten hiervan zullen hier behandeld worden. Er wordt hierbij alleen gekeken naar het verloop van de geleidbaarheidsmeters.



Figuur 4.15: Het verloop van de geleidbaarheid als functie van de tijd bij een korte bel onder een hoek van $8,4^\circ$ (bellen0).

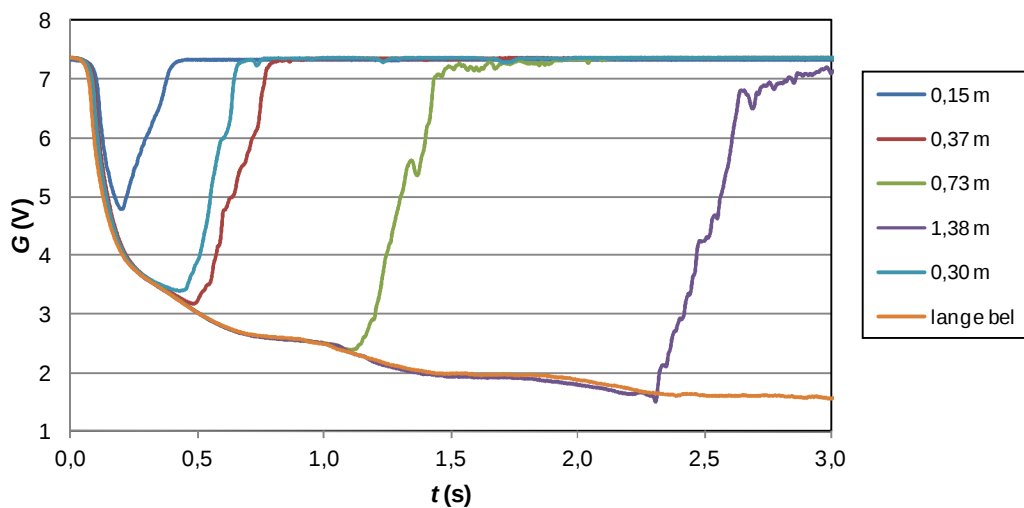
De snelheid van de korte bellen is op dezelfde wijze als bij de lange bellen bepaald (door G1 over G2 heen te schuiven). Voor de lengte van de bel wordt er gekeken op welke tijdstippen de genormaliseerde waarden voor G2 de 0,9 passeert. Er wordt naar de 0,9 gekeken omdat de buigpunten bij het passeren van het begin en het uiteinde van de bel buiten beschouwing worden gelaten. De tijd tussen deze punten vermenigvuldigt met de bepaalde snelheid, is de lengte van de luchtbel.

Door de resultaten van de 5 metingen van G2 en van een meting met een lange bel in een grafiek te zetten, is het effect van de lengte op de vorm te zien. Hiervoor is het punt waarbij de luchtbel bij G2 komt als $t=0$ gekozen.



Figuur 4.16: Het verloop van de geleidbaarheid als functie van de tijd bij verschillende bellengtes onder een hoek van $8,4^\circ$.

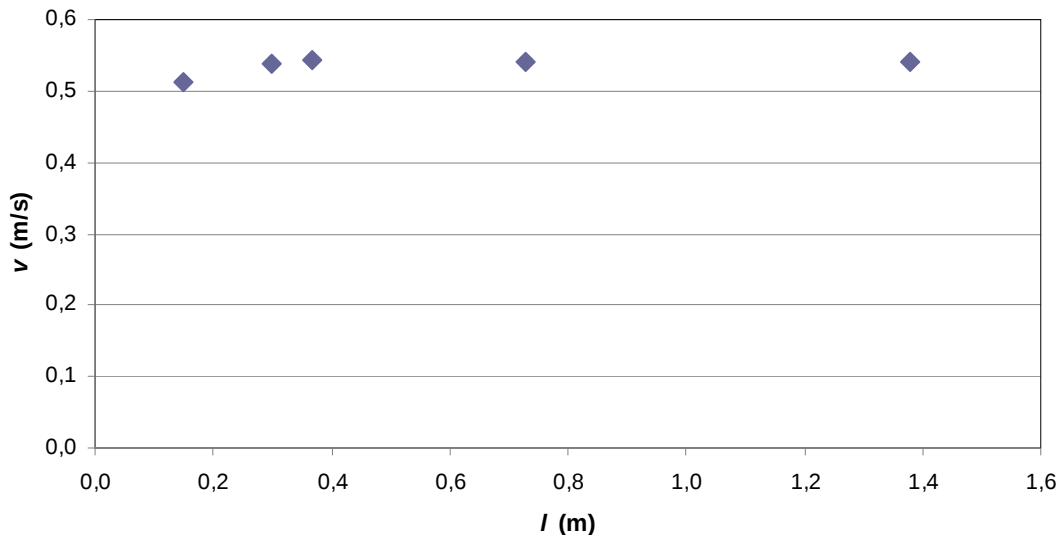
Bij de langere bellen is te zien dat er aan het uiteinde van de bel fluctuaties in de geleidbaarheid zijn en dat er luchtbellens achter de gemeten luchtbel volgen. Dit is het gevolg van luchtinslag achter de luchtbel.



Figuur 4.17: Het verloop van de geleidbaarheid als functie van de tijd bij verschillende bellengtes onder een hoek van $8,4^\circ$ waarbij er enkel naar de kort bel wordt gekeken.

Wanneer er enkel naar de eerste korte bel uit de metingen gekeken wordt blijkt dat de vorm van de luchtbel voor elke lengte, m.u.v. de kleinste bel, ongeveer dezelfde trend heeft. Het dal van de luchtbel ligt ongeveer op de lijn van de lange bel. Enkel de kleinste bel wijkt hiervan af. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de kleinste bel minder snel daalt vergeleken met de overige bellen.

Voor de vorm van de bel blijkt de luchtinslag enkel effect op de staart van de luchtbel te hebben. Ook blijkt de luchtinslag aan de achterzijde van de bel niet voor een vertraging van de bel te zorgen.



Figuur 4.18: De snelheid van de luchtbel als functie van de lengte bij $8,4^\circ$.

Uit Figuur 4.18 blijkt dat vanaf een lengte van ongeveer 0,30 m de lengte geen effect meer heeft op de belsnelheid. Kortere bellen lijken een kleinere snelheid te hebben. Voor het precieze verloop van deze snelheid zijn er echter meer meetpunten van kleinere bellen nodig. De vorm van de bel en de belsnelheid zijn vanaf een lengte van ongeveer 0,30 m altijd hetzelfde.

Uit het drift flux model van Nicklin (1962) (zie Pothof 2010 pg. 15) volgt dat de 'clearing velocity' gelijk is aan de stijgsnelheid van bellen in een stagnant medium. De 'clearing velocity' is de stroomsnelheid die nodig is om een luchtbel neerwaarts uit een hellende leiding te drukken. Uit het onderzoek van Pothof (2010) bleek de 'clearing velocity' bij een leidingdiameter van 98 mm uit te komen op ongeveer 0,75 m/s. De stijgsnelheid in dit onderzoek komt uit op ongeveer 0,55 m/s. Het model van Nicklin lijkt hiermee niet te kloppen. Een mogelijke oorzaak van dit snelheidsverschil is dat de stijgende luchtbelllen in een stagnant medium minder gestroomlijnd zijn.

5 Conclusie

Uit de verrichte metingen met de drukopnemers en geleidbaarheidsmeters is gebleken dat de gemeten snelheden binnen elkaars onnauwkeurigheid vallen. Bij een helling van 45° is de snelheid gemeten op een waarde tussen de $(0,57 \pm 0,02)$ m/s (m.b.v. drukopnemer 4) en $(0,59 \pm 0,02)$ m/s (m.b.v. geleidingsmeters G1 en G2). Hiermee zijn beide methoden geschikt voor het bepalen van de snelheid van een luchtbel.

Het bepalen van de snelheid met behulp van de camera is met een nauwkeurigheid van $\pm 0,1$ m/s het minst nauwkeurig en hiermee ongeschikt.

De vorm van de luchtbel blijkt lastig te bepalen. De drukopnemer lijkt door de versnelling van het water niet geschikt hiervoor. De vorm bepaald m.b.v. de geleidbaarheidsmeters blijkt ook niet geheel overeen te komen met het beeld van de luchtbel. Mogelijke oorzaak hiervan is dat er na het passeren van de luchtbel korte tijd wat water tussen de draden van de meters blijft 'hangen' waardoor het signaal te hoog uitkomt.

Uit de resultaten is gebleken dat de metingen van Zukoski tot een hoek van 45° overeenkomen met de uitkomsten van dit onderzoek. Bij grotere hoeken zijn er lichte verschillen in de meetpunten. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de door Zukoski gebruikte buislengte lang genoeg was om tot 45° de snelheid te kunnen meten van een geheel ontwikkelde luchtbel. Bij grotere hoeken lijkt het erop dat dit minder goed is gegaan. Doordat de leidingen bij het transport van gas/olie meestal onder kleine hoeken liggen, is het verloop hiervan echter minder van belang.

Uit de resultaten van de korte bellen blijkt dat de snelheid en de vorm van de luchtbel vanaf een lengte van ongeveer 0,30 m gelijk is aan de snelheid en vorm van een lange bel. Voor kortere bellen ligt de snelheid lager en zijn de drag kracht en opwaartse kracht de krachten die op de bel werken.

Pothof (2010) heeft een 'clearing velocity' gemeten van ongeveer 0,75 m/s bij een buisdiameter van 98 mm. Volgens het drift flux model van Nicklin (1962) moet deze snelheid overeen komen met de gemeten belsnelheid in een stagnant medium. Dit klopt echter niet met de resultaten. Hiermee lijkt het model van Nicklin niet te kloppen. Een mogelijke oorzaak is dat de stijgende bellen in een stagnant medium minder gestroomlijnd zijn waardoor de snelheid lager is.

6 Aanbevelingen

Bij de metingen met drukopnemers p2 en p3 bleek dat na het passeren van de luchtbel het signaal niet overeen kwam met de verwachtingen. Dit bleek te komen doordat het contact tussen de waterfilm en de draden van de geleidbaarheidsmeters G2 en G4 luchtinslag veroorzaakte. Wanneer de drukopnemers na (er boven) G2 en G4 geplaatst worden, heeft dit geen effect meer op de drukopnemers.

De manier van het meten van de hoek was bij kleine hoeken zeer onnauwkeurig. De hoek kan nauwkeuriger bepaald worden wanneer de hoogte in de z-richting en de lengte in de x-richting bepaald wordt. De hoek kan hiermee met de tangens bepaald worden.

Om de resultaten van de geleidbaarheidsmeter beter te kunnen evalueren is het mogelijk om een geleidbaarheidsmeter aan de onderzijde van de buis te plaatsen (zelfde bevestiging als de drukopnemers). Deze meter zal een hoog signaal geven als er water in de buis zit en een laag signaal als de buis leeg is. Met deze meter kunnen temperatuursverschillen geconstateerd worden en wordt de ijking eenvoudiger.

Om het verloop van de snelheid bij verschillende hellingen beter te bekijken, zullen er meer metingen verricht moeten worden. De metingen bij grotere hoeken leken minder goed overeen te komen met Zukoski. Door hier meer metingen te verrichten kan daar meer duidelijkheid over komen.

Het drukverloop bij de drukmetingen waren goed om de snelheid van de luchtbel te bepalen. Voor de vorm van de bel kwam het verloop echter niet overeen met de verwachtingen. De stroming van het water lijkt hierbij effect te hebben op de druk. Er zal meer onderzoek naar dit drukverloop gedaan moeten worden om ook de vorm te kunnen bepalen.

Voor de metingen met korte bellen is het effect op de snelheid enkel bij een lengte onder 0,30 m (3-D) lager dan de snelheid bij lange bellen. Om beter in beeld te krijgen hoe het verloop van korte bellen eruit ziet, zullen er nog een aantal metingen rond deze lengte gedaan moeten worden.

De lengte van de korte bellen is nu ingeschat met behulp van de geleidbaarheidsmeters. Het volume van deze bel zou ook bepaald kunnen worden door te bepalen hoeveel water er uit de buis stroomt. Mogelijk is er een manier om het water op te kunnen vangen waarmee het volume bepaald kan worden. Het moet dan echter wel zeker zijn dat er geen water in de kogelklep zit.

Om te kijken of grote buisdiameters hetzelfde verloop als kleinere diameters hebben, kunnen de metingen van een aantal hoeken ook verricht worden met een andere diameter. Hiermee kan o.a. gekeken worden of de snelheid van korte bellen ook dan vanaf 3 keer de diameter constant blijft. Doordat er geen grotere kogelklep is, kan er gekeken worden of de metingen ook met een vlinderklep dezelfde resultaten geven.

Door de buis bij het passeren van de luchtbel bij een geleidbaarheidsmeter van bovenaf te filmen is er mogelijk beter te zien of er daadwerkelijk water tussen de draden blijft hangen, of dat het water langs de buiswand wegstroomt. Hiermee kunnen fouten in de vorm van het resultaat van de geleidbaarheidsmeters verkaard worden.

Om het model van Nicklin beter te onderzoeken kunnen er metingen verricht worden met een bel wanneer er water door de buis stroomt. Door de snelheid van het water en de vorm en snelheid van de bel te bekijken, kan hiermee worden gekeken of dit model inderdaad niet correct is.

7 Literatuur

- Bendiksen, K., 1984. An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. *Int. J. Multiphase Flow* 10, 467-483.
- Giancoli, D.C., 2008. *Natuurkunde Deel 1, Mechanica en Thermodynamica*, hoofdstuk 13.
- Kadri, U., 2009. Long liquid slugs in stratified gas/liquid flow in horizontal and slightly inclined pipes.
- Oliemans, R.V.A., 2001. *Applied Multiphase Flows*, pagina 78 en 79.
- Pothof, I.W.M., 2011. Co-current air-water flow in downward sloping pipes.
- Zoetewij, M.L., 2007. Long liquid slugs in horizontal tubes. Development study and characterization with electrical conductance techniques.
- Zukoski, E.E., 1966. Influence of viscosity, surface tension, and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes. *J. Fluid Mech.* 25, 821-837.
- Dictaat onnauwkeurigheidanalyse
- Dictaat Fysische Technologie

Bijlage 1: De afstudeeropdracht

Stijgsnelheid van luchtbellen in hellende leidingen

In de olie/gas-industrie is slugstroming een stromingspatroon dat veelvuldig en meestal ongewenst/ongecontroleerd optreedt. Slugstroming is een meergefase-stromingspatroon waarbij vloeistof en gas samen door een transportleiding stromen: het gas verzamelt zich hierbij tot grote gasbellen die onderling van elkaar gescheiden zijn door 'vloeistofblokken' (slugs). Slugstroming kenmerkt zich door een niet-continue en niet-constante gas/vloeistof stroming. Aangezien veel processen juist zijn geoptimaliseerd voor continue aanvoer van vloeistoffen/gassen, wordt de slugstroming veelal gebufferd door middel van 'slug-catchers'. Voor een goed ontwerp van een dergelijke slug-catcher is kennis nodig van slugstroming. Momenteel wordt in de modelering van slugstroming gebruik gemaakt van de driftsnelheid van bellen (ook wel stijgsnelheid van bellen).

Een van de belangrijkste bronnen naar de stijgsnelheid van bellen is de studie van Zukoski (1966), die de invloed van oppervlaktespanning en helling heeft bepaald. Zukoski gebruikte als opstelling een geheel met vloeistof gevulde hellende leiding. Bij zijn experiment is aan het lage uiteinde van een hellende leiding een klep snel geopend, waardoor een luchtbel in de leiding indringt en de leiding leegloopt. De stijgsnelheid van deze luchtbellen is middels een meetlint en stopwatch bepaald.

Het is te verwachten dat voor grote leidingdiameters de effecten van oppervlaktespanning verwaarloosbaar worden. Schaalonafhankelijkheid wordt verwacht vanaf een leidingdiameter DN200 (Pothof 2011). Echter, de experimenten van Zukoski zijn veelal gedaan aan leidingen met kleine diameter. De metingen die zijn uitgevoerd met de grootste leidingdiameters (DN180) hebben tevens relatief korte leidinglengtes (ongeveer 6D). Hiermee rijst dus de vraag of de stijgsnelheid van luchtbellen door Zukoski juist is bepaald.

In dit afstudeeronderzoek dient de student een meetopstelling te ontwerpen en geschikte meetinstrumentatie te selecteren om de stijgsnelheid van luchtbellen in hellende leidingen te bepalen. Deze metingen moeten worden vergeleken met de literatuur (Zukoski) en met beschikbare theorie. Het geheel dient beknopt te worden gerapporteerd.

Bijlage 2: Handelingen bij het meten

Voor het meten aan een oneindig lange bel zijn er een aantal handelingen die voor een typische meting verricht moeten worden. Deze handelingen zullen hier kort worden omschreven.

