

De evenveel-ladder.

Een leer/hulpmiddel voor rekenen; in het bijzonder voor stipsommen.



Een brug tussen de concrete leefwereld van het kind en de abstracte formule (som).

Praktijkonderzoek in het kader van de opleiding Master SEN

Naam student: Mariken Meijer-Ubbens (2173928)

Leerroute: Dyscalculiespecialist

Jaar: 2010-2011

Begeleid door: J.M.C.G van Vugt

Fontys Opleidingscentrum Speciale Onderwijszorg Tilburg.

Voorwoord

Een abstracte rekensom geeft de werkelijkheid weer in een context.
In een som gebeurt er iets met die context. De som is in beweging!

Kinderen met rekenproblemen missen aan de ene kant vaak het inzicht en begrip bij de abstracte rekensom en de veranderende realiteit aan de andere kant.

Daar ligt een taak voor het remediërende werken!

Stipsommen (ook wel vleksommen of puntsommen genoemd) vormen een onderdeel van dat abstracte rekenen en leveren toch een essentiële bijdrage aan het inzicht in bewerkingen.

Als je de stipsommen in al zijn variëteiten eenmaal goed beheerst, dan is de kans groter om de juiste notatievorm van de somformule te koppelen aan de context. Dit is belangrijk om de som op te kunnen lossen.

De praktijkervaring liet me zien, dat stipsommen moeilijk inzichtelijk te maken waren.

Voor mij was de uitdaging des te groter om een leermiddel te ontwerpen waarmee in ieder geval alle typen stipsommen inzichtelijk gemaakt kunnen worden.

Misschien is het door mij ontworpen leermiddel 'de evenveel-ladder' een eerste aanzet om die lastig uit te leggen stipsommen, die een voorloper zijn voor complexere opgaven, onder de aandacht te brengen.

Mariken Meijer-Ubbens,
mei 2011.

Inhoud

Voorwoord.....	1
Hoofdstuk 1 Inleiding.....	4
Hoofdstuk 2 Probleemstelling.....	6
2.1.Onderzoeksplanning.....	7
Hoofdstuk 3 Verantwoording van de probleemstelling.....	8
3.1. Operationalisatie van de probleemstelling.....	8
3.1.1. Nieuwswaarde.....	8
3.1.2. Theoretische relevantie.....	8
3.1.3. Praktische en maatschappelijke relevantie.....	9
3.1.4. Optimale opbrengst.....	9
Hoofdstuk 4 Achtergronden en theoretisch kader.....	10
4.1. Onderzoeksfunctie en onderzoeksstrategie.....	10
4.2. Domeinafbakening; de doelgroep.....	10
4.2.1. Beschrijving van de groep waar het onderzoek plaatsvindt.....	10
4.2.2. Kenmerken van de doelgroep in de context van het onderzoek.....	11
4.3. Definiëring belangrijkste termen en begrippen.....	12
4.3.1. Voorschoolse periode.....	12
4.3.2. Groep 1 en 2.....	13
4.3.3. Groep 3.....	14
4.3.4. Definiëring belangrijkste termen en begrippen.....	15
4.4. Toelichting op keuzes en vooronderstellingen.....	21
4.5. Theoretisch kader.....	22
4.4.1. Inclusie.....	23
4.4.2. Andere theorieën/ concepten/ modellen.....	23
Hoofdstuk 5 Methode.....	24
5.1. Deelvragen.....	24
5.2. Gegevensoverzicht en materiaalverzameling.....	26
5.2.1. Gegevensoverzicht en materiaalverzameling voor deelvraag 1.....	26
5.2.2 Tussentijdse observaties.....	27
5.2.3. Gegevensoverzicht en materiaalverzameling voor deelvraag 2.....	28
5.2.4. Gegevens overzicht en materiaalverzameling voor deelvraag 3.....	30
5.3. Analyse van de gegevens (data-analyse).....	35
5.4. Resultaten van het onderzoek per deelvraag.....	35
5.4.1. Resultaten deelvraag 1.....	35
5.4.2. Resultaten deelvraag 2.....	38
5.4.3. Resultaten deelvraag 3.....	39
5.5. Interpretatie van de resultaten.....	41
5.5.1. Betrouwbaarheid.....	41
5.5.2 . Validiteit.....	41
Hoofdstuk 6: Conclusies.....	44
6.1 De belangrijkste uitkomsten.....	44
6.2. Herkenbaarheid van de uitkomsten van het onderzoek.....	45
6.3. De mogelijke betekenis van de uitkomsten van het onderzoek voor de praktijk van het onderwijs.....	45
Hoofdstuk 7. Discussie en reflectie.....	46

7.1. Discussie onderzoek	46
7.2. Reflectie op eigen leerproces	48
Samenvatting	49
Bijlage 1	52
Bijlage 2	53
Bijlage 3	54
Bijlage 4 Bussommen (klassikaal)	55
Bijlage 5 Resultaten van de bussommen (van bijlage 1 en 2).....	57

Hoofdstuk 1 Inleiding

Het onderzoek gaat over het ontwikkelen van begrip van de rekentaal en bewerkingstekens in een formule, die meestal 'som' genoemd wordt.

'Stipsommen' (zie bijlage 1) vormen een uitzonderlijk goed hulpmiddel om te onderzoeken hoe het begrip van leerlingen is op het gebied van rekentaal en bewerkingstekens.

Het is mij al eerder opgevallen dat het oplossen van bepaalde stipsommen veel problemen geeft.

Deze problemen komen zelfs nog voor bij leerlingen in groep 8.

Ook bij schijnbaar goed opgeloste stipsommen is het zinvol de leerling te vragen naar zijn oplossingsstrategie. Het blijkt meer dan eens dat het antwoord wel goed is maar dat de leerling een verkeerde oplossingsstrategie heeft gebruikt die per ongeluk in een aantal gevallen, een goed antwoord geeft.

Zo ontstaat het idee bij de leerkracht, als deze het schriftelijk gemaakte werk nakijkt, dat de betreffende leerling de sommen begrepen heeft. De leerling krijgt 'een krul' bij het gemaakte werk en denkt dat zijn/ haar oplossingsstrategie de juiste is en zal dergelijke sommen in het vervolg net zo oplossen want de sommen zijn 'correct' bevonden door de leerkracht.

Dit heeft bij mij de vraag opgeroepen of er bij deze leerlingen wel voldoende begrip aanwezig is van de bewerkingen in context met de formule en of ze de symbolen en de rekentaal in de formule wel snappen.

In het bijzonder vraag ik mij dit af hoe dit bij de zwakke rekenaars is.

De stipsommen zijn daarom als uitgangspunt genomen voor mijn onderzoek. Door de leerlingen hun oplossingsstrategie te laten verwoorden bij de diverse stipsommen denk ik erachter te kunnen komen hoe het inzicht en begrip is van een som/formule.

Als blijkt dat de leerlingen niet over een goed inzicht /begrip beschikken bij het oplossen van stipsommen, zal ik op zoek gaan naar een leermiddel om hen hierbij te ondersteunen.

Mijn leervragen om onderzoek te leren doen zijn:

- hoe kan ik de verkregen gegevens goed analyseren?
- hoe maak ik het onderzoek niet te groot?
- hoe kan ik door mijn onderzoek een aanzet geven voor verder onderzoek?

Korte beschrijving van de hoofdstukken:

In hoofdstuk 2 beschrijf ik de probleemstelling die ik geformuleerd heb rond rekentaal en de bewerkingstekens. Ook geef ik aan dat het beheersen van de rekentaal niet vanzelfsprekend is. Ik geef hiervan een aantal voorbeelden.

In hoofdstuk 3 ga ik hier verder op in, door aan te geven waarom ik denk dat het belangrijk is om hier veel aandacht aan te besteden.

Ik beschrijf dat begrip van de rekentaal nodig is om de transfer te maken van de realiteit naar een som en andersom.

Verder geef ik aan dat 'stipsommen' bij uitstek typen sommen zijn om de rekentaal te leren begrijpen.

In hoofdstuk 4 geef ik aan wat er op het gebied van rekentaal en stipsommen bekend is in de literatuur.

In hoofdstuk 5 beschrijf ik de methode die ik heb gevolgd om mijn onderzoek uit te kunnen voeren.

Aan de hand van stipsommen wil ik bekijken over welk begrip/inzicht leerlingen beschikken bij het maken van stipsommen en welke oplossingsstrategie ik ga aanbieden als dit niet aanwezig is.

In hoofdstuk 6 staan de conclusies van het uitgevoerde onderzoek; namelijk dat stipsommen laten zien dat het vaak ontbreekt aan begrip van wat rekenkundige bewerkingen betekenen.

In hoofdstuk 7 stel ik mijn onderzoek ter discussie en geef mijn reflectie daarop. De ontwikkelde evenveel- ladder biedt perspectief voor het oplossen van (lastige) stipsommen en het kan het begrip vergroten van rekenkundige bewerkingen.

Hoofdstuk 2 Probleemstelling

Begrip van de rekensymbolen is nodig om sommen (formules) te kunnen begrijpen en op te kunnen lossen.