Om de hoek waaronder de buis hangt te bepalen wordt bij de uiteinden met behulp van schietlood de horizontale afstand gemeten. Met de afstand tussen de meetpunten op de buis (de schuine zijde) en de gemeten horizontale afstand kan de hoek waaronder de buis hangt berekend worden.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) \quad (6.1)$$

Hierin is:

a	de horizontale afstand tussen de twee schietloden	[m]
b	de afstand over de buis tussen de twee meetpunten	[m]

Voordat de metingen worden gestart wordt er gekeken of de nulwaarden van de drukopnemers kloppen. Bij een atmosferische druk moeten de drukopnemers nul aangeven, wanneer deze waarden verlopen zijn moeten de drukopnemers voordat er gevuld wordt terug op nul worden gezet.

Het vullen van de buis gaat via een kraantje dat onderin de buis bevestigd is. Het water wordt vanuit de opvangbak de buis in gepompt. Bovenin de buis is er een ontluchtingskraantje geplaatst. Tijdens het vullen wordt dit kraantje geopend zodat de druk in de buis niet oploopt. Wanneer de buis geheel gevuld is met water wordt het kraantje naar de pomp en het ontluchtingskraantje gesloten.

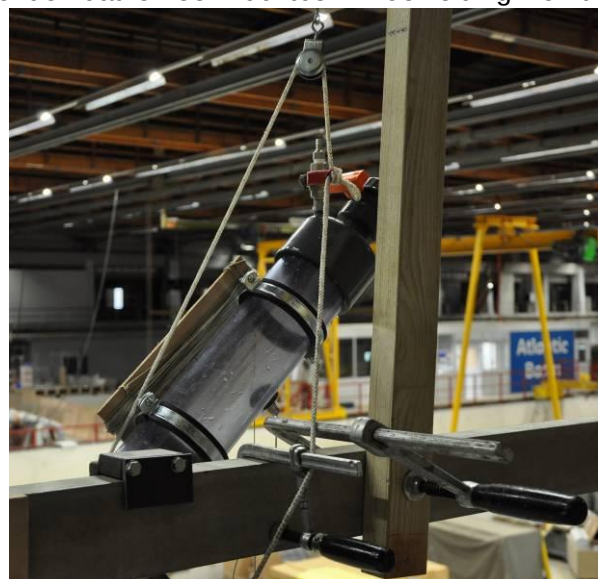
Om ervoor te zorgen dat het drukverschil en daardoor de druksprong (met waterslag tot gevolg) bij het openen van de buis minder groot is, wordt aan de onderkant van de buis het kraantje kort geopend. Dit wordt gedaan zonder dat er een luchtbel in de leiding komt.

Doordat er nu bij het starten van de meting al een atmosferische druk onderin de buis is, zal de druksprong sterk verminderd zijn en zullen daardoor de drukgolven een minder grote drukverandering met zich meebrengen.

Doordat de effecten van de druksprong pas na de eerste metingen zijn ontdekt, is het beluchtingskraantje pas bij een latere meting bevestigd. De druksprong is hierdoor bij de eerste metingen groter.

Na het beluchten wordt de meting gestart door de kogelklep onderin de buis te openen. Met behulp van het programma DelftMeasure worden de resultaten van de drukopnemers en de geleidbaarheidsmeters gedurende de meting verzameld.

Het uitstromende water wordt opgevangen in de opvangbak en na de meting kan het water hieruit terug in de buis gepompt worden voor de volgende meting.



Figuur 1: Het ontluchtingskraantje bovenin de buis.

Bijlage 3: Resultaten kalibratie geleidbaarheidsmeters

Tabel 1: De afgelezen waarden bij de ijking van de geleidbaarheidsmeters.

afleeshoogte hoogtemeter (mm) ±1 mm	$h \cdot 10^{-2}$ m ±0,2 ($\cdot 10^{-2}$) m	G1 (V) ±0,005 V	G2 (V) ±0,005 V	G3 (V) ±0,005 V	G4 (V) ±0,005 V
109	0,0	-0,234	-0,318	-0,183	-0,149
103	0,7	0,026	-0,015	0,038	0,094
100	0,9	0,086	0,060	0,147	0,208
98	1,1	0,295	0,278	0,370	0,435
95	1,4	0,578	0,554	0,652	0,721
91	1,8	0,897	0,867	0,966	1,039
88	2,1	1,338	1,304	1,399	1,474
84	2,6	1,597	1,565	1,654	1,734
78	3,2	2,044	2,023	2,110	2,194
66	4,3	3,062	3,067	3,115	3,222
59	5,0	3,623	3,645	3,672	3,784
47	6,3	4,783	4,834	4,848	4,977
35	7,5	5,775	5,840	5,836	5,980
29	8,0	6,207	6,273	6,264	6,413
25	8,5	6,598	6,658	6,645	6,796
20	9,0	7,013	7,065	7,051	7,204
17	9,3	7,465	7,495	7,487	7,644
14	9,5	7,546	7,572	7,566	7,721

Tabel 2: De genormaliseerde waarden.

afleeshoogte hoogtemeter (mm) ±1 mm	$h \cdot 10^{-2}$ m ±0,2 ($\cdot 10^{-2}$) m	G1 _n (-) ±0,002	G2 _n (-) ±0,002	G3 _n (-) ±0,002	G4 _n (-) ±0,002
109	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000
103	0,7	0,033	0,038	0,029	0,031
100	0,9	0,041	0,048	0,043	0,045
98	1,1	0,068	0,076	0,071	0,074
95	1,4	0,104	0,111	0,108	0,111
91	1,8	0,145	0,150	0,148	0,151
88	2,1	0,202	0,206	0,204	0,206
84	2,6	0,235	0,239	0,237	0,239
78	3,2	0,293	0,297	0,296	0,298
66	4,3	0,424	0,429	0,426	0,428
59	5,0	0,496	0,502	0,497	0,500
47	6,3	0,645	0,653	0,649	0,651
35	7,5	0,772	0,780	0,777	0,779
29	8,0	0,828	0,835	0,832	0,834
25	8,5	0,878	0,884	0,881	0,882
20	9,0	0,931	0,936	0,934	0,934
17	9,3	0,990	0,990	0,990	0,990
14	9,5	1,000	1,000	1,000	1,000

Bijlage 4: Onnauwkeurighedsanalyse

Onnauwkeurigheid in de snelheid, bepaald met de geleidbaarheidsmeters:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$dv = \left| \frac{\partial v}{\partial s} \right| \cdot ds + \left| \frac{\partial v}{\partial t} \right| \cdot dt$$

$$dv = \left| \frac{1}{t} \right| \cdot ds + \left| -\frac{s}{t^2} \right| \cdot dt$$

Voor de onnauwkeurigheid in s is voor G1G2 en G3G4 genomen: $ds=0,002$ m. Voor G1G3 is $0,004$ m genomen.

Voor de onnauwkeurigheid in t is voor G1G2 en G3G4 genomen: $dt=0,002$ s. Voor G1G3 is $0,004$ s genomen.

Voor test4 bij $19,8^\circ$ komt de onnauwkeurigheid in de snelheid bepaald met G1G2 dus uit op:

$$dv = \left| \frac{1}{0,174} \right| \cdot 0,002 + \left| \frac{0,1}{0,174^2} \right| \cdot 0,002 = 0,016 = 0,02 \text{ m/s}$$

Onnauwkeurigheid in de hoek:

$$\theta = \cos^{-1} \frac{a}{b}$$

$$d\theta = \left| \frac{\partial \theta}{\partial a} \right| \cdot da + \left| \frac{\partial \theta}{\partial b} \right| \cdot db$$

$$d\theta = \left(\left| \frac{1}{b \cdot \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}} \right| \cdot da + \left| \frac{a}{b^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}} \right| \cdot db \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

De onnauwkeurigheid in a en b zijn (m.u.v. 90°) $0,01$ m. Bij 90° is da $0,05$. Bij $19,8^\circ$ komt de onnauwkeurigheid in deze hoek uit op:

$$d\theta = \left(\left| \frac{1}{6,55 \cdot \sqrt{1 - \frac{6,16^2}{6,55^2}}} \right| \cdot 0,01 + \left| \frac{6,16}{6,55^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{6,16^2}{6,55^2}}} \right| \cdot 0,01 \right) \cdot \frac{180}{\pi} = 0,5^\circ$$

Onnauwkeurigheid in de snelheid bepaald met de drukopnemers:

$$v = \frac{\Delta p}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\rho \cdot g \cdot \sin(\theta)}$$

Hierin is $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ de helling die bepaald wordt met Excel. Om het overzichtelijk te houden wordt dat in de afleiding p_t genoemd. De dichtheid ρ en de zwaartekracht g zijn constanten in deze formule. De effecten van de temperatuur op de dichtheid zijn hierbij verwaarloosd.

$$dv = \left| \frac{\partial v}{\partial p_t} \right| \cdot dp_t + \left| \frac{\partial v}{\partial \theta} \right| \cdot d\theta$$

$$dv = \left| \frac{1}{\rho \cdot g \cdot \sin(\theta)} \right| \cdot dp_t + \left| \frac{p_t \cdot \cos(\theta)}{\rho \cdot g \cdot (\sin(\theta))^2} \right| \cdot d\theta$$

Voor p_4 bij test4 $19,8^\circ$ komt de onnauwkeurigheid uit op:

$$dv = \left| \frac{1}{1000 \cdot 9,8 \cdot \sin(19,8)} \right| \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 + \left| \frac{0,0183 \cdot 10^5 \cdot \cos(19,8)}{1000 \cdot 9,8 \cdot (\sin(19,8))^2} \right| \cdot 0,5 = 0,02 \text{ m/s}$$

Er is ook een onnauwkeurigheid bepaald uit de standaarddeviatie van de zeven metingen per hoek. Wanneer de berekende onnauwkeurigheid onder 3 keer de standaarddeviatie ligt, is de onnauwkeurigheid in deze meting genomen op 3 keer de standaarddeviatie. Dit is gebruikt voor de onnauwkeurigheden bij alle hoeken in G1G3, en de onnauwkeurigheid in G1G2 bij 90° .

Bijlage 5: Resultaten lange bellen

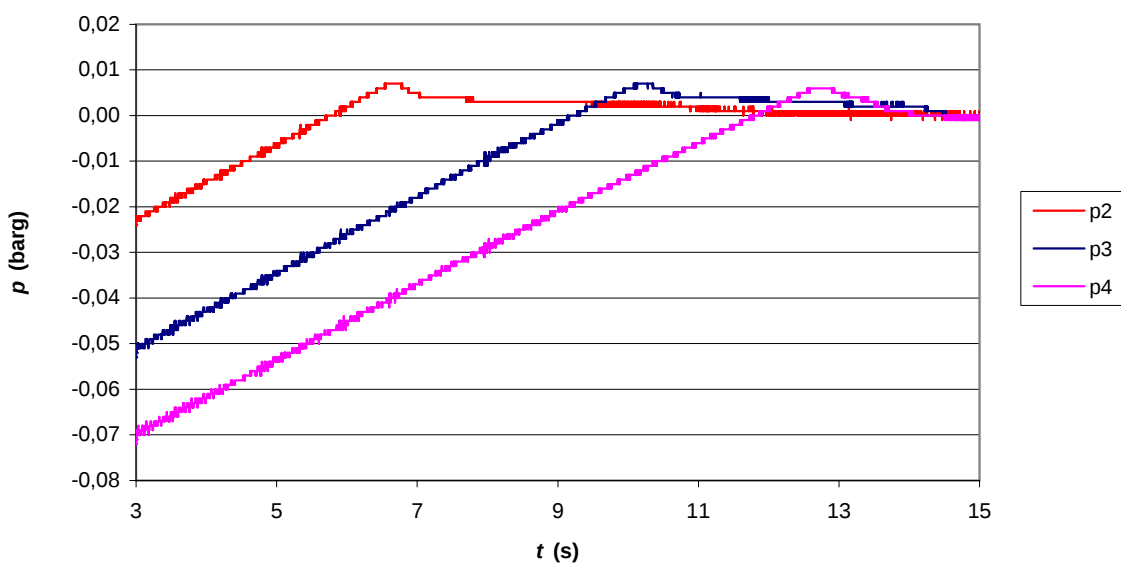
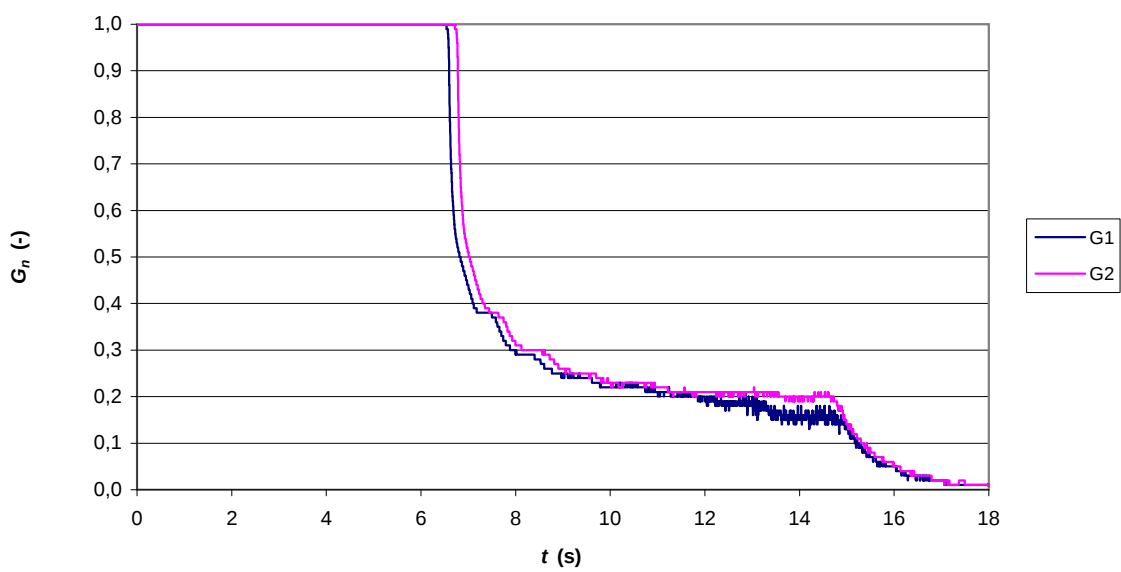
Op de volgende pagina's staan de resultaten van alle metingen met de lange bellen. Eerst wordt er een tabelletje gegeven met de bepaalde snelheden op de 6 manieren.