Begrip van de rekentaal is dus noodzakelijk.

Met begrip van de rekentaal bedoel ik dat het kind de rekenkundige bewerkingen begrijpt. Wanneer een leerling de rekentaal begrijpt, is hij/zij in staat om opgaven te maken die gaan over hetzelfde begripsmatige onderwerp, ook al wijken deze opgaven in de vorm af van eerdere opgaven.

Zoals Groenesteijn beschrijft (Volgens Bartjens, jaargang 29, nr. 1), worden in groep 3 de bewerkingstekens geïntroduceerd.

De indruk bestaat bij mij dat te snel voorbij gegaan zou kunnen worden aan het begrip van deze bewerkingstekens. 'Erbij' (+) en 'eraf' (-) lijken simpel; de kinderen gebruiken deze begrippen in verhalen die verteld worden tijdens hun spel.

Het lijkt erop dat op het moment dat dit verhaal 'op papier' gezet wordt, het voor veel leerlingen niet meer een verhaal uit de werkelijkheid is. Dit valt vooral op als de formule in een andere vorm aangeboden wordt dan het standaard somtype A (zie bijlage 1).

Bij navraag bij leerkrachten blijkt meer dan eens dat de leerlingen de rekentaal niet goed beheersen. Er blijkt soms een aangeleerd trucje toegepast te worden terwijl er geen sprake van begrip is van dat trucje.

Zonder begrip van de rekentaal is de leerling aangewezen op het gebruik van trucjes. Dat kan een tijd goed gaan, zolang als de vorm van de opgave als het ware past bij het trucje.

Wanneer de vorm van de opgaven niet meer past bij het trucje, dan ontstaat een fout antwoord of kan zelfs een verkeerde denkstrategie ontwikkeld worden als deze niet op tijd onderkend wordt.

Het kan ook voorkomen dat de leerling bij opgaven een oplossingsstrategie heeft bedacht die totaal fout is maar wel 'toevallig' steeds het goede antwoord geeft.

De situatie ontstaat dan dat zowel de leerkracht als de leerling onafhankelijk van elkaar denken dat de som op de juiste manier opgelost is.

De leerling ervaart bevestiging bij deze oplossingsstrategie (proces van het denken) want het antwoord wordt immers goed gevonden!

De leerkracht gaat er vanuit dat het goede antwoord (kwaliteit) hoort bij een goede oplossingsstrategie.

En de leerling.....die zal deze manier blijven gebruiken want het antwoord is immers goed bevonden!

Het verbaast mij steeds meer, dat verkeerde oplossingsstrategieën in formele sommen zelfs nog in de bovenbouw van de basisschool voorkomen, terwijl het vaak om hele basale rekenopgaven gaat, die in iets eenvoudiger variant in groep 3/ 4 al aangeleerd worden als de formele rekensommen.

Je zou verwachten dat dit iets is wat eigenlijk alleen zou voorkomen in de onderbouw omdat hier de basis gelegd wordt voor de formele som en de kale formule betrekkelijk eenvoudig lijkt.

Daarom ben ik ook erg nieuwsgierig geworden hoe in groep 3 de overgang van de informele handeling naar de formele rekensom verloopt.

Ook in mijn praktijksituatie als remedial teacher ben ik alert, om tijdens een rekenonderzoek in ieder geval van de kale optel- en aftelsommen de oplossingsstrategie door de leerling te laten verwoorden. Je staat soms verbaasd welke oplossingsstrategieën toegepast worden!

In mijn onderzoek zal het uitvoeren van stipsommen centraal staan. Stipsommen kunnen door hun vorm bij uitstek gebruikt worden om te achterhalen of de rekentaal begrepen wordt.

In de beschrijving van mijn onderzoek worden deze 'somsoorten' en 'somentypen' veel gebruikt. Ik verwijs daarom veelvuldig naar bijlage 1.

2.1.Onderzoeksplanning

Allereerst zal ik een klassikaal onderzoek afnemen in groep 3. Hier zullen vier somtypes (zie hoofdstuk 5 en bijlagen 2 en 3) aangeboden worden met een uitkomst die niet boven het aantal '10' uitkomt.

Naar aanleiding van deze afname zullen de resultaten bekeken worden en zal een analyse gemaakt worden van de uitkomsten. Aan de hand van deze uitkomsten zal er met maximaal vier leerlingen individueel verder gewerkt worden om te bekijken hoe zij de rekentaal bij stipsommen toepassen. Er zullen maximaal vijf sessies aan besteed worden.

In de eerste sessie zullen vooral de foutgemaakte opdrachten met de leerlingen doorgenomen worden aan de hand van een diagnostisch gesprek.

Daarna ga ik bekijken wat nodig is voor het vervolg onderzoek.

Dit is afhankelijk van de uitkomst van de diagnostische gesprekken.

Het kan zijn, dat ik het accent ga leggen op een bepaald type stipsom en bekijk hoe ik hier met de leerlingen een geschikte oplossingsstrategie kan vinden als dit nodig zou zijn.

Ook kan eventueel een nieuw te ontwerpen leermiddel ingezet worden.

Ik wil het gehele onderzoek in een tijdsbestek van maximaal 2 ½ maand afronden.

Hoofdstuk 3 Verantwoording van de probleemstelling

3.1. Operationalisatie van de probleemstelling

Mijn probleemstelling heb ik als volgt geformuleerd:

Ik onderzoek het begrip van de rekentaal bij kinderen met (ernstige) rekenproblemen of dyscalculie

- omdat ik wil weten welke factoren een rol spelen bij het (niet) begrijpen van rekentaal en de bewerkingstekens (met name +,- en = (tot het getal 20) in formules/ bewerkingen door kinderen met (ernstige) rekenproblemen of dyscalculie

- teneinde bij te dragen aan het begrijpelijk maken van rekentaal voor kinderen met dyscalculie.

3.1.1. Nieuwswaarde

Mijn onderzoek heeft denk ik zeker nieuwswaarde.

De ervaring is dat het uitleggen van stipsommen aan kinderen met een zwak rekeninzicht, niet eenvoudig is. Door het ontwikkelen van de evenveel- ladder hoop ik visueel en al handelend stipsommen inzichtelijk te kunnen maken.

3.1.2. Theoretische relevantie

De specifieke kennis van de rekentaal (getallen, bewerkingen-, en relatietekens) is nodig om logische relaties te kunnen formaliseren. Het begrijpen en toepassen van de rekentaal is een voorwaarde om tot geformaliseerde opgaven te komen. Het kunnen transformeren van de realiteit naar de formule komt voor bij redactiesommen, die juist veel voorkomen bij het realistisch rekenonderwijs. Dit toon ik aan in het volgende voorbeeld aan de hand van een Cito-reken opgave.

Voorbeeld van Cito M-5:



Wat is het antwoord op de vraag van meneer Kees?

De somnotatie die de oplossing kan geven: $\cdot + 2 = 300$.

Andersom moet ook van een formule naar de realiteit gedacht kunnen worden. Dit is vooral nodig bij het oplossen van 'stipsommen'. De theorie die aansluit bij mijn onderzoek is de handelingsleertheorie (dit wordt verder toegelicht in hoofdstuk 4).

3.1.3. Praktische en maatschappelijke relevantie

Leerkrachten ervaren veel problemen bij de uitleg van de stipsommen. Vooral bij zwakke rekenaars is dit een lastige opgave.

Het kunnen omzetten van de realiteit in een formule komt veel voor bij de Cito-toetsen. Het maken van deze opgaven leidt bij veel leerlingen tot stress en 'niet snappen' omdat de vertaalslag van de realiteit naar de formule voor veel leerlingen een lastige opgave is.

In de rekenmethodes wordt incidenteel aandacht besteed aan de betekenis van bewerkingstekens in een som. Dit wordt niet modulair opgebouwd en aangeboden.

3.1.4. Optimale opbrengst

De belangrijkste uitkomst uit mijn onderzoek zal moeten zijn, dat er een oplossing is om begrip te bevorderen zodat de leerlingen stipsommen kunnen aken en er mogelijk makkelijker een vertaalslag gemaakt kan worden van de verhaalsom naar een formule.

Hoofdstuk 4 Achtergronden en theoretisch kader.

4.1. Onderzoeksfunctie en onderzoeksstrategie.

Het onderzoek dat ik uitvoer is een praktijkonderzoek waarbij ik gegevens verzamel van leerlingen uit groep 3 die in het stadium zijn waarin zij +/- sommen leren.

In het onderzoek richt ik mij vooral op dat deel waarin de leerlingen kennis gaan maken met de som als formule; dus waarin het informele handelen overgaat naar het formele rekenen.

Ik ga bekijken hoe de leerlingen betekenis geven aan de bewerkingstekens (+, - en =) bij somsoorten A en een deel van somsoort B (zie bijlage 1).

In het begin van mijn onderzoek wil ik vooral bekijken hoe het met het begrip van de bewerkingstekens is. Als de uitkomst boven de tien ligt, is een complicerende factor dat er over de 10 gegaan moet worden. Deze complicerende factor wil ik uitsluiten. De nadruk wil ik leggen op het begrip van de bewerkingstekens. Daarom heb ik voor sommen gekozen waarbij de uitkomst onder de 10 ligt. Later in het individuele onderzoek gebruik ik ook sommen met een uitkomst tot 20.

Verder wil ik bekijken hoe leerlingen tot de bepaalde oplossingen komen en of ik daarbij eventueel een leerhulpmiddel kan bedenken om hen extra te ondersteunen bij het maken van sommen.

Het onderzoek heeft dus een ontwikkelingsgericht karakter; het vindt plaats in de eigen context en heeft overwegend een kwalitatief karakter.

Ik sluit aan bij op wat dat moment geleerd wordt in groep 3 en bekijk hoe dit leerproces verloopt bij de groep.

Aansluitend zal ik bij een viertal zwakke rekenaars verder onderzoek doen naar hun oplossingsstrategieën en hen zo nodig ondersteunen bij het vinden van een juiste oplossingsstrategie.

Het onderzoek heeft kenmerken van:

- een exploratief onderzoek; er wordt bekeken hoe de leerlingen betekenis geven aan de bewerkingstekens
- een ontwerp onderzoek; er wordt bekeken of ik een hulpmiddel kan bedenken om de leerlingen te ondersteunen
- een experimenteel onderzoek; er wordt bekeken of het hulpmiddel dat wordt aangeboden aan de vier zwakke rekenaars, de juiste ondersteuning biedt.

4.2. Domeinafbakening; de doelgroep.

4.2.1. Beschrijving van de groep waar het onderzoek plaatsvindt.

De school waarin deze groep 3 zit, staat in Bussum.

Direct naast deze klas, in het gebouw, zit een parallelklas van groep 3. Twee ervaren leerkrachten bemensen de groep 3 waarin ik het onderzoek doe.

De groep is een redelijk complexe groep.

De groep bestaat uit 29 leerlingen en wordt gekenmerkt als een bewerkelijke, drukke groep. Er zijn een aantal leerlingen die extra aandacht nodig hebben.

Er is een gediagnostiseerde ADHD-leerling en een leerling die nog niet gediagnostiseerd is met ADHD maar dit naar alle waarschijnlijkheid wel heeft. Verder zit er in de groep een hoogbegaafde leerling en een leerling met waarschijnlijk aanzienlijke dyslexieproblematiek en een leerling die een sensomotorische integratie stoornis heeft.

Voor een aantal leerlingen geldt, dat ze moeite hadden met het bijdragen aan een positieve sfeer in de groep. De leerkrachten hebben vanaf het begin van groep 3 prioriteit gegeven aan een goede sfeer en duidelijke structuur in de groep. Na de herfstvakantie merkten de leerkrachten op, dat dit hen gelukt is. Het blijft evenwel een groep die bewerkelijk is qua gedrag en ook qua leren.

Het onderwijs in deze groep houdt het midden tussen programmagericht onderwijs en ontwikkelingsgericht onderwijs. Er wordt rekening gehouden met de mogelijkheden van het individuele kind. De leerkrachten houden in de gaten welke behoeftes de leerlingen hebben om zich zo optimaal mogelijk te ontplooien. Dit betekent bijvoorbeeld dat de ADHD-leerling meer (fysieke) ruimte krijgt om vervolgens beter te kunnen functioneren binnen de groep.

De leerinhouden worden vooral door de leerkracht aan de orde gesteld en de leerlijnen staan in principe centraal. In de groep wordt de methode Rekenrijk (eerste druk, tweede oplage 2001) gehanteerd. De leerlingen maken gebruik van de bijbehorende werkboeken. Hierin komen ook de bekende bussommen voor. De leerkrachten volgen in principe de methode.

Er wordt ook een aantal keren per jaar rondom een project gewerkt. Bijvoorbeeld bij het onderwerp 'geldrekenen' wordt in een bepaalde tijd met een winkeltje in de klas gewerkt en opdrachten gedaan met 'kopen' en 'verkopen' en er wordt op eenvoudige wijze gerekend met geld.

4.2.2. Kenmerken van de doelgroep in de context van het onderzoek

Het onderzoek wordt gedaan in een groep 3.

In groep 3 wordt de overgang gemaakt van het informele rekenen naar het formele rekenen.

Dat deze overgang niet zo simpel is, schrijft Lefevre in 'Research on the Development of Academic Skills: Introduction to the Special Issue on Early Literacy and Early Numeracy' (Juni 2000):

'Dehaene (1997) makes a related (although not identical) claim that humans acquire some numerical skills relatively easily whereas other skills require intensive instruction. For example, he suggests that children easily learn to count (with minimal instruction) because counting takes advantage of universally available competencies such as exhaustive search, verbal labelling, and one-to-one correspondence. In contrast, arithmetic operations beyond simple addition are more difficult to learn because they require mental activities for which humans are poorly prepared, such as the memorization of a large number of easily confusable pieces of information (e.g., multiplication facts). Either of these theoretical perspectives leads to the hypothesis that children may have difficulty with the transition from numerical skills that are acquired prior to schooling to those taught in school'.

Leerlingen gaan van de vele manieren van tellen in hun leefwereld een overgang maken naar het formele denken.

Groenesteijn schrijft hierover (Volgens Bartjens jaargang 29, nr. 1)

'Met deze informele kennis en informele procedures komen de kinderen in groep 3 en dan gaan zij (officieel) leren lezen en rekenen. Hier krijgen wij te maken met de overgang van het informele handelen naar het formele rekenen. Dit proces is vaak veel complexer dan wij ons realiseren'.

In deze groep doet een methode zijn entree en vaak ook een werkschrift. Het rekenen gaat van de werkelijke situatie naar rekenen op papier.

'Dat is verraderlijk: er kan een scheiding ontstaan tussen het informele handelen in werkelijkheidssituaties en het formele schoolse rekenen'.

In de groep 3 gaan op het gebied van de rekenontwikkeling drie belangrijke factoren een rol spelen:

- het tellen
 - het geven van betekenis aan getallen, onder andere aan hoeveelheden
 - het koppelen van getallen aan symbolen, ofwel: het leren van de cijfers,
 - het lezen en schrijven van getallen, inzicht in de structuur van getallen.
- Voor het uitvoeren van de bewerkingen op papier komen daar de bewerkingstekens (onderstreping door mij) bij'.

In de volgende paragraaf beschrijf ik wat nodig is om in groep 3 te kunnen rekenen en beschrijf kort de verschillende theorieën rondom het rekenen. Aan het einde van dit hoofdstuk zal ik de leertheorie die ik heb gebruikt voor mijn onderzoek beschrijven.

4.3. Definiëring belangrijkste termen en begrippen.

4.3.1. Voorschoolse periode

Zoals in bovenstaande paragraaf is aangegeven, neemt het tellen, het geven van betekenis aan getallen, het leren van de cijfers, het lezen en schrijven van getallen, inzicht in de structuur van getallen en het uitvoeren van de bewerkingen op papier een belangrijke plaats in bij groep 3.

In Jonge kinderen leren rekenen (Tussendoelen Annex Leerlijnen (TAL team), 1999) beschrijft Buys de voorschoolse periode met de ontluikende gecijferdheid als volgt:

'Getallen en getalsmatige verschijnselen roepen al in een vroeg stadium de interesse van jonge kinderen op: ze vormen een intrigerend en veelomvattend gebied dat steeds aanleiding geeft tot nieuwe ontdekkingen. Daarbij is de eigen leefomgeving bij uitstek de plaats waar het leerproces zich afspeelt, via betekenisvolle interacties'.

Kinderen komen al vroeg in aanraking met tellen en getallen. In de wereld om hen heen leren kinderen ermee te ordenen en te structureren. Ze zien de volwassenen en andere (oudere) kinderen tellen zonder dat daar door hen in eerste instantie een betekenis aan wordt gegeven. Het besef wat het tellen inhoudt, dringt eigenlijk eerst nog helemaal niet tot hen door. De verschillende functies die bij dit tellen horen, kunnen ze nog niet goed onderscheiden. Kinderen maken op deze manier kennis met de rekentaal. (Van Vugt en Wösten, 2004, blz. 12):

'Taal speelt een belangrijke rol in het leren rekenen. Rekenen is een eigen manier van uitdrukken, is een eigen taal. Rekenen kun je dan ook zien als het leren van een tweede (of derde) taal. Tijdens het rekenen komen kinderen in aanraking met een nieuwe manier van uitdrukken. Ze leren de formele uitdrukkingswijze te gebruiken die bij het rekenen hoort. De rekentaal heeft eigen termen en uitdrukkingen, eigen regels en symbolen'.