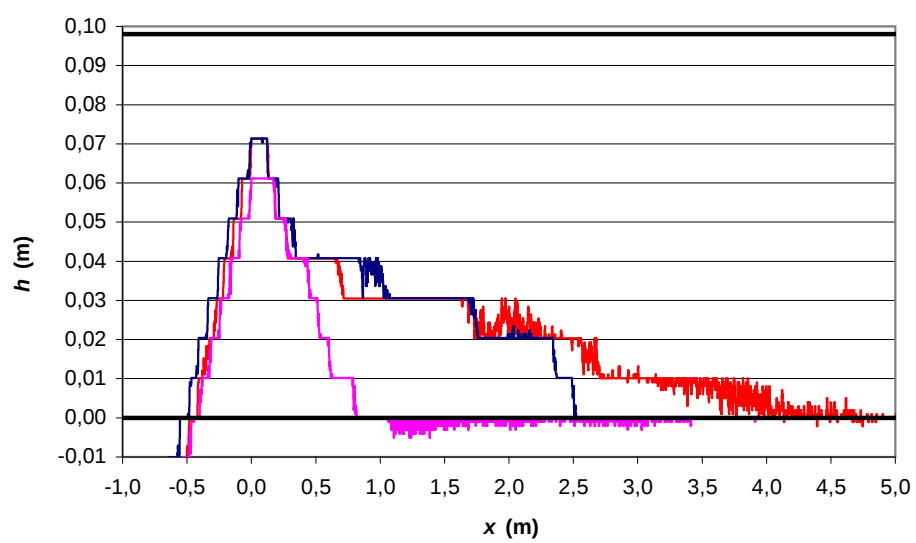
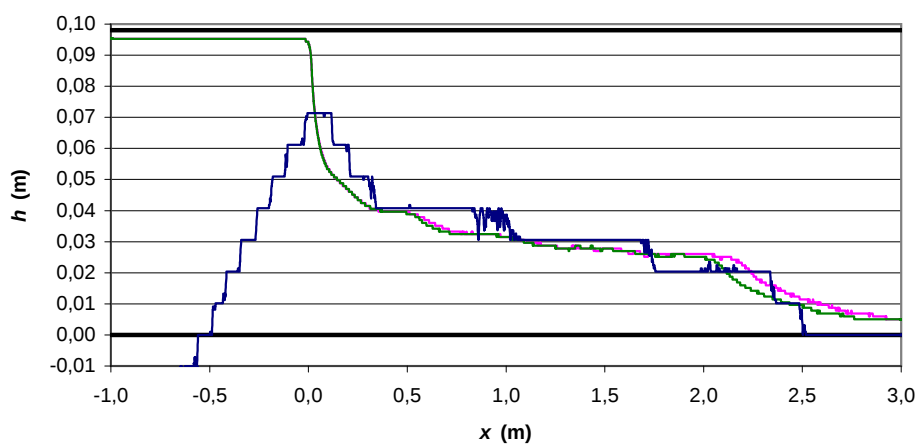
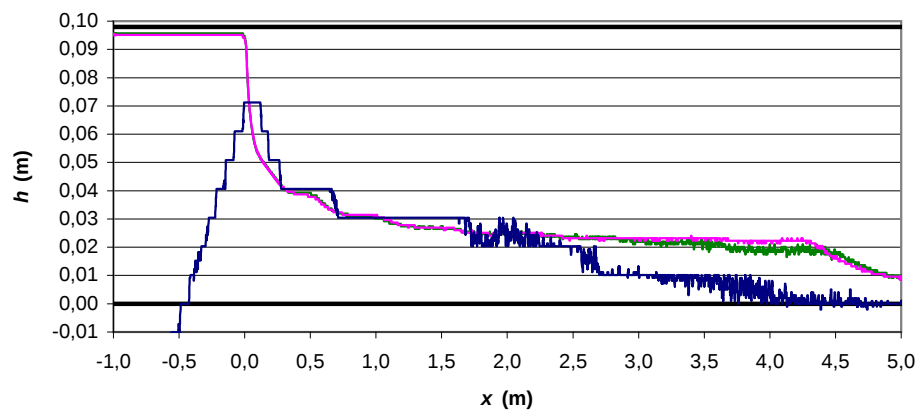
Hierna volgen 5 grafieken in deze volgorde:

- De genormaliseerde meting van G1G2
- De meting uit p2, p3 en p4
- De vorm van de bel met G1, G2 en p2
- De vorm van de bel met G3, G4 en p3
- De vorm van de bel met p2, p3 en p4

8,4° test1

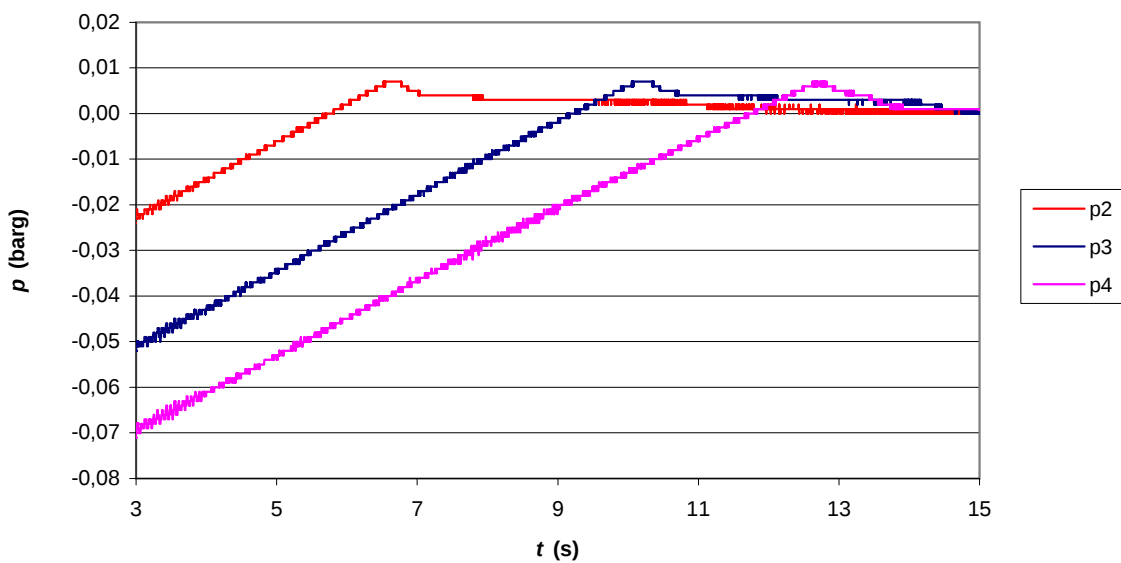
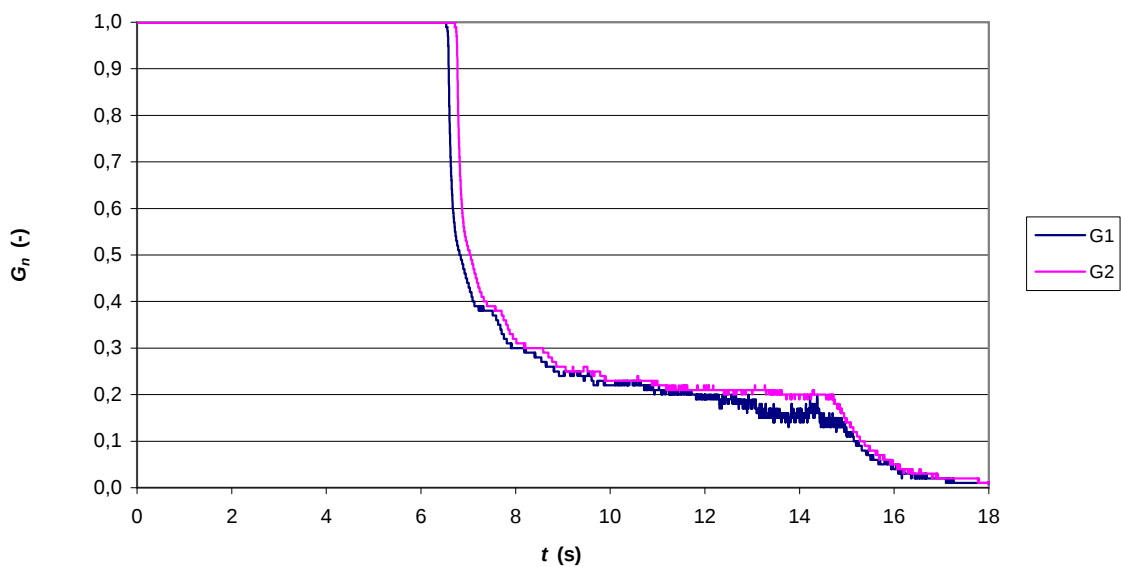
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,54	0,02
G1G3	0,536	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,57	0,09
p4	0,56	0,08

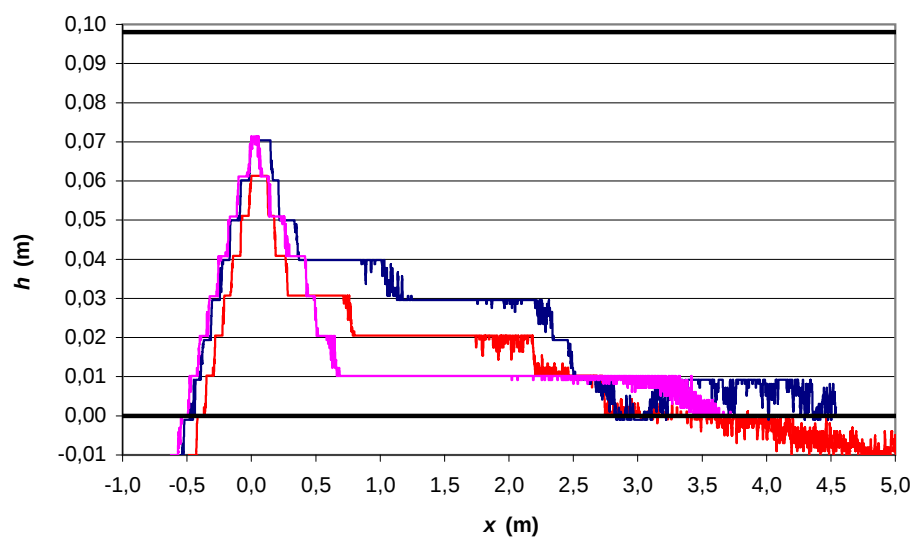
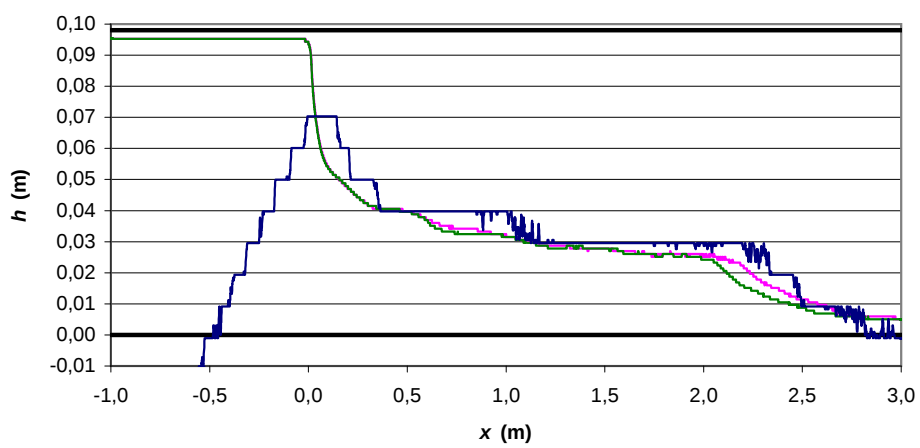
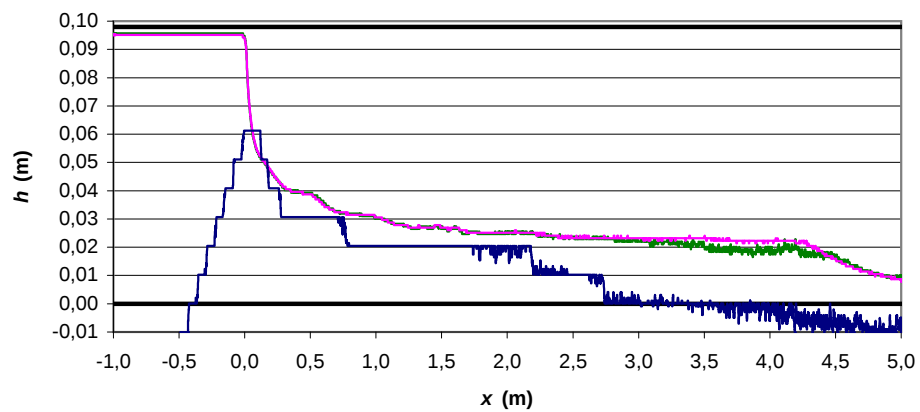




8,4° test2

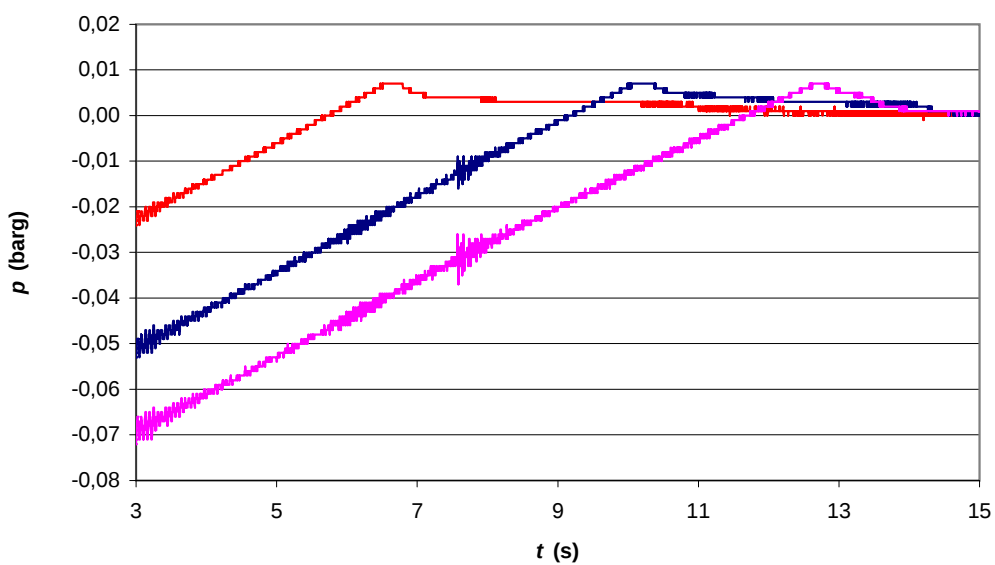
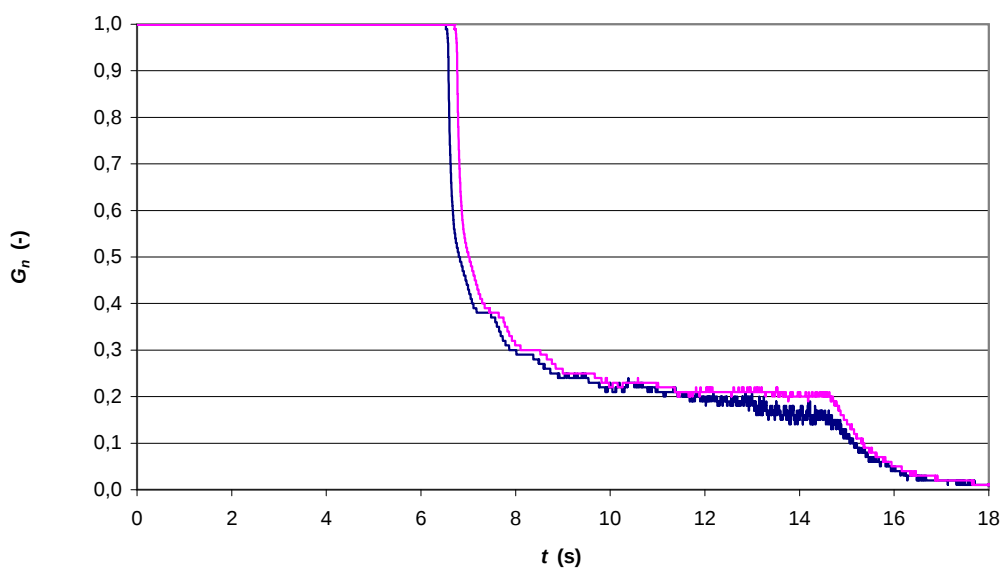
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,54	0,02
G1G3	0,536	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,57	0,09
p4	0,56	0,08

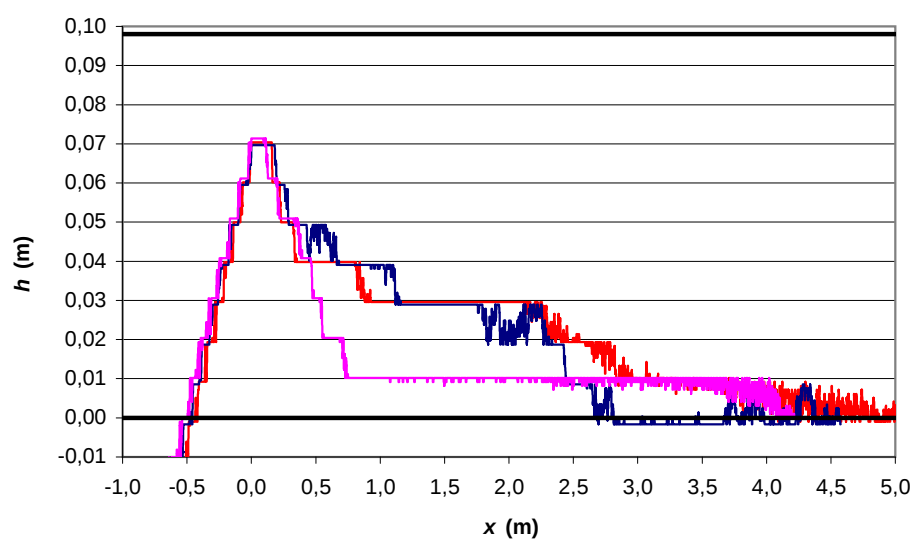
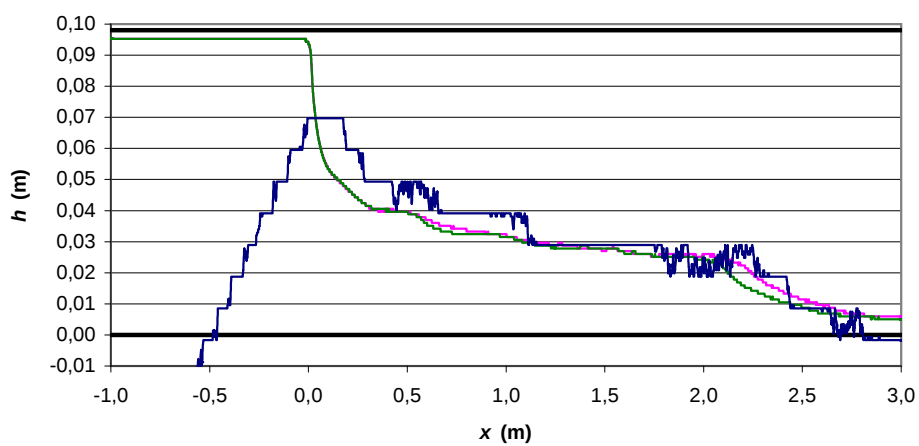
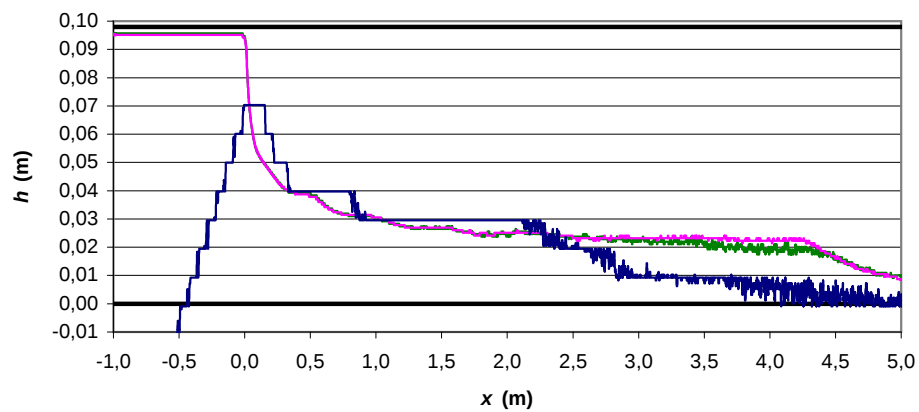