Ruijsenaars en van Luit e.a.(2006, blz. 51) schrijven o.a. over de rekentaal:

' De specifieke kennis van rekensymbolen (getallen, bewerkings- en relatietekens) zal uiteindelijk geautomatiseerd moeten raken, al blijkt dit niet bij alle leerlingen vanzelfsprekend te gebeuren. Het kwantificeren van logische relaties en het formaliseren in een rekentaal vereist veel aandacht in het proces van leren rekenen. Formaliseren veronderstelt het kunnen loslaten, 'afzien van' de concrete werkelijkheid en het op elk moment weer kunnen maken van de vertaling naar die werkelijkheid. Abstraheren en rekentaal zijn dan ook niet los te zien van de in de voorgaande punten beschreven kenmerken van getalbegrip'.

Op een gegeven ogenblik ontstaat de behoefte om het denken en het bezig zijn met en over getallen in een symbool te kunnen 'vastleggen'. Vaak wordt symbolisch uitbeelden van getallen gedaan met de vingers. Deze heb je namelijk in alle situaties bij je. Voor het aangeven van kleine hoeveelheden blijken vingers een prima middel.

4.3.2. Groep 1 en 2

Door Treffers (Tussendoelen Annex leerlijnen, 1999) worden drie niveaus onderscheiden die kinderen horen te doorlopen in groep 1 en 2:

- *Niveau 1: In voor hen betekenisvolle contextsituatie kunnen de kinderen aantallen tot tenminste tien tellen, ordenen, redelijk schatten en vergelijken op meer, minder en evenveel*
- *Niveau 2: Kinderen kunnen aantallen objecten tot tien ordenen, vergelijken, schatten en tellen. Ook zijn ze in staat bij eenvoudig erbij- en eraf- situaties tot tenminste tien, in de vorm van bedenkspelletjes en dergelijke, voor een passende strategie te kiezen*
- *Niveau 3: Kinderen kunnen benoemde aantallen tot tien telbaar representeren met bijvoorbeeld vingers, streepjes en stippen en deze vaardigheid in toepassingssituaties van 'erbij' en 'eraf' benutten.*

Het spreekt voor zich dat niet alle kinderen op de zelfde manier en in hetzelfde tempo de genoemde drie niveaus doorlopen in de kleuterperiode. Toch is het de bedoeling dat de kinderen eind groep 2 tenminste tot tien kunnen tellen en deze handeling kunnen toepassen bij het ordenen, vergelijken, bepalen van aantallen en het maken van een soort schatting.

4.3.3. Groep 3

In de beginperiode van groep 3 wordt nog erg gericht gewerkt aan het leren beheersen van de rekenvoorwaarden.

Bij het rekenen tot twintig wordt voortgebouwd op de opgedane vaardigheden van het voorbereidend rekenen in de kleutergroepen. Er zal ruimte moeten zijn voor spontane onderwijsactiviteiten.

Toch verschuift langzamerhand het accent naar meer methodisch geplande activiteiten. Het geleerde tellen bij niveau 2 (zie 4.3.2.) van het kleuteronderwijs sluit aan bij het tellen in groep 3 zoals de werkwijze is bij het optellen, dus samenvoegen en het aftellen, waarbij weggehaald wordt.

Deze begrippen die in contextsituaties aangeboden worden, vormen eigenlijk de begripsmatige basis voor het kunnen uitvoeren van de verschillende bewerkingen.

Aansluitend op de niveaus van groep 1 en 2 worden de volgende niveaus onderscheiden door Treffers (TAL-leerlijnen, 1999) bij groep 3:

- *Niveau 1: tellend rekenen waar nodig ondersteund door telmateriaal*
- *Niveau 2: niet- tellend, structurerend rekenen met behulp van passende modellen*
- *Niveau 3: formeel rekenen met getallen als mentale objecten waarmee flexibel en handig wordt gerekend zonder hulp van structuurmateriaal.*

In groep 3 wordt het rekenen tot twintig in tweeën verdeeld: het rekenen tot tien en het rekenen tot twintig. Bij rekenopgaven tot tien gaat het om het uit je hoofd kennen van de splitsingen en optellingen en aftellingen.

Bij het rekenen tot twintig gaat het daarna vooral om het kunnen automatiseren van allerlei bewerkingen rondom de tien.

Om tot het automatiseren te komen wordt de getallenrij op allerlei manieren gevisualiseerd en tastbaar gemaakt. In de getallenrij wordt geprobeerd de leerlingen structuren te laten ontdekken. Zo wordt geleerd om te ordenen met vijven en ook worden bijvoorbeeld 'de dubbelen' en 'bijna- dubbelen' gebruikt om handig te leren rekenen. Op deze manier kan er handig gerekend worden op niveau 2 met materiaal en vervolgens ook op niveau 3 waarbij zonder materiaal gewerkt wordt.

Deze structurering is belangrijk om het tellende rekenen te overwinnen en zorgt dat 'verkort', sneller gerekend kan worden.

In dit kader wordt in groep 3 vooral bij de formele sommen het somsoort A aangeboden. Er wordt aandacht besteed aan 'erbij' en 'eraf' doen waarbij het '='-teken' achteraan staat. Op deze manier kunnen veel kinderen tot de juiste oplossing komen.

'Rekenen is een proces waarin een realiteit (of een abstractie daarvan) wordt geordend of herordend met behulp van op inzicht berustende denkhandelingen, welke ordening in principe is te kwantificeren en die

toelaat om er (logische) operaties op uit te voeren dan wel uit af te leiden.'
(Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004. blz. 24)

De leerling van groep 3 kan de logische operaties, zoals Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout hierboven beschrijven vaak wel uitvoeren als dit gaat om somsoort A. Als het somtype verandert, lijken de leerlingen 'de weg kwijt te zijn'. Het blijft niet meer alleen bij 'eraf' en 'erbij' doen. Er wordt ook een beroep gedaan op het denkproces dat deze formule vraagt als deze in een andere context geplaatst wordt.

Hiermee kom ik bij de volgende paragraaf waarin ik aangeef wat er bekend is in de literatuur en aangeboden wordt voor het oplossen van het somsoorten B en C.

4.3.4. Definiëring belangrijkste termen en begrippen.

Met de definitie van een rekensom/formule die Heunick (2002) uit 'Nog lang niet uitgeteld' treffend weet neer te zetten, wil ik starten met deze paragraaf:

'Elke kale rekensom is een abstracte weergave van de werkelijkheid, een context. Meer nog, het is een abstracte weergave van een context in beweging, er gebeurt iets met die context, er verandert iets. Als die verandering verband houdt met hoeveelheden, kan ze weergegeven worden in een rekensom.'

Zoals aangegeven in hoofdstuk 2 heb ik als probleemstelling omschreven dat ik wil weten welke factoren een rol spelen bij het (niet) begrijpen van rekentaal en symbolen (met name +, - en = (tot het getal 20) in formules/ bewerkingen door kinderen met (ernstige) rekenproblemen of dyscalculie.

In deze paragraaf geef ik aan wat er uit de literatuur en uit andere bronnen beschreven is over de verschillende begeleidingsmethoden van deze probleemstelling.

Borghouts-v. Erp, Rekenproblemen opsporen en oplossen(1980) schrijft hierover in haar boek dat

'technisch kunnen doortellen en terugtellen vanaf een willekeurig punt noodzakelijk is om te laten zien dat je begrip hebt van getallen. Als een kind begrijpt dat 'vier' inbegrepen is in 5 en 6 moet het kind ook nog de techniek van doortellen en terugtellen beheersen'

Borghouts (1980) vervolgt dan:

'als tweede technische aspect van het getalbegrip, en tevens de zevende en de laatste pijler, rest nog kennis van de cijfers en de rekensymbolen; + , -, x, :, =, > en <.'

De cijfers zijn dan alleen een naamkaartje geworden voor aantallen. Die aantallen komen dan steeds een beetje meer binnen het bereik van de kinderen. Vervolgens moeten daar ook nog de tekens aan toegevoegd worden. Het is nodig dat de kinderen de relatie die een teken uitdrukt, kan begrijpen.

Het moeilijke is echter:

' dat we relaties die in wezen hetzelfde zijn- en waarvoor we dan ook hetzelfde teken gebruiken- voortdurend anders verwoorden. Een paar voorbeelden ter verduidelijking:

a. zeven knikkers, drie verliezen. Formule $7 - 3 = 4$ '=4' staat hier voor: 'En je houdt er nog vier over'

b. 'Zeven knikkers waarvan er drie Chinees zijn. Formule: $7 - 3 = 4$. '= 4' staat hier voor' En die vier zijn niet-Chinees'.

Het goed kunnen begrijpen van de rekensymbolen in verschillende situaties en de juiste betekenis eraan geven is dus heel belangrijk. Dit moet juist in het primaire rekenproces veel aan bod komen.

Borghouts-van Erp (1980),

'opnieuw een argument om rekenen primair aan te leren als het oplossen van verhaalsommen, die pas veel later tot 'pure' sommen terug gebracht mogen worden.'

Volgens Borghouts is dat het moment van de ontwikkeling als de leerlingen getalbegrip voldoende ontwikkeld hebben en de leerlingen met concreet materiaal eenvoudige bewerkingen tot tien goed kunnen uitvoeren. Het gaat dan om kunnen samenvoegen, meten, wegen en vergelijken en overhouden. Deze bewerkingen kunnen in verschillende formules uitgedrukt worden. Ook zou het zo moeten zijn dat bij elke formule een verhaal bedacht zou moeten worden en andersom.

In het artikel 'Numerical Mechanisms and Children's concept of Numbers', (N. Marmasse et al., Massachusetts Institute of Technology, jaartal niet vermeld) wordt het belang van kennis 'van binnenuit' nog eens aangegeven; kinderen moeten leren te redeneren en de standaard oplossingen moeten niet opgelegd worden.

'There is strong evidence that the early teaching of standard procedures for arithmetic problem solving "thoroughly distorts in children's mind the fact that mathematics is primarily reasoning." ([Kamii et al.1993](#)). In order to address the above problem, new mathematics curricula have been introduced, based on the Piaget theory of Constructivism. This approach suggests that logico-mathematical knowledge, apart from empirical or social knowledge ([Novick 1996](#)), is a kind of knowledge that each child must create from within, in interaction with the environment, rather than acquire it directly (almost "being donated") from the environment'.

Stipsommen.

Om erachter te komen of leerlingen formules in verschillende situaties correct kunnen interpreteren kan bij het maken van stipsommen veel informatie over

deze kennis bij een leerling inzichtelijk gemaakt worden door middel van een diagnostisch gesprek.

In de literatuur wordt aangegeven dat veel leerlingen moeite hebben met het maken van bepaalde stipsommen. Er wordt uitleg geven waarom deze sommen lastig te maken zijn en ook worden hulpmiddelen of methodieken aangedragen om dit soort sommen goed uit te kunnen leggen aan de leerlingen en hen vooral inzicht te geven in dit soort opgaven.

Ceyssens (2002, blz. 73) schrijft over de stip/ punt oefeningen het volgende:

" Wanneer kinderen eindelijk de vorige begrippen (hiermee worden de vier basisbewerkingen bedoeld) onder de knie hebben, worden ze ineens geconfronteerd met oefeningen waarbij juist het tegenovergestelde wordt bedoeld. Dit zijn de beruchte puntoefeningen.

Kinderen krijgen er al mee te maken in het eerste leerjaar/groep 3 en in de jaren daarna wordt het steeds meer uitgebreid. Je kunt de puntoefeningen tegenkomen bij hoofdrekenen, bijvoorbeeld $5 + \cdot = 14$, maar ook in vraagstukken zoals '10 is het dubbele van...'.

Wanneer je rekeninzicht hebt, is dit geen probleem, maar wanneer je een ruimtelijk probleem hebt en moeite hebt met de juiste richting van getallen en de bewerking, dan heb je kans om hier vast te lopen."

Ceyssens (2002) noemt de volgende puntoefeningen 'Zuivere puntoefeningen' :

- a) $\cdot + 6 = 13$
- b) $6 + \cdot = 13$
- c) $13 = 6 + \cdot$
- d) $13 = \cdot + 6$
- e) $\cdot - 6 = 13$
- f) $6 - \cdot = 4$
- g) $13 = \cdot - 6$
- h) $4 = 6 - \cdot$

Bij verschillende typen moet je, om de uitkomst te vinden, soms een omgekeerde bewerking doen maar ook is dit soms niet het geval. Dit maakt het voor kinderen verwarrend.

Daarom heeft Ceyssens (2002, blz.74) een rijmpje bedacht om, naar haar zeggen,

' op een eenvoudige wijze met zo weinig mogelijk geheugenwerk en een eenvoudige strategie zo veel mogelijk oefeningen te kunnen maken':

GROOTSTE getal MIN het KLEINSTE getal

behalve wanneer de puntjes vlak voor het min-teken komen

en met een rijmpje klinkt het zo...

'eerst de puntjes en dan de min, ik doe + en trap er niet in'

Hiermee worden niet de uitzonderingen aangegeven. Ceyssens (2002) schrijft dat je deze in een latere fase uitlegt en dat je ze dan apart moet aanbieden en daarna maak je vervolgens een combinatie van beide oefeningen. Als de leerlingen de zuivere puntoefeningen beheersen kan de stap naar een verhaal gezet worden.

Ze noemt vervolgens voorbeelden (Ceyssens 2002, blz.74/75) als

- '25 is de helft van....
- het product van twee dezelfde getallen is 25, zoek de getallen
- 9 is 4 meer dan...
- 20 is 5 minder dan...
- het dubbele van 24 is de helft van...
- $\frac{1}{2}$ van 4 is gelijk aan $\frac{1}{8}$ van...
- 50 is 20% van...'

Deze oefeningen zijn veel moeilijker dan de eerder genoemde 'zuivere puntoefeningen'; het is moeilijker om hier structuur aan te brengen. Ceyssens (2002) komt hier met de oplossing van 'de weegschaal'.

De weegschaal wordt gezien om het '= - gelijktteken' te verduidelijken.

In het begin wordt er daadwerkelijk geoefend met de weegschaal. De oefeningen hiermee worden dan met kleine hoeveelheden gedaan.

Dit gaat dan later over in schriftelijke tekeningen waarbij de weegschaal voorgetekend staat. Op elke 'arm' van de weegschaal moet door de leerling een getal ingevuld worden zodat de weegschaal in evenwicht is.

De volgende vier stappen worden hierbij door Ceyssens (2002) onderscheiden (Ceyssens, 2002, blz. 75 e.v.)

1. *Uitleggen van het principe van de weegschaal*
2. *Er wordt concreet met een weegschaal met blokjes gewerkt*
3. *Er worden oefeningen op papier gegeven maar de weegschaal staat nog centraal*
4. *Er worden oefeningen gemaakt zonder hulpmiddelen.*

Een oefening kan er als volgt uitzien als de leerlingen de vier stappen hebben doorlopen (Ceyssens, 2002, blz. 79)

1. schrijf eerst het gelijkheidsteken op de juiste plaats
2. voer de oefening met blokjes uit
3. schrijf de uitkomst in het vakje



Heuninck (Nog lang niet uitgeteld, 2002) geeft aan dat het verwoorden van de formule heel belangrijk is. Heuninck wijst erop dat het niet goed is in de beginfase uit te gaan van één manier van verwoorden. Deze beperking zou er voor kunnen zorgen dat er geen ruimte is voor andere verwoordingen. Maar een kind op allerlei manieren overstelpen met verwoordingen die niet aansluiten bij de werkelijkheid kan juist weer tot verwarring en leiden.

Het is de bedoeling dat een kind afhankelijk van de situatie zijn eigen bewoordingen kan kiezen. Dit kan door het kind steeds bij de formule de werkelijke handeling en de verwoording aan elkaar te laten koppelen.

Heuninck (2002) gaat aanvankelijk bij het aanbieden van sommen in op het weegschaalmodel.

Hierbij introduceert zij het teken $\cdot = \cdot$. Daarover schrijft zij (Heuninck, 2002, blz.22.) het volgende:

' Het is onvoorstelbaar hoeveel kinderen het $\cdot = \cdot$ teken' niet ten volle begrijpen. Zij zien het uitsluitend als een vast onderdeel van rekensommen, rekensommen die ze vaak zonder meer uit het hoofd leren. Dat het teken fungeert als een scharnier tussen twee gegevens die naar hoeveelheid gelijk zijn, is hen onbekend.'

Heuninck (2002)gebruikt eigenlijk bij alle opgaven vooral blokjes als materiaal. De kinderen kunnen blokjes wegnemen (eraf) en blokjes toevoegen (erbij) enz. enz. De begeleider benoemt veelal de rekenhandeling en biedt de symbolen aan. Op deze manier wordt de basiskennis tussen handeling, formule en verwoording gelegd.

Om puntsommen te kunnen maken gebruikt Heuninck (2002) weer het balansmodel.

Zij beschrijft dat puntsommen een toegevoegde waarde hebben omdat:

' Puntsommen een essentiële bijdrage leveren aan het inzicht in de bewerkingen. De grote meerwaarde ligt in de verplaatsbaarheid van de onbekende. Om een puntsom op te lossen, moet het kind beide delen van de rekensom tegelijkertijd waarnemen en met elkaar in evenwicht brengen.

Kinderen met rekenmoeilijkheden kunnen deze dubbele toewending zelden spontaan opbrengen. Deze kinderen voelen zich gedwongen om eerst de linkerkant van de opgave te bekijken. Zij zijn als het ware blind voor de rechterzijde van de opgave. Met de linkerkant kunnen zij echter onmogelijk verder, want zij stoten op een ongekende term. Zij voeren dan vaak de bewerking uit met de twee gekende termen. ' (Heuninck, 2002, blz. 48).

Heuninck (2002) geeft net als Ceyssens (2002) aan dat er verschil zit in moeilijkheid binnen de puntsommen.

Zij maakt onderscheid in twee typen sommen:

- puntsommen met een gekend startpunt (bijvoorbeeld $2 + \cdot = 5$ of $5 - 2 = \cdot$ (blz. 49)
- puntsommen waarbij de vertreksituatie onbekend is $\cdot$ (bijvoorbeeld: $\cdot + 5 = 7$ en $\cdot - 3 = 5$) (blz. 50).