8,4° test3

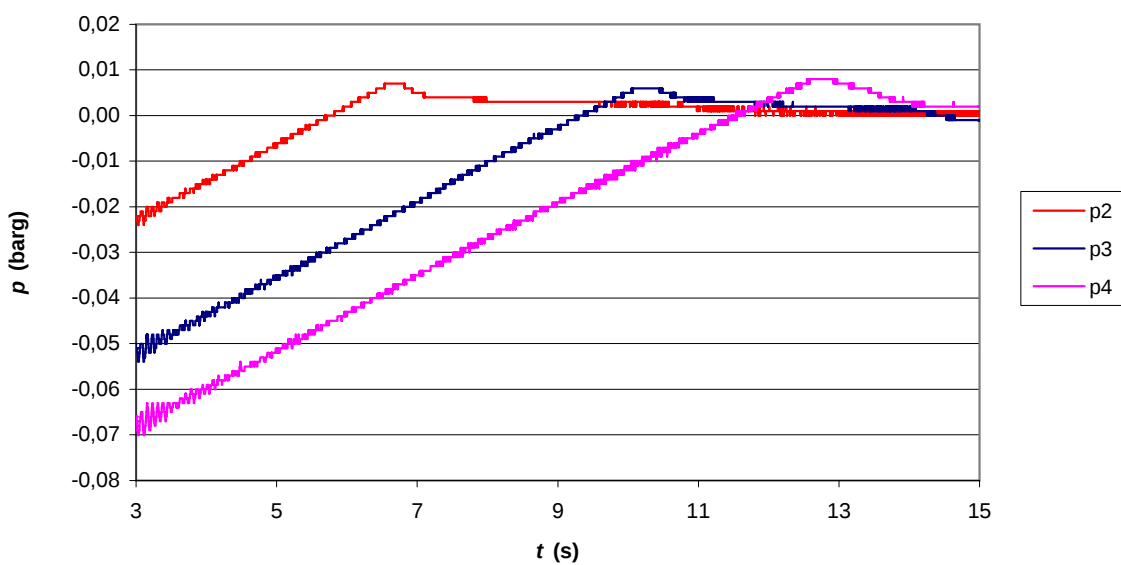
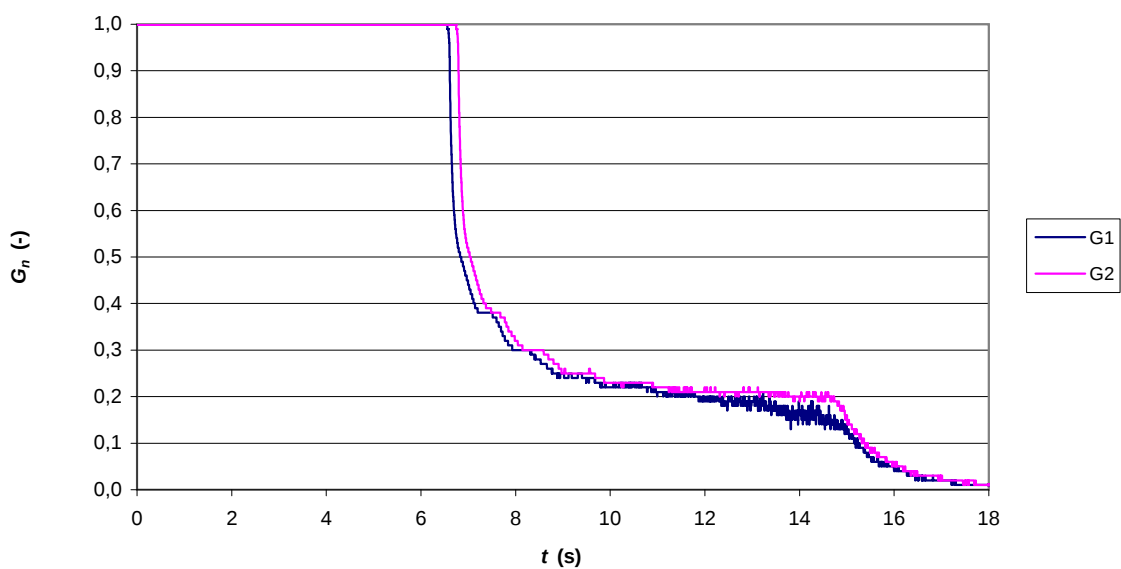
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,54	0,02
G1G3	0,537	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,58	0,09
p4	0,56	0,08

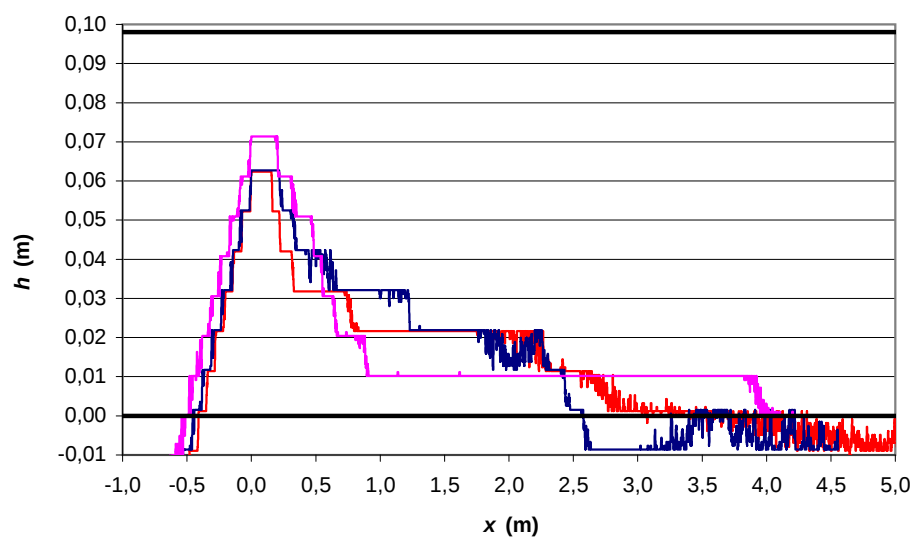
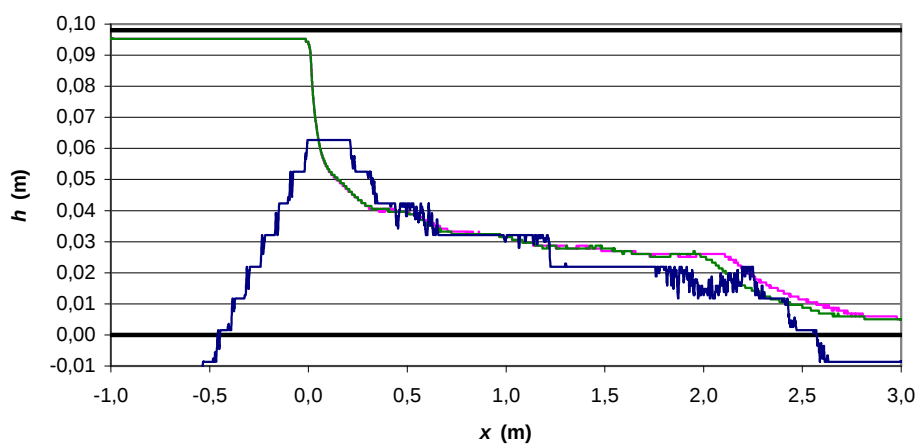
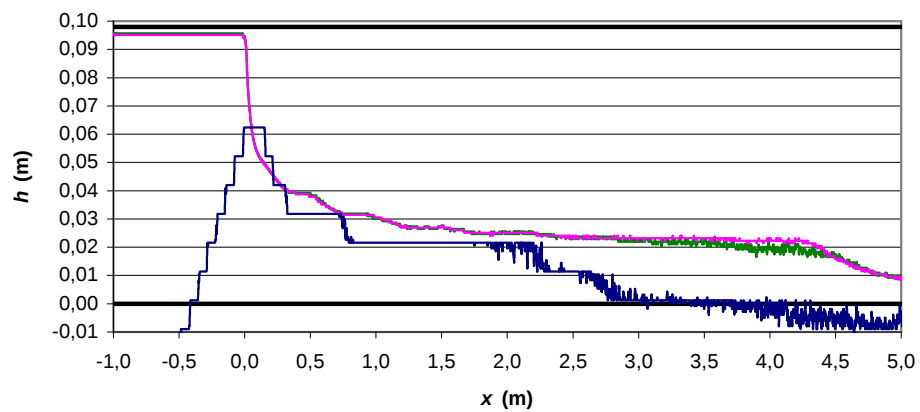




8,4° test4

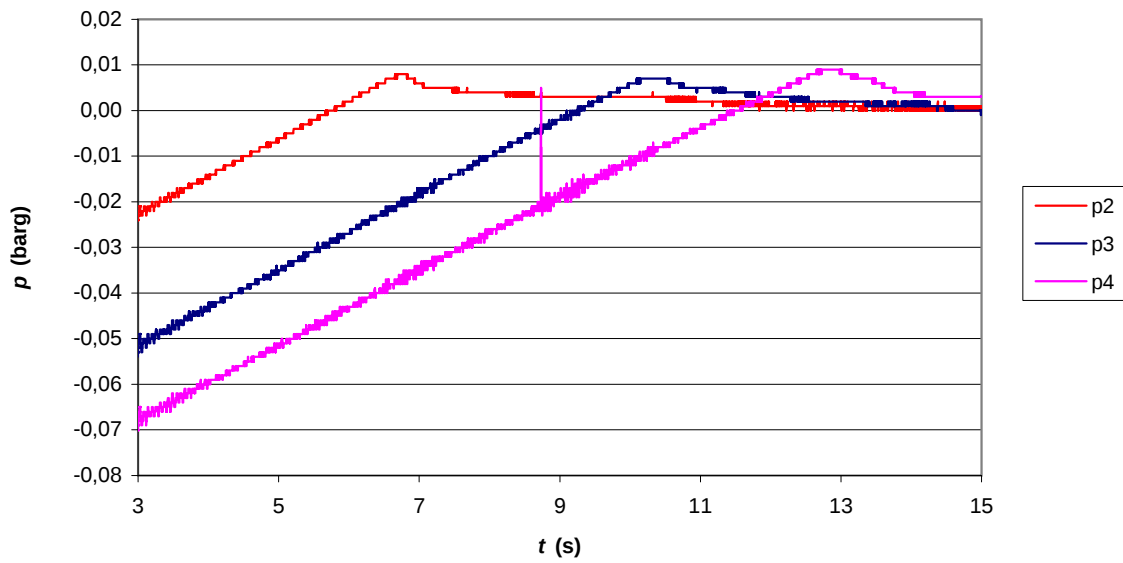
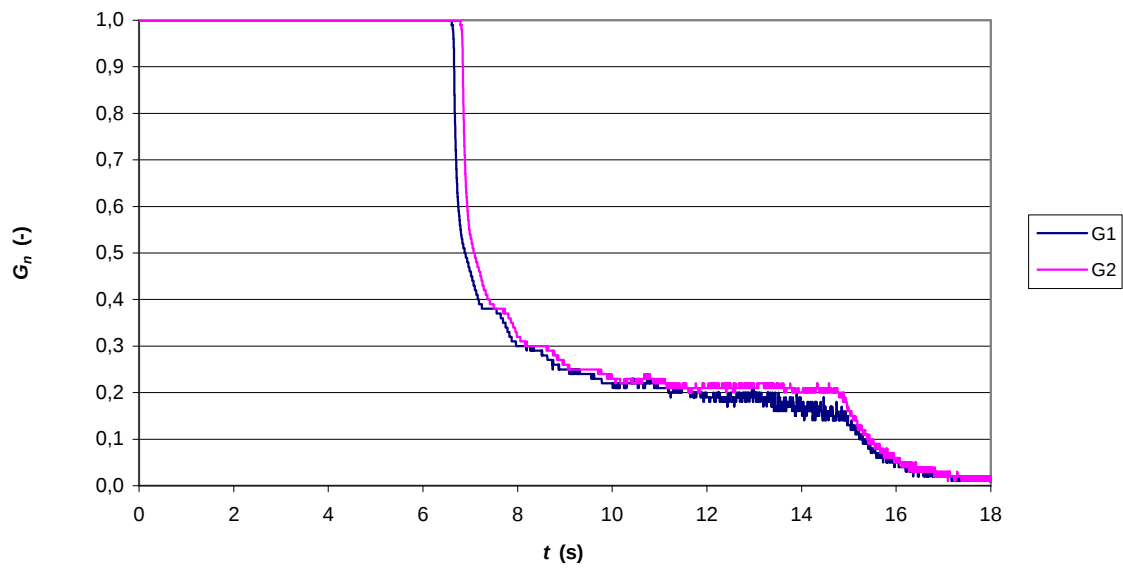
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,53	0,02
G1G3	0,536	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,57	0,09
p4	0,56	0,08

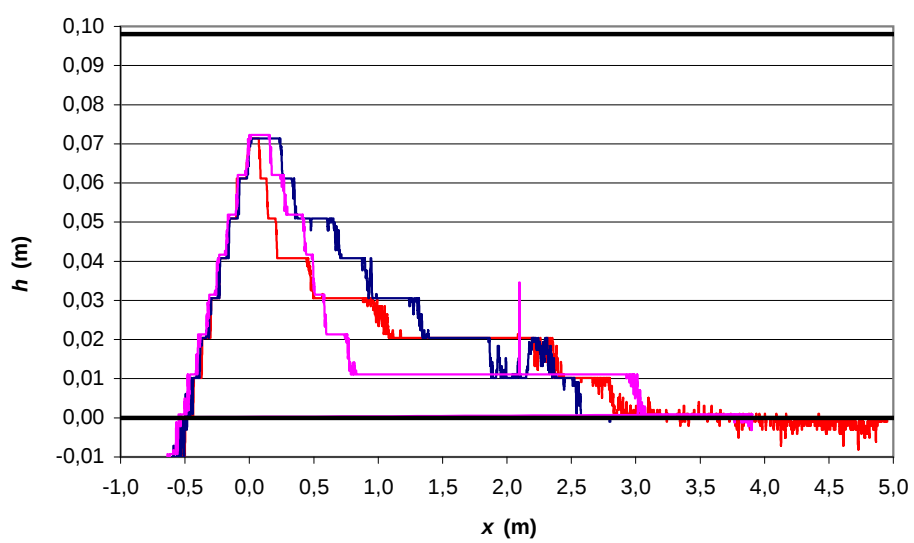
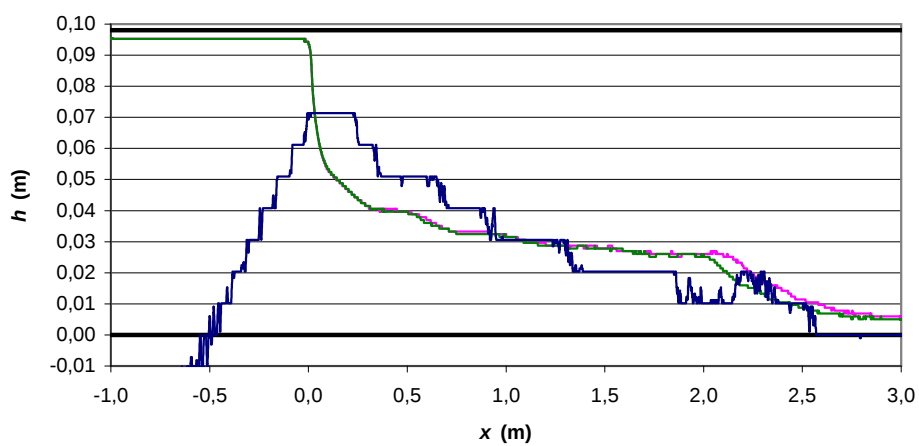
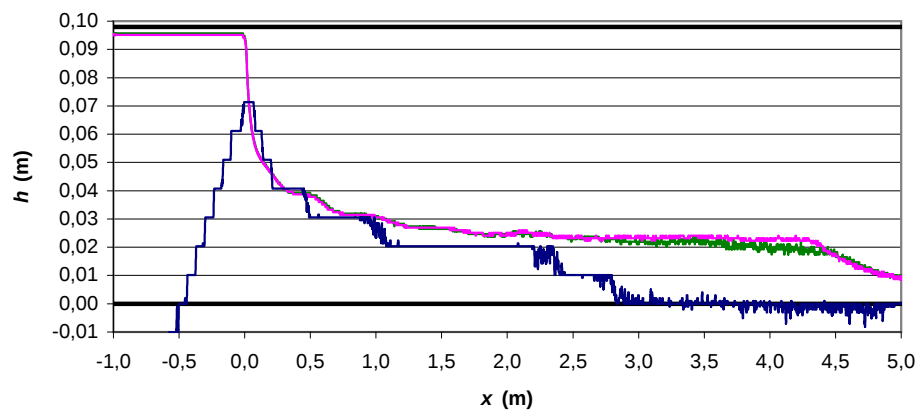