Heuninck (2002) legt uit waarom het niet eenvoudig is uit te leggen aan kinderen waarom ' $\cdot - 3 = 5$ ' hetzelfde is als ' $\cdot = 5 + 3$ '.

'Soms krijgen kinderen deze verkorting aangeleerd. Dit gebeurt vanuit een wens de kinderen te helpen maar de verkorting schept een ongelooflijke verwarring bij het kind, vooral als dit kind reeds rekenmoeilijkheden heeft. Het kind heeft immers met de grootste moeite de basisbewerkingen van optellen en aftrekken verworven. Nu blijkt dat hij in sommige formules het aftrekken moet lezen als een optelteken. Zijn zekerheid wordt weggenomen en de kans is groot dat hij opnieuw fouten gaat maken, ook op andere rekendomeinen'. (2002, blz. 51)

Met de bovengenoemde passage geeft Heuninck (2002) aan dat het hierboven genoemde rijmpje van Ceyssens (2002, blz. 19) tot verwarring leidt).

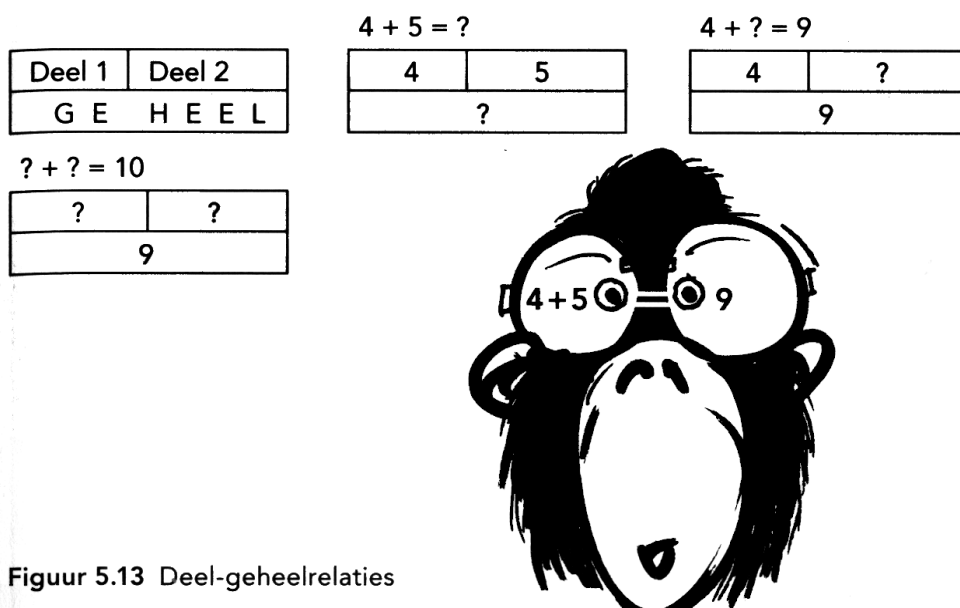
Van Vugt en Wösten wijden in hun boek 'Rekenen een hele opgave' (2004, blz.100) een deel van een paragraaf aan 'Het leren van de betekenis van symbolen als +, - en ='.

Ook zij schrijven dat na de periode van handelend rekenen de overgang komt naar de notatie van de som. Zij geven aan dat in veel methodes de pijlen notatie gebruikt wordt. Dit wordt gebruikt als voorloper op het = -teken. Volgens hun zeggen zou de pijlennotatie beter aansluiten bij de contexten waarin kinderen leren optellen en aftellen. Ze verwijzen daarbij naar de bekende 'bussommen'. Er wordt aangegeven dat het belangrijk is dat de leerkracht voldoende aandacht besteedt aan het = - teken. De kinderen zouden dit teken weleens kunnen zien als het teken dat achteraan de som staat waarachter je dus altijd het antwoord schrijft.

'Dat is natuurlijk verwarrend bij een opgave als $3 + \cdot = 7$. Een antwoord als $3 + 10 = 7$ is dan te verwachten. Wanneer je het =-teken gebruikt; moeten de kinderen beseffen dat het =-teken een symbool is waar aan beide kanten evenveel staat (één- één relatie). Wanneer er aan elke kant van het symbool een andere hoeveelheid staat, is dit op te lossen door er aan de ene kant iets bij te doen of aan de andere kant er iets vanaf te halen. Dit is afhankelijk van de opgave en is duidelijk te zien in het weegschaalmodel'.

Volgens van Vugt en Wösten (2004) werkt het model van de weegschaal erg inzichtelijk voor kinderen die het = - teken niet goed begrijpen.

Een ander, maar vergelijkbaar model met het weegschaalmodel is het model van de 'deel-geheelrelaties' van Desoete en Braams (2008, figuur 5.13, blz. 113).



Figuur 5.13 Deel-geheelrelaties

4.4. Toelichting op keuzes en vooronderstellingen.

Uit de literatuur verwijzingen in de twee vorige paragrafen is gebleken dat rekentaal een andere taal is dan onze spreek- en schrijftaal. De rekentaal heeft eigen symbolen en formules en uitdrukkingen die weer een eigen grammaticale structuur kent.

Dat die grammaticale structuur juist zo ingewikkeld ligt bij bepaalde punt-/stipsommen heb ik aangetoond met een aantal literatuur verwijzingen.

Uit eigen ervaringen binnen mijn remedial teaching praktijk blijkt, dat veel kinderen, zelfs nog in de midden- en bovenbouw, moeite hebben met somsoorten B en C (zie bijlage 1).

Dat zou een aanwijzing kunnen zijn dat er onvoldoende aandacht besteed wordt aan dit type som of dat nog niet de juiste manier gevonden is om kinderen hier adequaat mee te helpen.

Ik wil de somsoorten B en C graag inzichtelijk gaan maken waardoor de handeling en het verwoorden van de handeling in de tijd, centraal komen te staan. Het zou kunnen zijn, dat door op een goede manier de somtypes te verwoorden met een passend leermiddel erbij, de leerling meer begrip en inzicht krijgt bij het oplossen van somsoorten B en C.

4.5. Theoretisch kader.

In mijn onderzoek ga ik uit van de handelingsleerpsychologie.
Het uitgangspunt van deze psychologie wordt als volgt omschreven:

"Mensen leren door actief te handelen. Handelingen hebben onderscheidende functies (oriënteren, uitvoeren en controleren) en er zijn verschillende soorten handelingen (van concreet manipulerend naar mentaal denken). Handelingen hebben een structuur en deze structuur is door gericht onderwijs te veranderen. Niet de leeftijdsfasen waarin bepaalde kennisniveaus worden bereikt zijn onderwerp van studie, maar de manier waarop de omgeving kwalitatief juiste handelingsstructuren aanleert. Leerprocessen en didactische sturing gaan hand in hand."
(Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout (2006), blz. 55)

Vanuit deze psychologie wordt het rekenproces opgevat als een proces dat gebaseerd is op concrete handelingen die via gestructureerde handelingen laten ontwikkelen tot denkhandelingen.

Dit concrete handelen wordt dus langzamerhand omgezet in mentaal handelen.

Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout (2006, blz. 58) leggen deze stappen uit in hun boek.

Er worden vier primaire handelingen onderscheiden:

1. Verinnerlijking van handelingen.

Hiermee wordt de overgang van concreet naar mentaal handelen bedoeld.

In deze overgang zijn de volgende vier stappen te onderscheiden:

- a. materiële handeling; de fase waarin met concreet materiaal gehandeld wordt.
- b. perceptieve handeling; de fase waarbij gekeken wordt naar het concrete materiaal zonder dat ermee gemanipuleerd wordt.
- c. verbale handeling; zonder steun van materiaal maar waarbij hardop wordt gezegd hoe je een handeling uitvoert.
- d. mentale handeling; de stappen van de handeling worden in het hoofd gezet zonder hardop te verbaliseren.

2. Verkorting.

Er wordt niet meer stap voor stap geteld maar de procedures worden verkort.

3. Beheersing.

Dit wordt ook wel de mate van geoefendheid of de mate van automatisering genoemd.

4. Wendbaarheid.

In deze fase kunnen vergelijkbare problemen ook toegepast worden in vergelijkbare leersituaties.

(Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2006, blz. 58-61)

4.4.1. Inclusie.

Mijn onderzoek start ik met de gehele groep 3. Na afloop van dit deel wordt met de leerkracht een selectie gemaakt van kinderen aan de hand van de uitkomsten van het onderzoek.

Er zullen maximaal vier leerlingen in aanmerking komen voor vervolgonderzoek. Zij zullen de populatie leerlingen vertegenwoordigen die moeite hebben met somsoort B. Ik heb de indruk dat de gevonden conclusies generaliseerbaar zijn.

4.4.2. Andere theorieën/ concepten/ modellen

Met deze leerlingen zal gewerkt worden volgens de handelingsleerpsychologie. De activiteiten die ik zal ondernemen worden uitgevoerd door de leerlingen in herkenbare situaties. Ook probeer ik gebruik te maken van materiaal dat hen aanspreekt.