8,4° test5

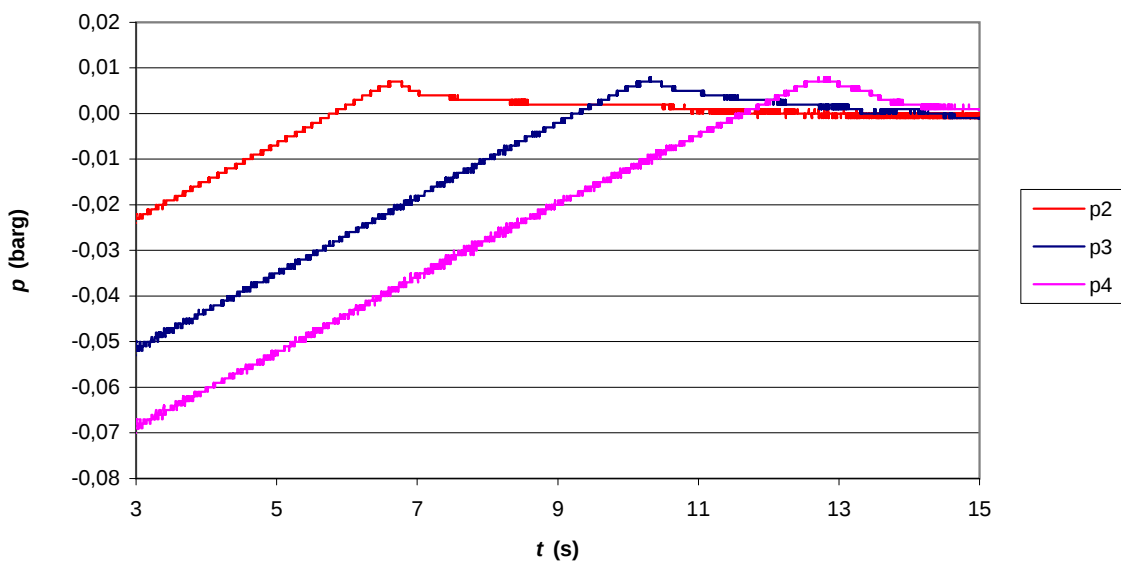
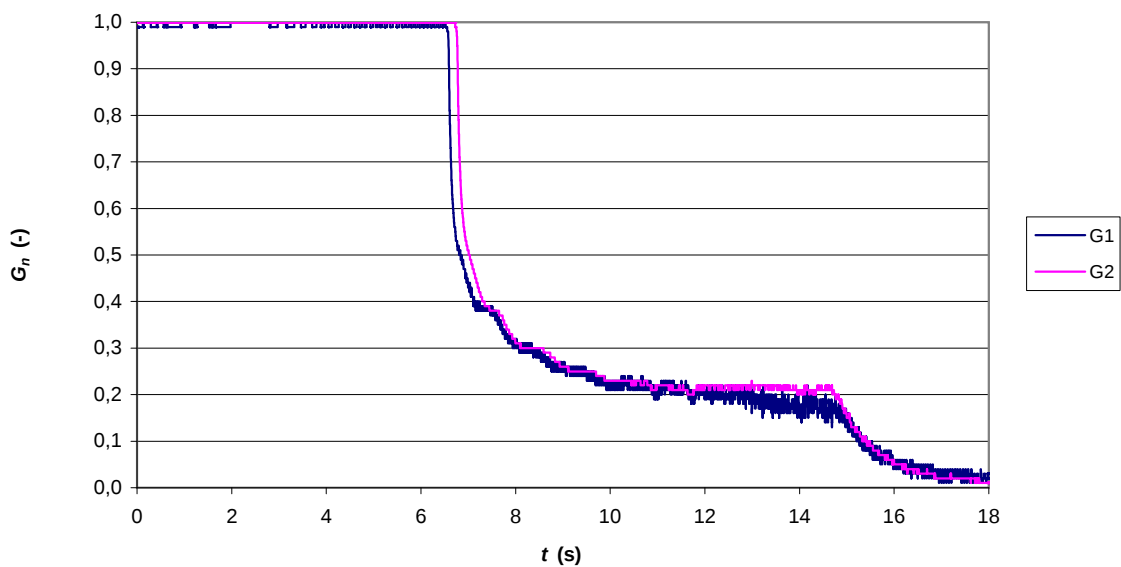
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,54	0,02
G1G3	0,537	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,57	0,09
p4	0,56	0,08

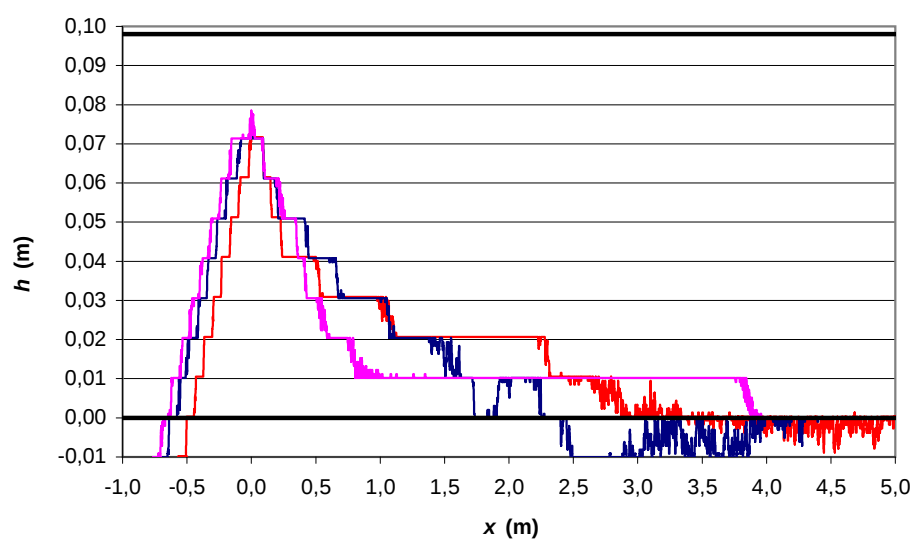
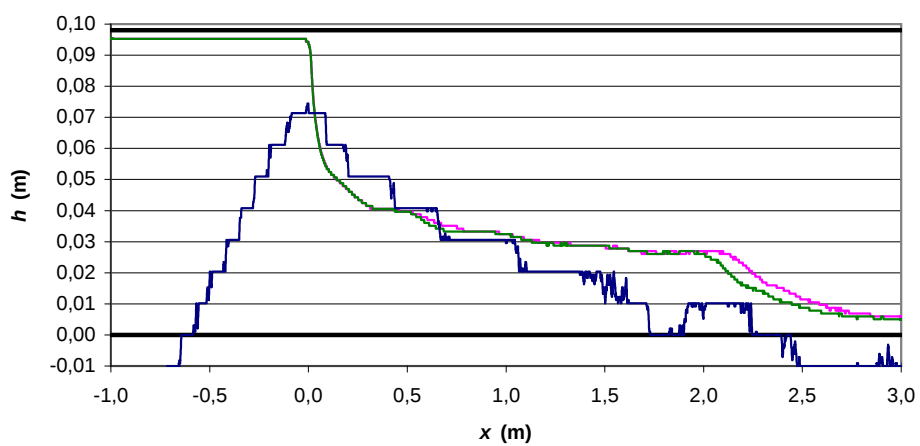
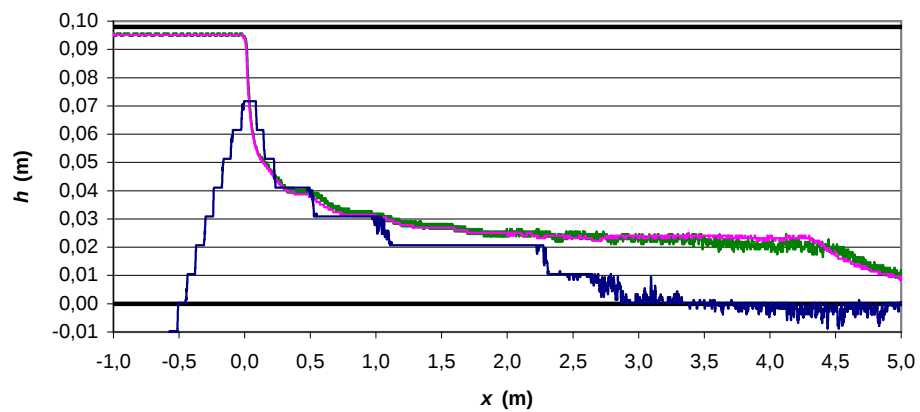




8,4° test6

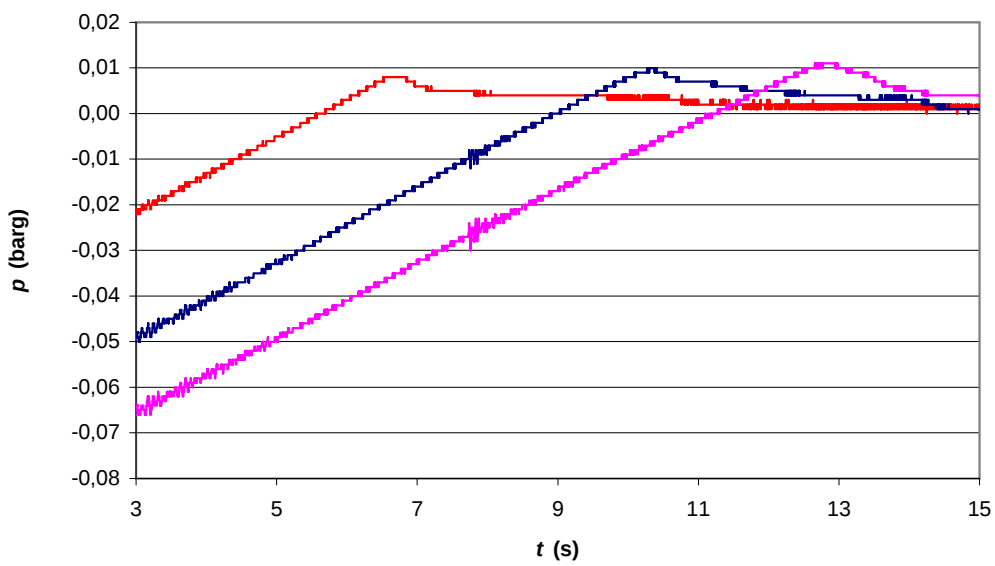
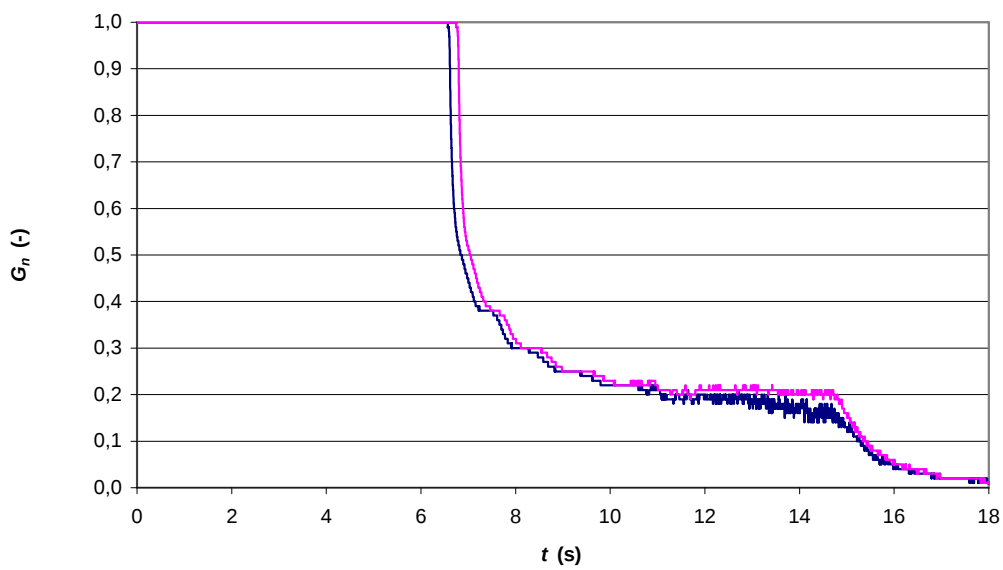
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,54	0,02
G1G3	0,537	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,58	0,09
p4	0,56	0,08

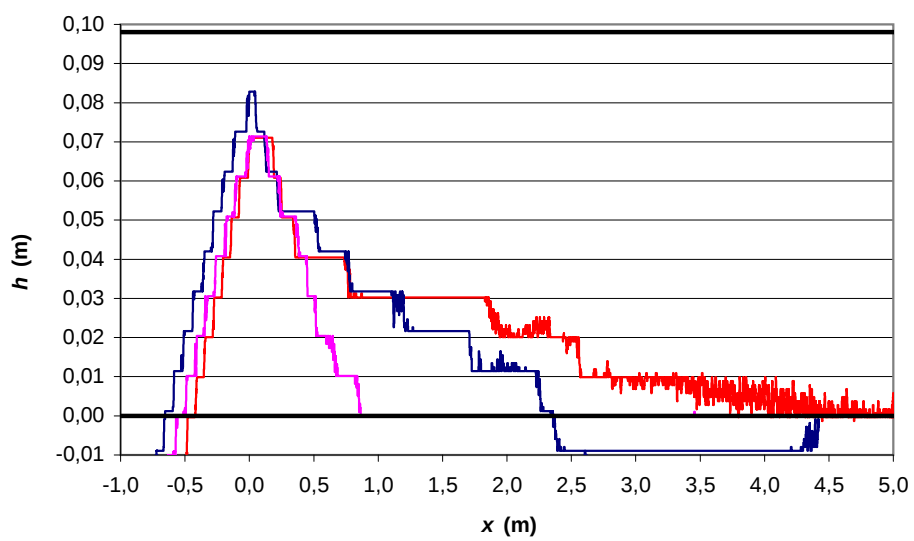
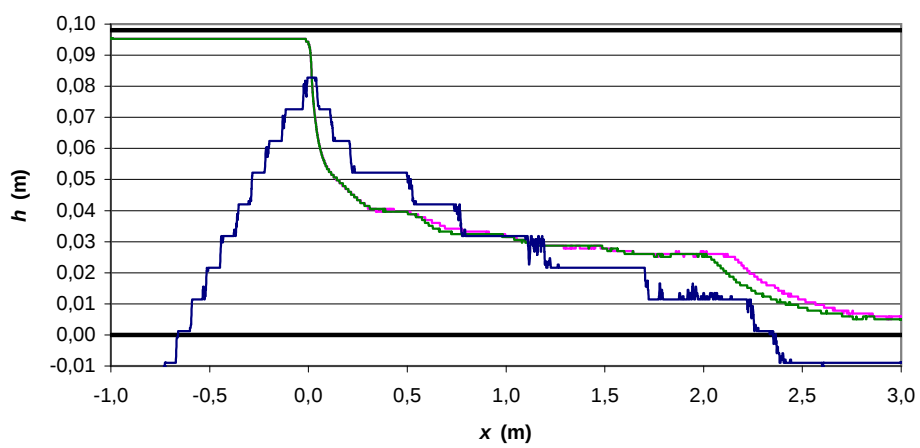
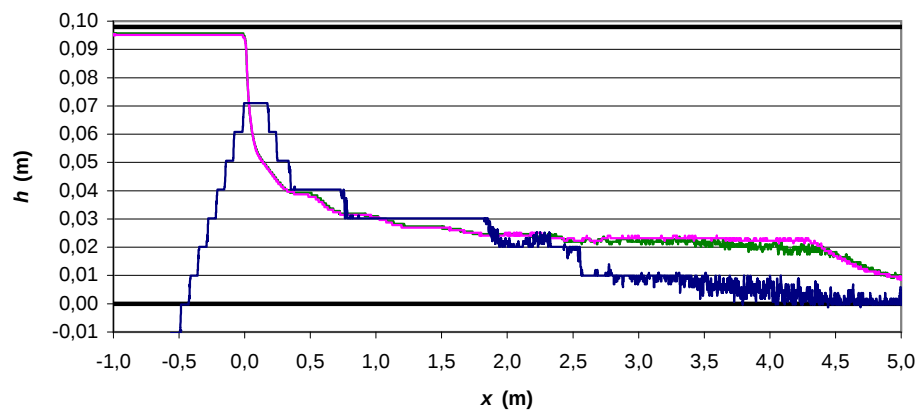