Bij het ontwikkelde leermiddel zal het leren denken bij het rekenen gebaseerd zijn op concrete handelingen die zich door gerichte instructie zullen ontwikkelen tot denkhandelingen. Vanuit dit concrete handelen wordt toegewerkt naar het mentale handelen.

Het ontwikkelde leermiddel zal als een brugfunctie functioneren tussen de contexten en de formele rekenopgaven.

Dit leermiddel zal de visuele representatie zijn van een probleemsituatie. Met behulp van dit leermiddel- model hoop ik dat de eigenschappen en relaties in de betreffende situatie inzichtelijk worden gemaakt.

De bedoeling is zo de link te leggen van de rekentaal naar de formele symbolisering. Dit denkmodel wordt ook wel progressieve schematisering genoemd.

Hoofdstuk 5 Methode

In dit hoofdstuk beschrijf ik :

- hoe ik het onderzoek heb uitgevoerd en
- hoe ik de gegevens heb verzameld en hoe ik
- dit geanalyseerd heb en
- wat de resultaten zijn van het onderzoek.

5.1. Deelvragen

Mijn probleemstelling is:

Ik onderzoek het begrip van de rekentaal bij kinderen met (ernstige) rekenproblemen of dyscalculie

- omdat ik wil weten welke factoren een rol spelen bij het (niet) begrijpen van rekentaal en de bewerkingstekens (met name +,- en = (tot het getal 20) in formules/ bewerkingen door kinderen met (ernstige) rekenproblemen of dyscalculie

- teneinde bij te dragen aan het begrijpelijk maken van rekentaal voor kinderen met dyscalculie.

Om de probleemstelling te onderzoeken heb ik bij de soorten sommen een onderscheid gemaakt in drie 'somsoorten'; A, B en C.

Deze zijn weer onder verdeeld in 'somtypen'.

In mijn beschrijving van dit onderzoek zal ik veel gebruik maken van de indeling.

Om de leesbaarheid van het onderzoek prettig te houden verwijs ik niet iedere keer bij het noemen van een somtype naar dit hoofdstuk.

Voor het lezers- gemak heb ik bij de bijlagen nogmaals deze indeling toegevoegd (zie bijlage 1).

Indeling in 'som- soorten' en 'somtypen':

A.- normale beeld van opgaven

B.- ander beeld van de opgaven

C.- wijziging van de vorm van de formule.

A. Met het 'normale beeld' (type A) van opgaven bedoel ik bijvoorbeeld:

a) $2 + 5 = .$

b) $7 - 2 = .$

Het in te vullen getal vind je door van links naar rechts te werken. Het antwoord komt achter het '=' - teken'

B. Met een 'ander beeld' (type B) van de opgaven bedoel ik bijvoorbeeld:

- a) $. + 2 = 7$
- b) $5 + . = 7$
- c) $. - 2 = 5$
- d) $7 - . = 2$

Het '=' - teken' staat bij dit type opgave steeds rechts van de som en achter het '=' -teken' staat al een getal. Het antwoord van de opgave moet voor het '=' - teken' en vòòr of achter het +/ - teken gezet worden.

Overigens heb ik somsoort C niet gebruikt in mijn onderzoek. Ik vermeld ze hier wel voor de volledigheid.

In mijn onderzoek heb ik mij op klassikaal en individueel niveau uitsluitend beperkt tot somsoort A en B.

C. Met een 'wijziging van de vorm van de formule' (type C) bedoel ik bijvoorbeeld:

- a) $7 = . + 2$
- b) $7 = 5 + .$
- c) $. = 5 + 2$
- d) $7 = 5 - .$
- e) $7 = . - 2$
- f) $. = 7 - 2$

Het '=' - teken' staat bij dit type opgave links van de som. Het antwoord moet worden ingevuld vòòr het '='-teken' of na het '='- teken' of na het +/- teken.

In mijn onderzoek heb ik mij op klassikaal niveau beperkt tot het somsoort A en B omdat deze soorten mij al voldoende informatie kunnen geven op mijn onderzoeksvraag.

De volgende deelvragen wil ik gaan onderzoeken:

1. Klopt het dat leerlingen bij 'een ander beeld van de opgaven' (somtype B;b en B;d) eerder fouten maken dan bij somtype A;a en A;b? (zie voor somsoorten en somtypen bijlage 1)

2. Als dit zo is, kan dit dan te maken hebben met onvoldoende begrip van wat de bewerkingstekens inhouden?

3. Welke oplossingsrichtingen kan ik dan vinden zodat kinderen in de voorbereidende rekenfase meer in staat worden gesteld om het begrip van de rekentaal te ontwikkelen?

5.2. Gegevensoverzicht en materiaalverzameling

Per deelvraag zal ik aangeven:

1. wat de benodigde informatie is
2. welke informatie beschikbaar en niet beschikbaar is
3. welke materialen en onderzoeksinstrumenten ik heb gebruikt,
4. hoe ik te werk gegaan ben bij het ontwikkelen van eigen onderzoeksmateriaal.

De eerst drie van de bovengenoemde punten zijn van toepassing op deelvraag 1 en deelvraag 2.

Het laatste, onder 4 genoemde punt, is van toepassing op deelvraag 3.

Eerst zal voor deelvragen 1 en 2 worden aangegeven wat de drie eerst genoemde punten inhouden.

Daarna wordt voor deelvraag 3 aangegeven wat het laatste, onder 4 genoemde punt, inhoudt.

5.2.1. Gegevensoverzicht en materiaalverzameling voor deelvraag 1

Deelvraag 1: Klopt het dat leerlingen bij 'een ander beeld van de opgaven' (somtype B;d en B;d) eerder fouten maken dan bij type A;a en A;b?

Deelvraag 2: Als dit zo is, kan dit dan te maken hebben met onvoldoende begrip van wat de rekentaal (vooral de bewerkingstekens) inhouden?

1. Benodigde informatie.

De informatie die ik nodig heb om deze deelvragen te kunnen beantwoorden, is:

- de ervaringen van de leerkrachten van groep 3 met beide typen sommen.
- de informatie die ik krijg van gemaakte sommen (somtype A;a, A;b, B;b en B;d) door leerlingen van groep 3.

2 .Welke informatie beschikbaar is en niet beschikbaar is.

De informatie is goed te achterhalen door verschillende leerkrachten van groep 3 de vraag te stellen hoe de resultaten in het algemeen zijn bij het maken van somtypen A;a, A;b, B;b en B;d.

In de groep 3, die meedoet aan dit onderzoek wordt een deels eigengemaakte 'toets' afgenomen waarin de vier, hier boven genoemde typen sommen, aangeboden worden. Aan de hand van de resultaten kan bekeken worden of de deelvraag al dan niet bevestigend beantwoord kan worden.

Deelvraag 3: Welke oplossingsrichtingen kan ik dan vinden zodat kinderen in de voorbereidende rekenfase beter in staat worden gesteld om het begrip van de rekentaal (optimaal) te ontwikkelen?

Ik zal gebruik maken van een blad met bussommen van het leermateriaal van Remelka (2002).

De onderzoeksgroep, een groep 3, die meedoet aan het onderzoek is bekend met de bussommen vanuit hun rekenmethode (Rekenrijk groep 3a, tweede editie 2001).

Uit de rekenmap van Remelka (2002) is gekozen voor een blad met optellen t/m 10, (Remelka, 2002, blz. 325) en een blad met aftellen t/m 10 (Remelka, 2002, blz. 326).

Op beide bladen is een wijziging door mij aangebracht.

Eén blad bestaat uitsluitend uit '+'-sommen' en het andere blad uitsluitend uit '-'-sommen'.

Van de achttien sommen op elk blad zijn er negen op het '+-blad' volgens het bekende A;a type en negen zijn door mij gewijzigd in een B;b somtype.

Dit betekent dat bij negen opgaven het antwoord achter de pijl (voorloper van het '='-teken') gezet moest worden en bij negen (veranderde) opgaven opgeschreven moest worden hoeveel erbij/eraf moest om tot het totale aantal te komen (zie bijlage 2 en bijlage 3).

Bij het blad met de minssommen bestaat het blad uit negen bekende sommen van het type A;b en negensommen van het type B;d.

In feite is er in de door mij veranderde sommen sprake van stip/vleksommen.

Het gaat hier om sommen die horen bij het somtype B;b en somtype B;d. Voor dit type heb ik gekozen om te bekijken of de leerlingen de opgaven ook begrijpen als de formule veranderd wordt in een type som die hen nog niet aangeleerd is.

Daarnaast zijn deze twee somtypes de makkelijkste uit somsoort type B.

Bij deze typen is het 'vertrekpunt' van de som bekend.

De leerlingen zijn bekend met de bewerkingstekens die op beide bladen gebruikt worden.

Deze twee bladen heb ik klassikaal afgenomen bij 29 leerlingen.

Ik ben begonnen met het blad met de +-sommen.

Op dit blad stonden somtype A;a en B;b met een maximum uitkomst van 6.