8,4° test7

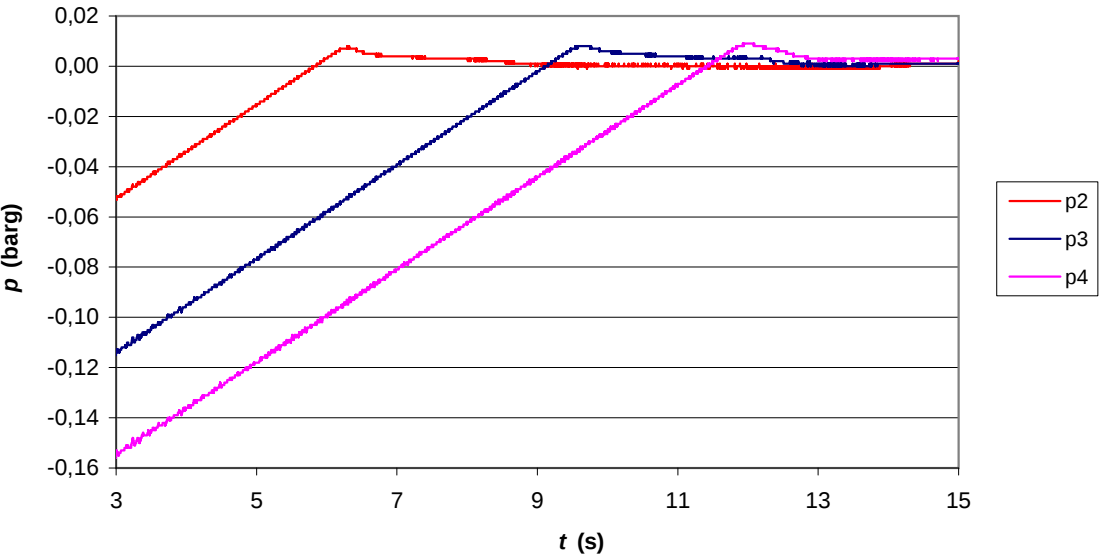
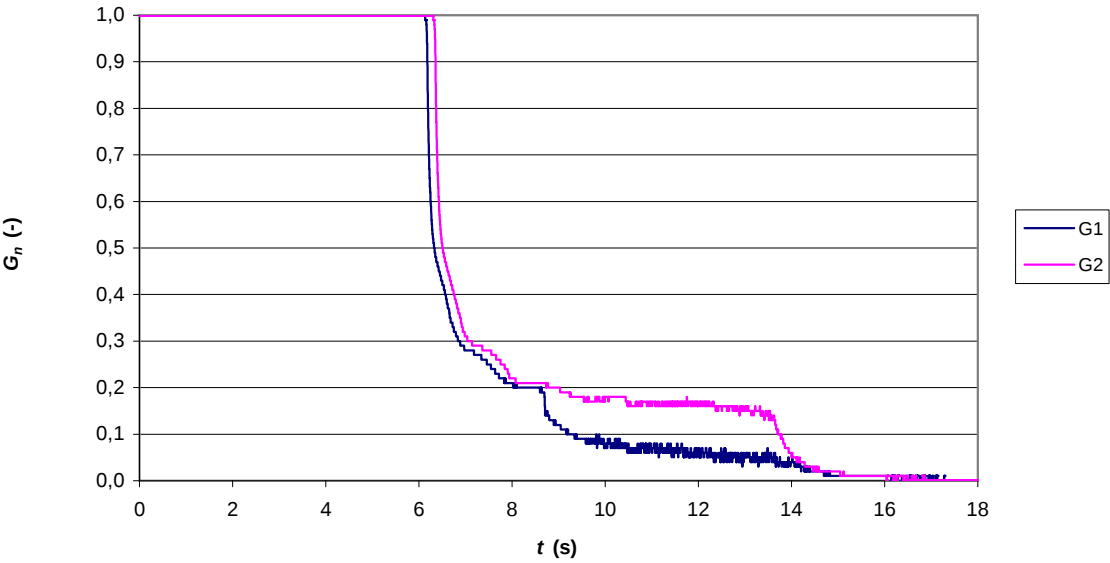
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,54	0,02
G3G4	0,54	0,02
G1G3	0,537	0,003
p2	0,58	0,09
p3	0,58	0,09
p4	0,56	0,08

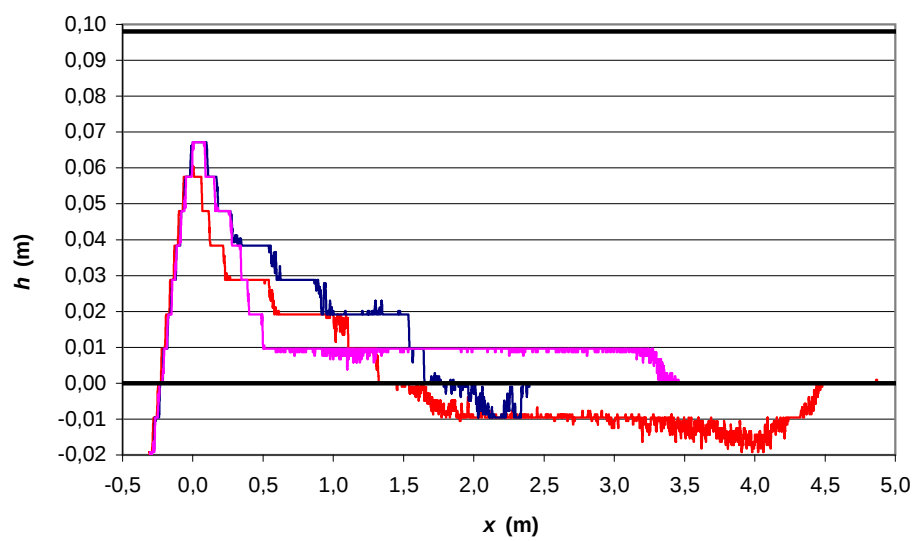
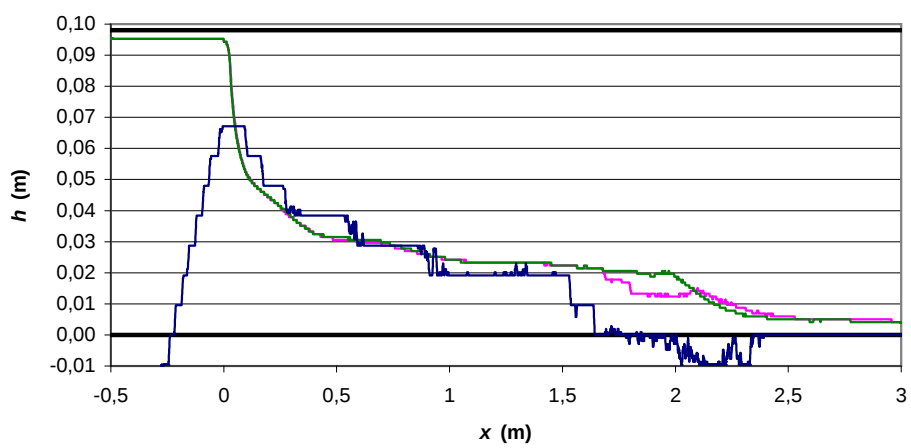
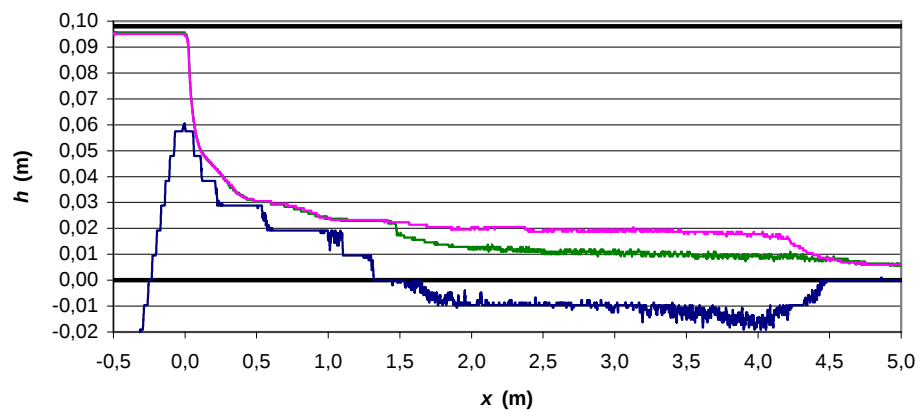




19,8° test1:

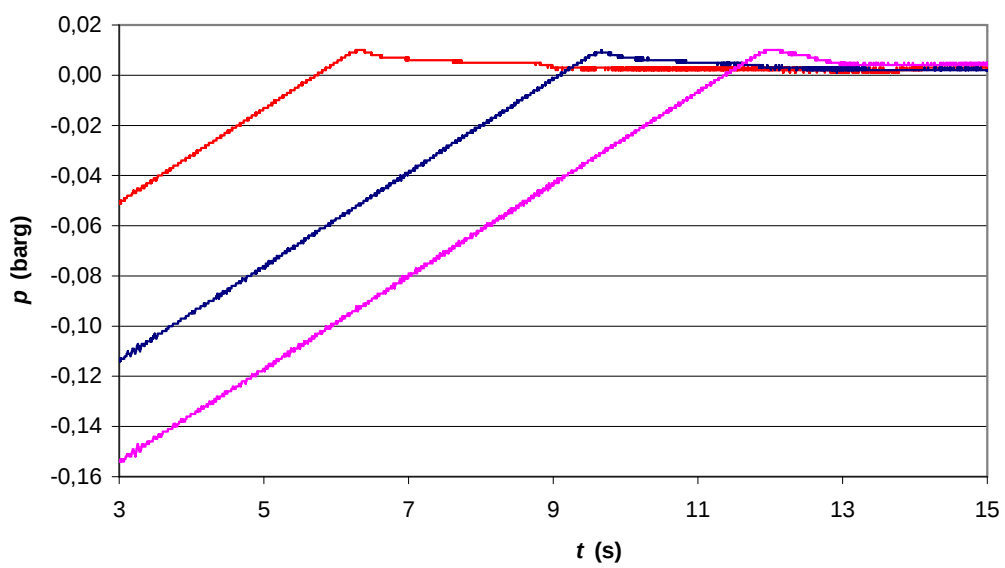
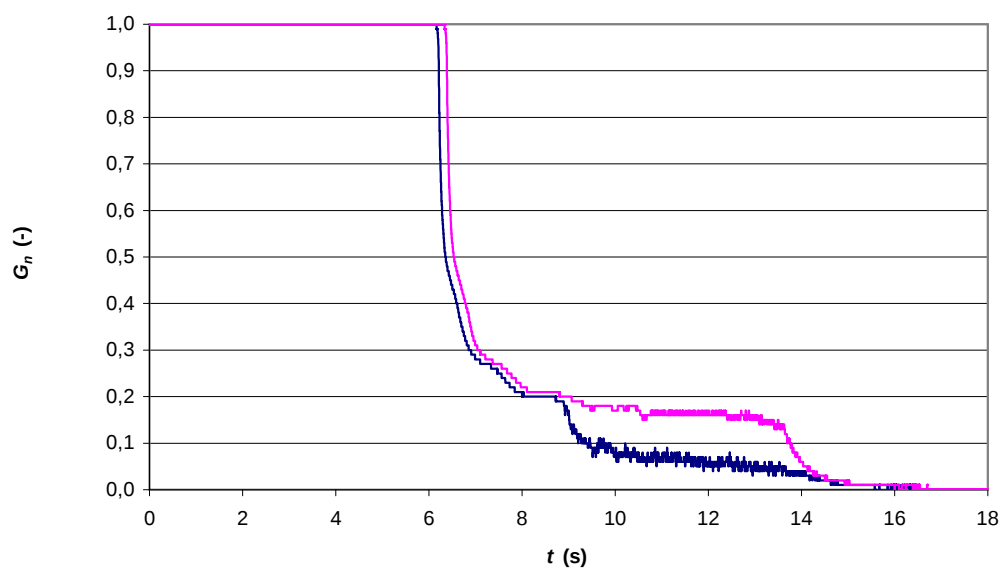
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,58	0,02
G1G3	0,573	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02

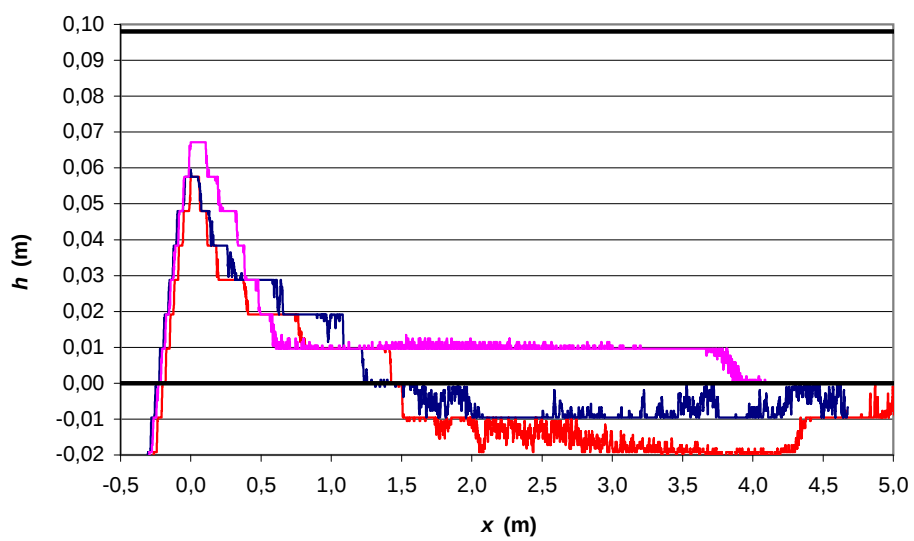
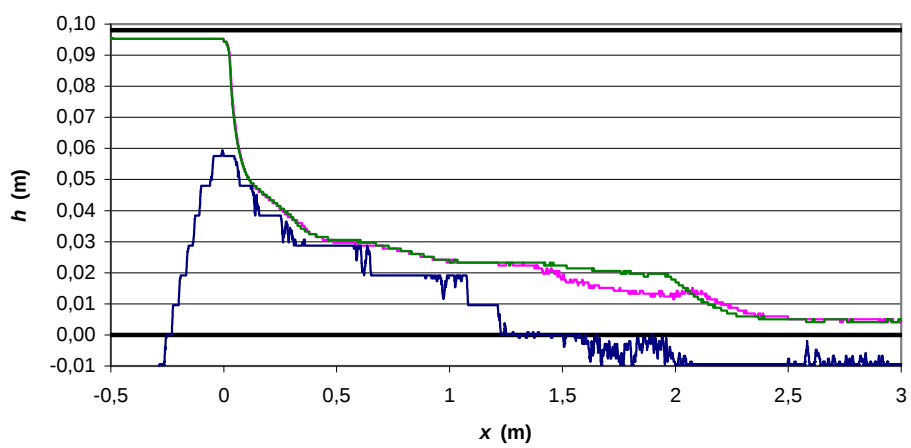
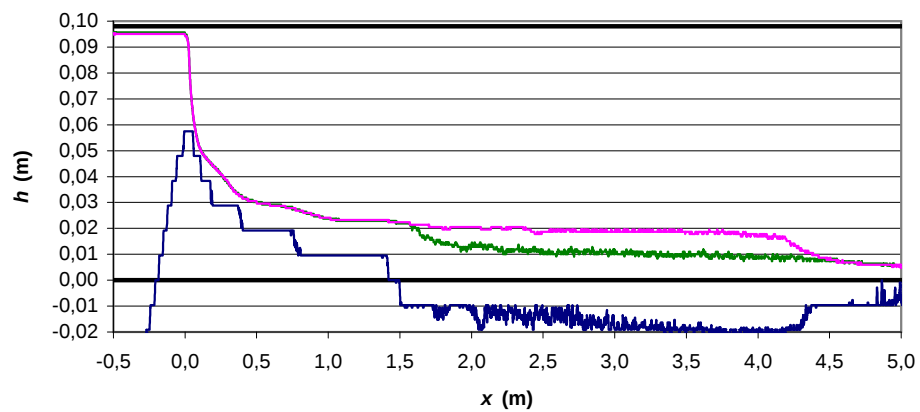




19,8° test2:

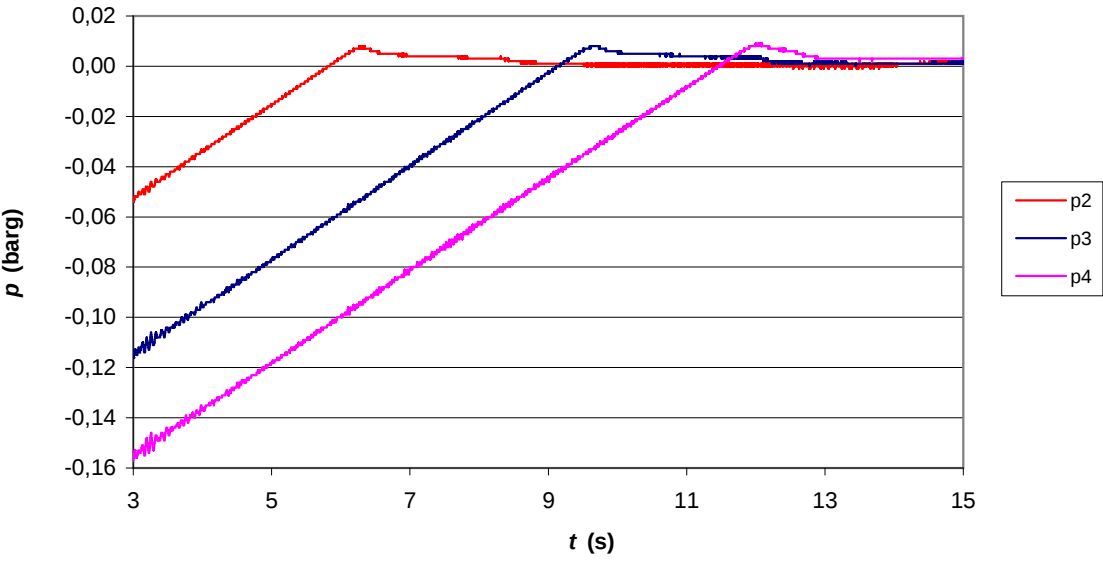
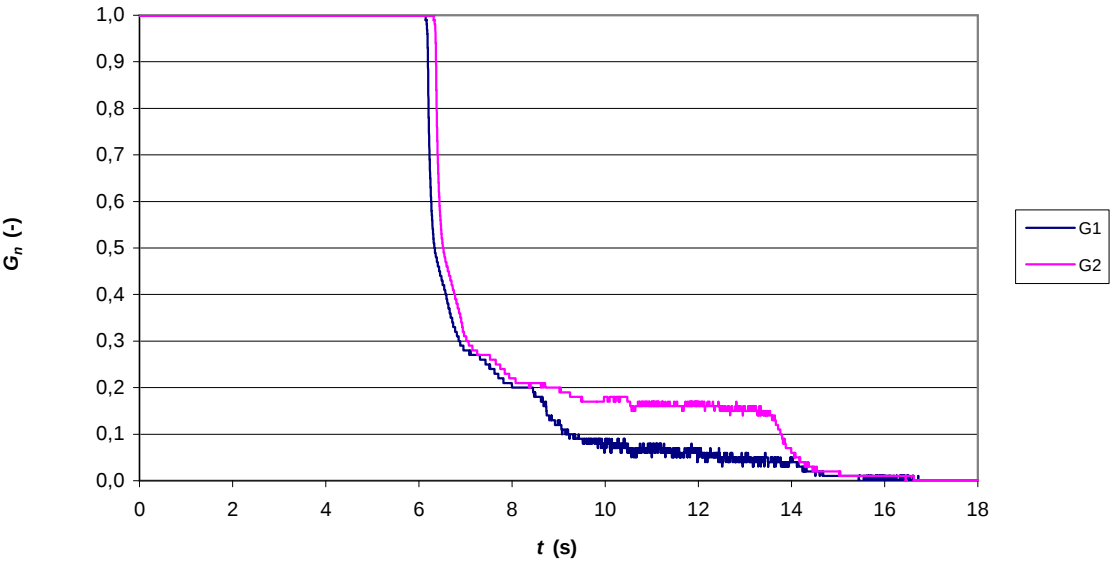
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,57	0,02
G1G3	0,574	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02

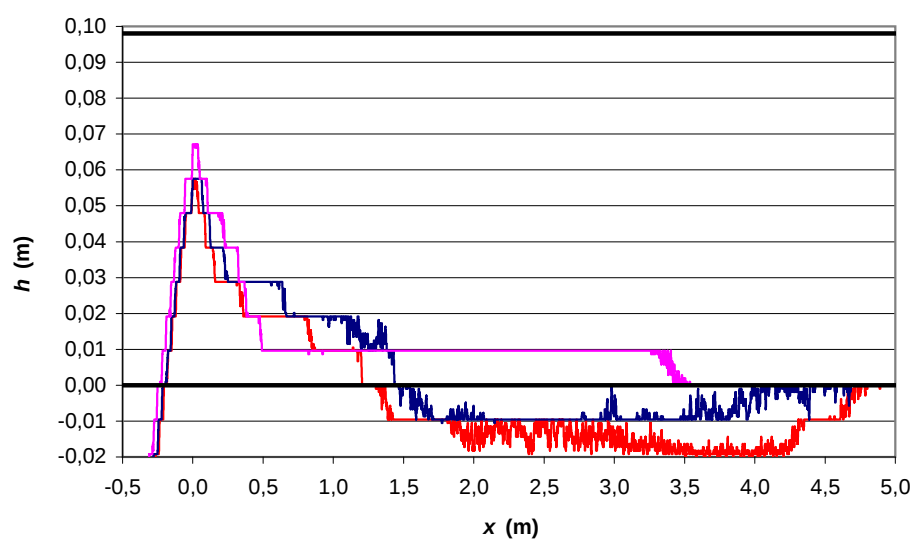
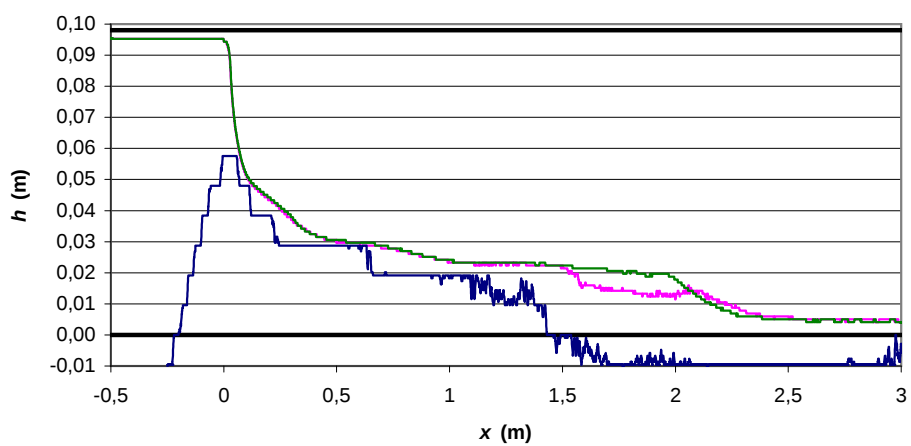
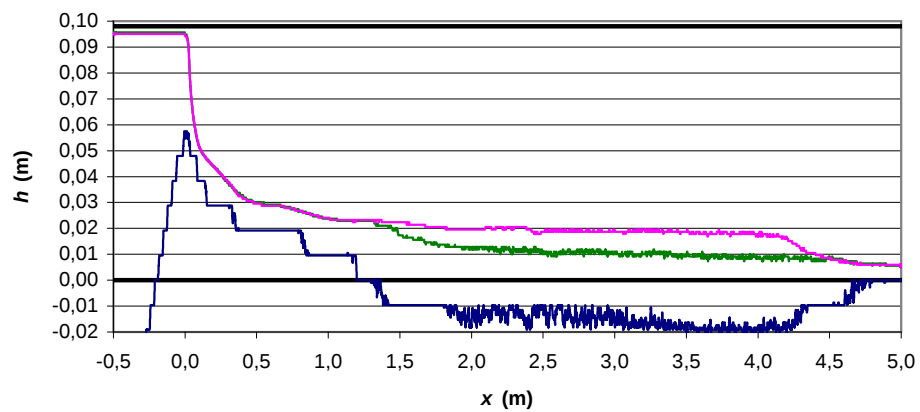




19,8° test3:

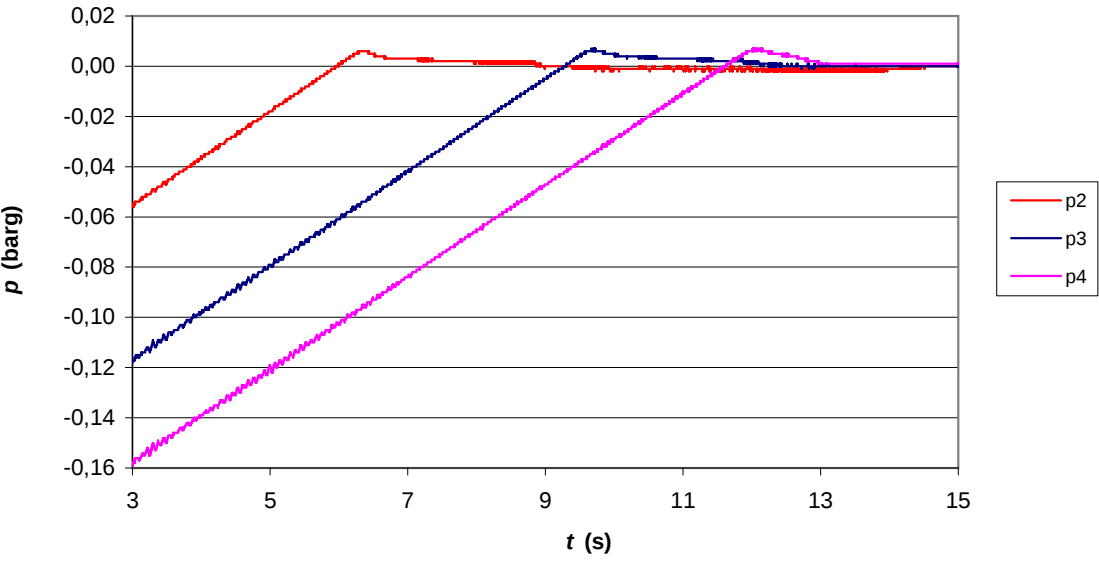
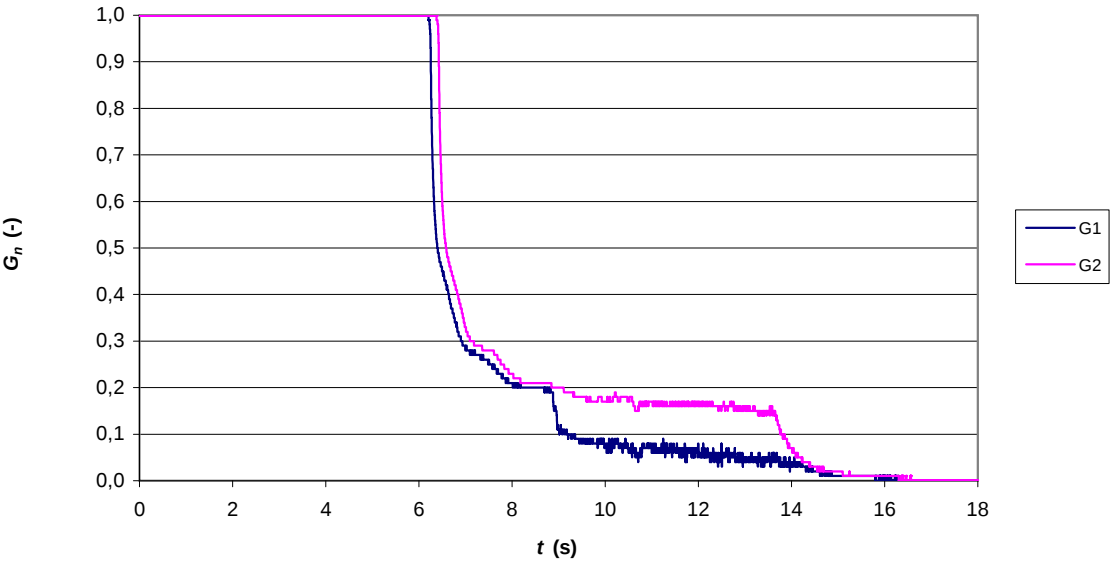
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,57	0,02
G1G3	0,572	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02

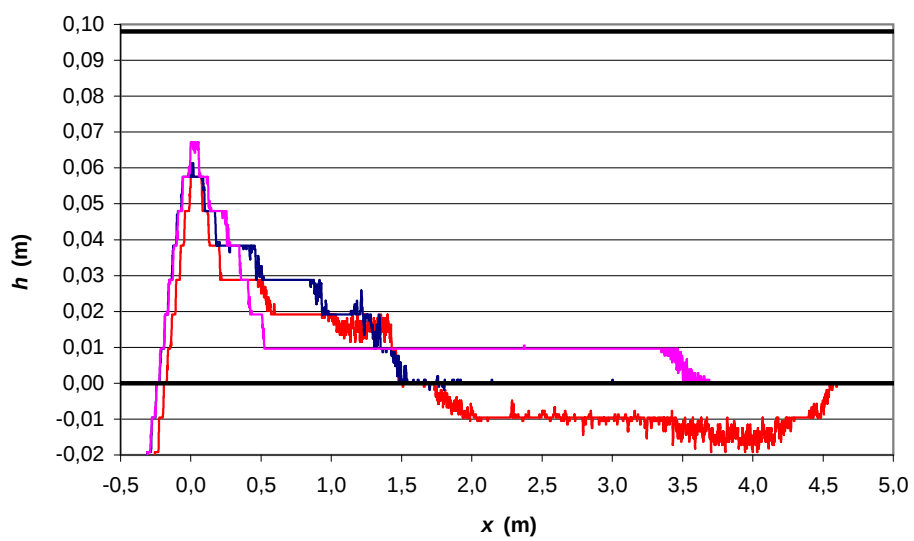
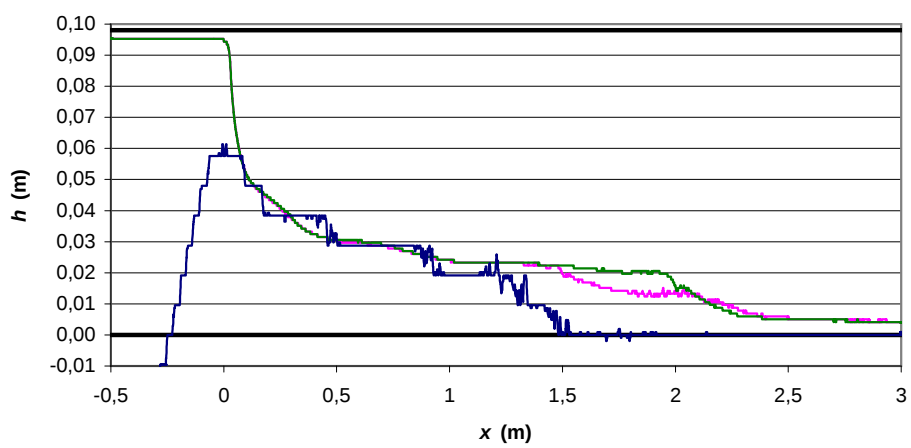
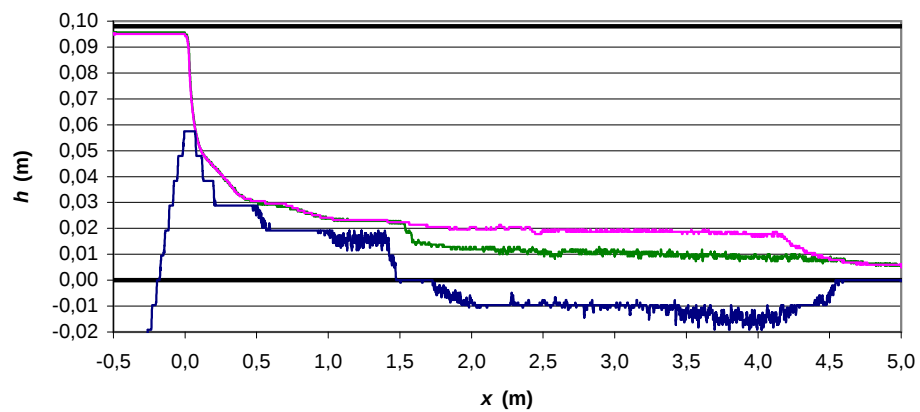




19,8° test4:

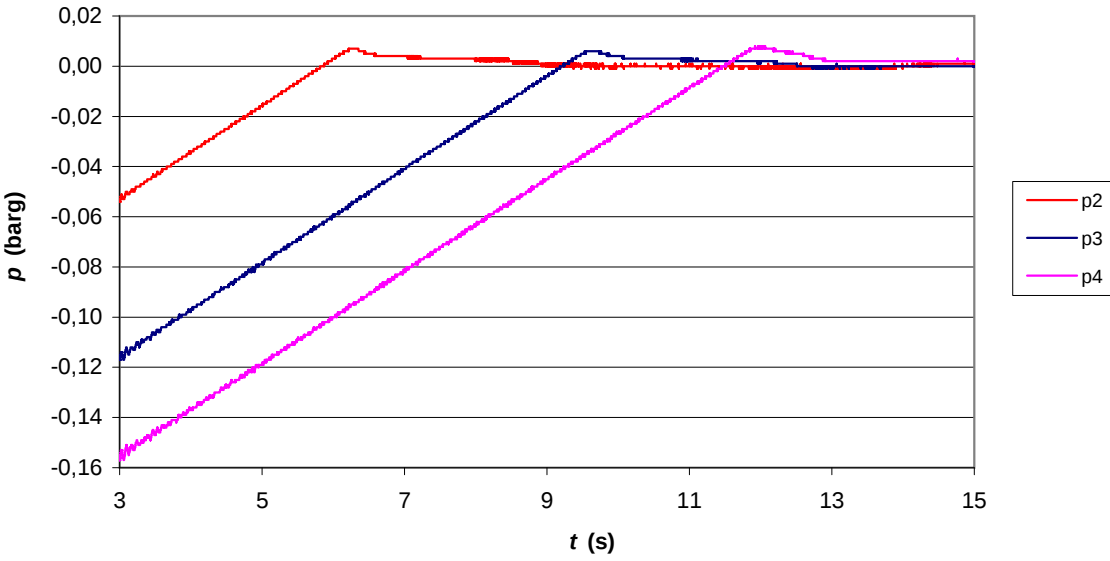
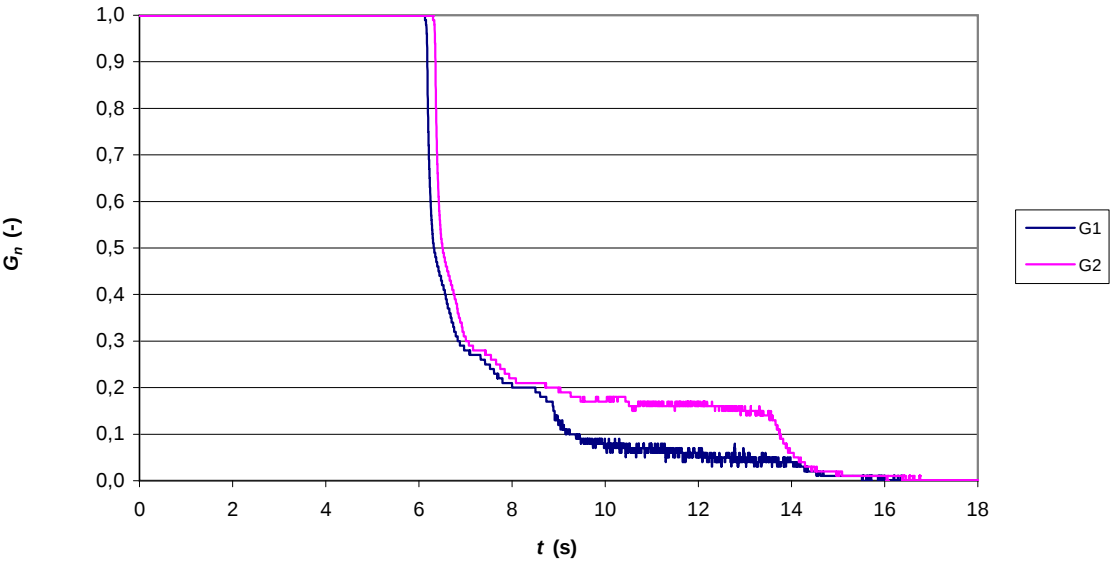
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,57	0,02
G1G3	0,572	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02

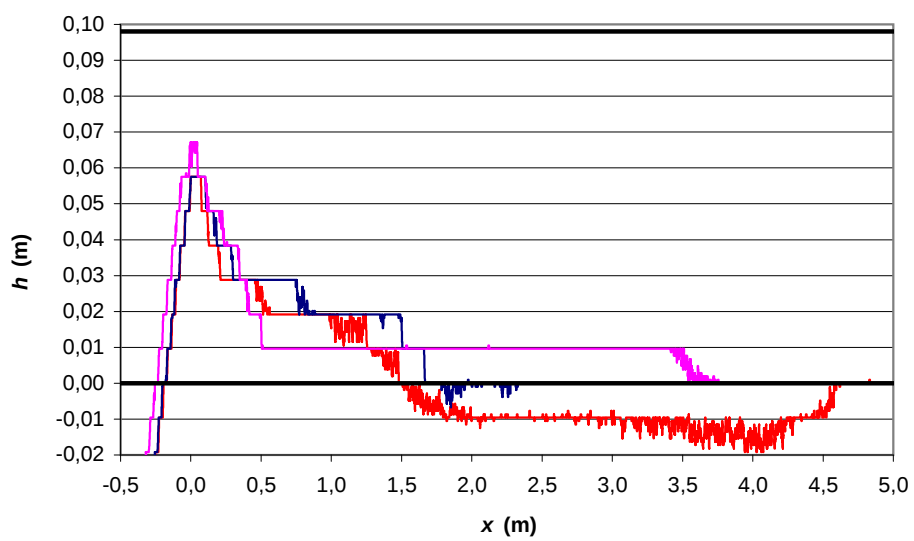
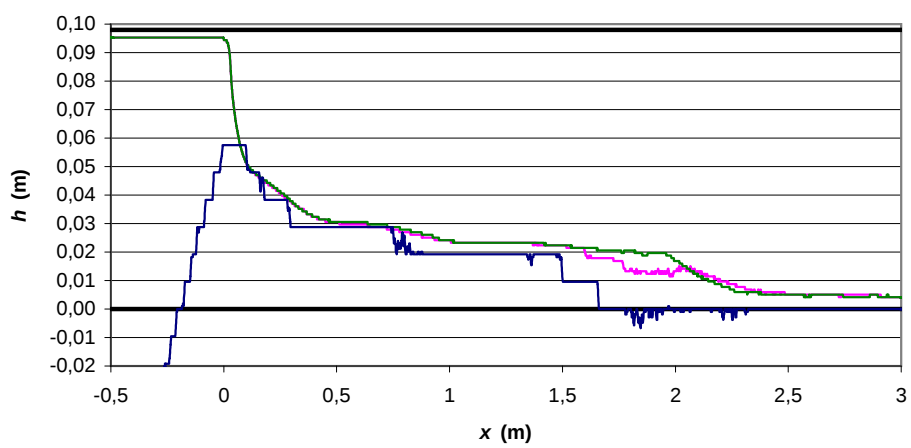
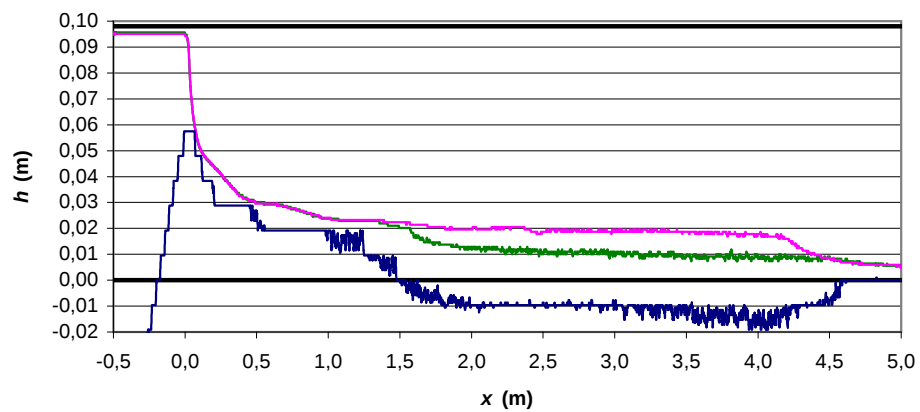




19,8° test5:

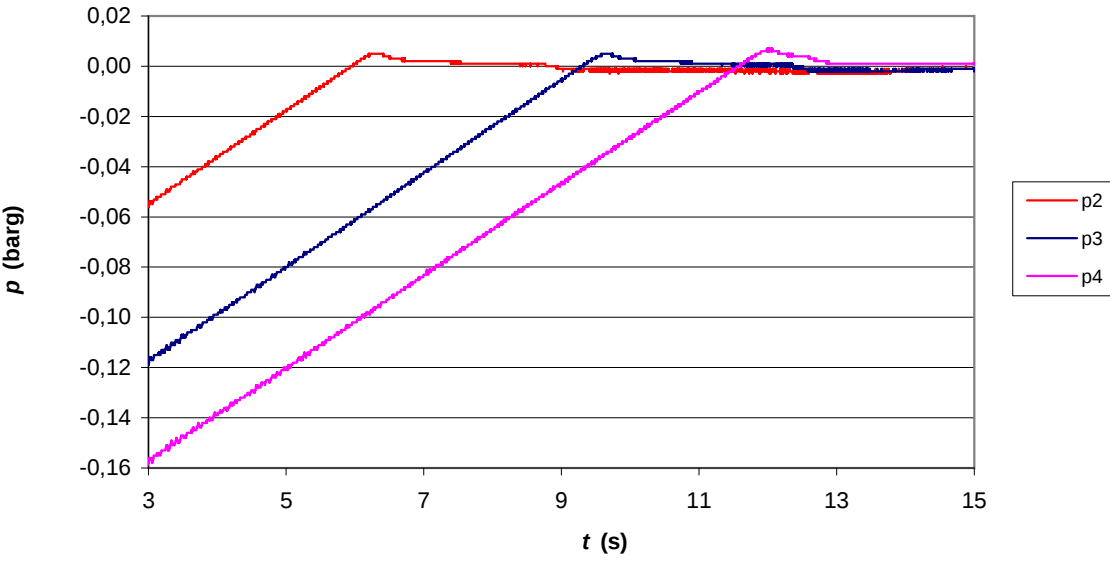
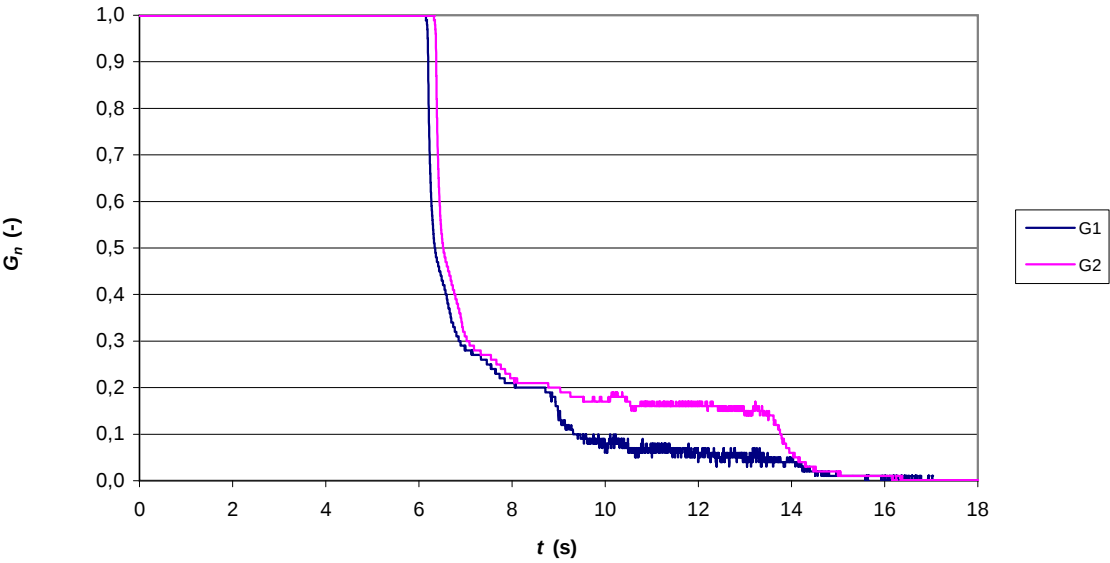
	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,57	0,02
G1G3	0,572	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02

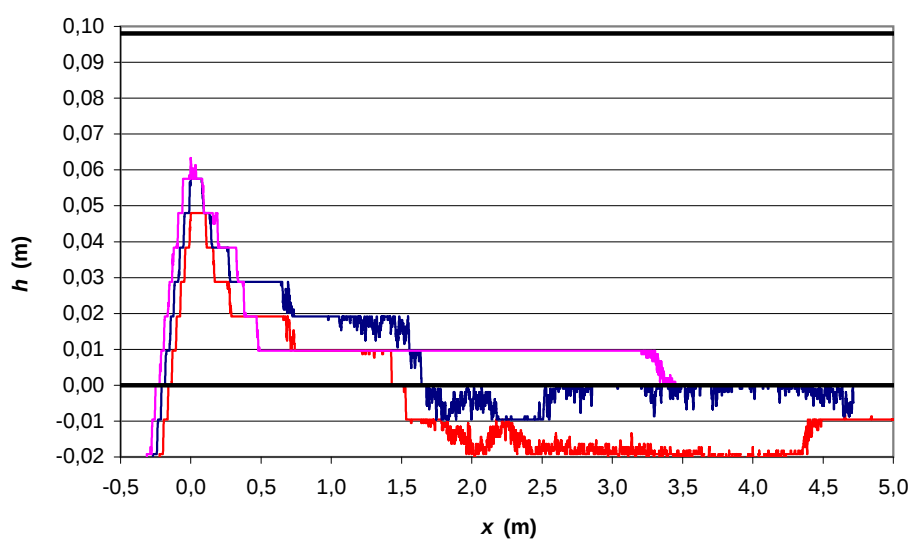
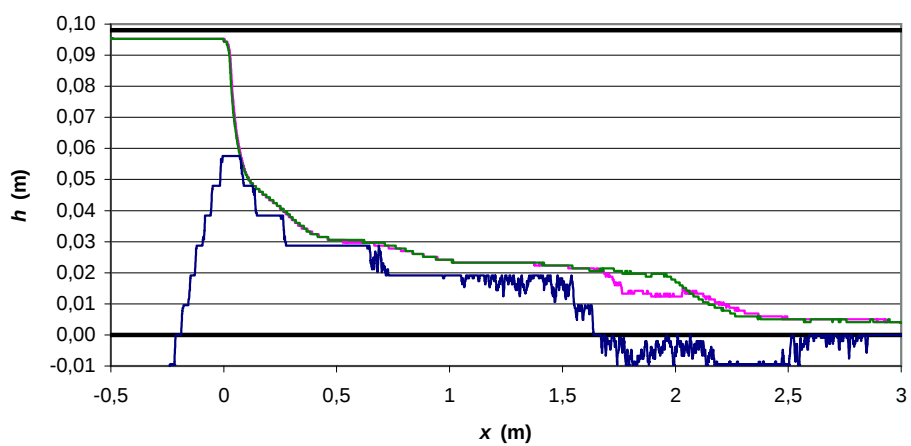
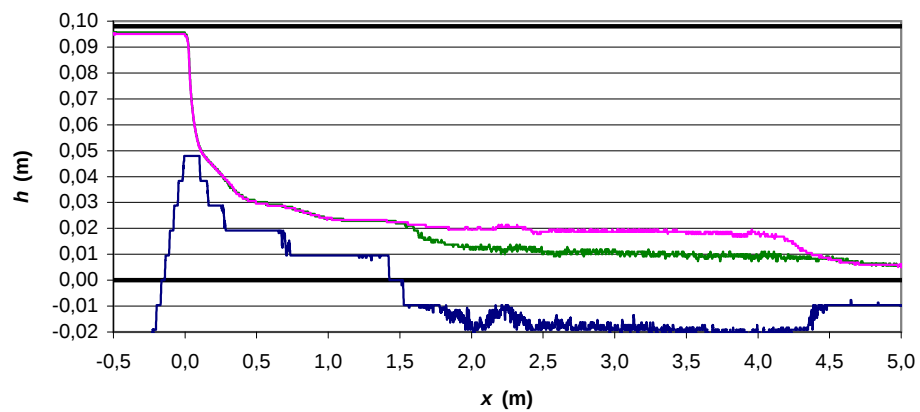




19,8° test6:

	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,57	0,02
G1G3	0,572	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02





19,8° test7:

	v (m/s)	Δv (m/s)
G1G2	0,57	0,02
G3G4	0,57	0,02
G1G3	0,572	0,004
p2	0,56	0,02
p3	0,56	0,02
p4	0,55	0,02