Dit had ik expres zo gedaan omdat het getalbegrip niet de dominante factor moest zijn bij het oplossen van de sommen.

Van somtype B;d werden twee sommen uitgelegd op het bord.

Hierna gingen de leerlingen aan het werk met de +-sommen.

5.2.2 Tussentijdse observaties

Observatie tijdens het maken van het eerste blad +-sommen:

Terwijl de leerlingen de sommen maakten observeerde ik of gaf (beperkt) uitleg als de leerlingen erom vroegen.

- Opvallend was dat er veel leerlingen op hun vingers aan het rekenen waren.
- Eén leerling klapte meteen 'dicht' en begon te huilen omdat ze de sommen van somtype B niet begreep en ook niet wist hoe ze dit op moest lossen.

- Een andere leerling vroeg me of je de twee getallen bij somtype B 'gewoon' bij elkaar moest optellen.
- Eén leerling kon ik helpen door bij de som een verhaaltje te laten maken waardoor de som verduidelijkt werd. De leerling gaf dit 'houvast'. Daarna kon hij alle andere somtype B sommen van dit blad maken.
- Eén leerling weigerde überhaupt om te beginnen aan de sommen van somtype B en sloeg deze stelselmatig over! Ze gaf aan deze sommen niet gehad te hebben en dit ook niet te willen maken.

Nadat iedereen klaar was met het eerste blad werd het tweede blad met de min-sommen uitgedeeld. Op dit blad stonden negen sommen volgens somtype A;b. Dit is een bekende som voor hen.

Een nieuw somtype was type B;d.

Dit somtype werd twee keer voorgedaan op het bord met een korte uitleg.

De leerlingen gingen het blad met de min-sommen zelfstandig maken.

Observatie tijdens het maken van het tweede blad met min-sommen:

Ook tijdens het maken van dit blad liep ik rond en observeerde en gaf, als erom gevraagd werd, hulp.

Een leerling wilde me voordoen hoe ze tot de oplossing kwam van $4 - . = 3$.

'Je doet gewoon $4 - 3$ en dat is 1. Dus je vult een 1 in, toch?'

Aan haar gezichtsuitdrukking en de vraag merkte ik dat deze leerling nog niet overtuigd was van haar eigen uitleg en gedachten.

Door dit antwoord werd het mij duidelijk dat dit type som, zoals opgelost door deze leerling, een gecamoufleerd onbegrip weergaf.

Doordat ik ontdekte wat hier gebeurde ging ik andere leerlingen vragen hoe ze dit type som hadden opgelost. Bij twee van de vier gevraagde leerlingen bleek dat ze het te vinden getal opgelost hadden door 'gewoon' de twee getallen van elkaar af te trekken. " Er staat een min (-) . Nou, dan trek je de getallen dus van elkaar af" was twee keer het antwoord!!

Een vijftal slimme 'rekenjongens' waren zeer snel klaar. Volgens de leerkracht zijn dit ook de leerlingen met een super goed rekeninzicht. Een snelle blik op hun gemaakte werk maakte me duidelijk dat de leerkracht gelijk had. Vier jongens hadden alles foutloos gemaakt; één van de vijf jongens had er iets meer moeite mee maar ondanks dat, toch goed gemaakt. Bij navraag hoe ze tot de oplossing waren gekomen bij type B;d sommen bleken ze niet de twee getallen in de som van elkaar af te trekken. Zij wisten 'gewoon' welke getallen bij elkaar horen. Ze pasten 'deel-geheel relaties' (blz. 22) toe volgens Desoete en Braams (2008, figuur 5.13, blz. 113).

5.2.3. Gegevensoverzicht en materiaalverzameling voor deelvraag 2

Na de analyse van het klassikale werk heb ik met de leerkracht een keuze gemaakt met welke vier rekenzwakke leerlingen (n.a.v. de gemaakte rekenbladen) ik verder zal gaan om ook andere sommen/ formules aan te bieden.

Het doel hiervan is om te bekijken welke strategieën de leerlingen gebruiken bij verschillende somtypen B. (O.a.: B;a, B;c en B;d.)

De ouders van de vier uitgezochte leerlingen kregen een brief waarin gevraagd werd of hun kind mee mocht doen met mijn onderzoek.

De ouders waren akkoord.

Eerste sessie met vier leerlingen (individueel):

Bij de eerste sessie met de vier leerlingen werden dezelfde bladen aangeboden als in de groep gebeurd was. Met de foutenanalyse van het gemaakte werk van deze leerlingen ging ik met hen individueel aan de slag. Het was de bedoeling om een diagnostisch gesprek te voeren zodat ik inzicht kreeg in de oplossingsstrategie.

Op de tafel lag een dicteer apparaat waarop datgene wat gezegd wordt tijdens de sessie opgenomen kon worden. Verder lag er een rekenrekje, M.A.B-blokjes en een kralenketting met twintig kralen. De leerlingen mochten dit, zo nodig gebruiken.

Uitspraken van leerlingen bij het maken van de +-sommen (Remelka, 2002, blz.325) bij het bespreken van de fouten:

Type A;a: "Oh, die is makkelijk, die hebben we al vaak gehad. Er zit gewoon 1 in de bus en dan komen er 3 bij, dat is een makkie dat is 4".

Een leerling beide typen A;a en B;b een aantal keren had opgelost: " He, ineens begrijp ik het niet meer. Ik begrijp niet wat ik had. Er staat iets. Hier staat 2 en dan wordt het 6, tja... ik weet het even niet meer".

Uitspraak van een leerling bij het maken van de - sommen (Remelka, 2002, blz. 326) bij het bespreken van de fouten:

"Soms zijn de sommen lastig, dan pak ik een rekenrekje of ik doe het uit mijn hoofd of met mijn vingers. De bussommen zijn niet zo lastig wel als je de sommen omdraait" (Hiermee bedoelt de leerling dat je afwijkt van het A;b somtype en B;d somtype moet maken).

Tweede sessie met de leerlingen (individueel):

Op de tafel lagen weer dezelfde hulpmiddelen die gebruikt mochten worden.

Dezelfde bladen van de vorige keer werden erbij gepakt.

Bij de klassikale les merkte ik dat leerlingen soms erg geholpen werden bij het oplossen van de sommen door de som in een verhaaltje 'te vertalen'.

Daarom stond in de tweede sessie in het teken van 'het maken van een verhaaltje bij een som'. Als uitgangspunt voor de verhalen werd het busmodel gebruikt omdat de leerlingen hier bekend mee zijn. De verhalen heb ik niet gestuurd; leerlingen moesten zelf een verhaal bij de som maken.

'Verhaaltjes' van leerlingen bij het maken van de +-sommen (Remelka, 2002, blz.325):

Ik activeerde de leerlingen wel bij het maken van een verhaaltje bij de som door te beginnen met: "Wat gebeurt er?" De leerlingen hebben moeite met somtype B;b;

Leerling (diep nadenken):" Er zitten.... (lang na denken..vingers.. onder de tafel – niet zichtbaar..) denk ik 3 in de bus,..... ja, want $3 + 2 = 5$ dus dat klopt dan wel.."

'Verhaaltje' van een leerling bij het maken van de - sommen (Remelka, 2002, blz.326):

Leerling (diep nadenken,) somtype B;c: " Ik doe het met mijn vingers, dan doe ik 1,2,3,4,5,6,7 en dan 1,2,3,4,5,6 en dan heb ik dus 1 over dus ik moet de '1' in het vakje zetten". De som ziet er dan zo uit: $1 \text{ (ingevuld)} - 6 = 1$. Deze leerling keek haar gemaakte som niet meer na.

5.2.4. Gegevens overzicht en materiaalverzameling voor deelvraag 3

Overwegingen tussen de tweede en de derde individuele sessie:

Na deze sessie werd het me duidelijk dat de stipssommen inzichtelijker gemaakt zouden moeten worden. Ook merkte ik dat er iets niet klopte. Een kralenketting of rekje is niet toereikend om deze sommen op te lossen.

De essentie zou ook kunnen liggen in het begrip van sommen als een weergave van een proces. Een som geeft beknopt weer wat zich in de tijd afspeelt.

' Optellen en aftellen vormen een dynamisch gebeuren'
(Rekenrijk , 2001, blz.46)

Ik zocht naar een hulpmiddel dat kan helpen om het proces en de vergelijking zichtbaar te maken.

Om iets te kunnen vergelijken heb je twee dingen nodig om te kunnen vergelijken en dat bracht me bij deelvraag 3.

Deelvraag 3: Welke oplossingsrichtingen kan ik dan vinden
 zodat kinderen in de voorbereidende rekenfase beter in
 staat worden gesteld om het begrip van de rekentaal te
 ontwikkelen?

Eén van de belangrijke punten is dat het ' $=$ -gelijkteken' eigenlijk moet worden opgevat als 'een **woord** -gelijkteken'.

Aan één kant van het teken staat wat uiteindelijk de uitkomst wordt en aan de andere kant van het teken staat op welke manier die uitkomst tot stand is gekomen.

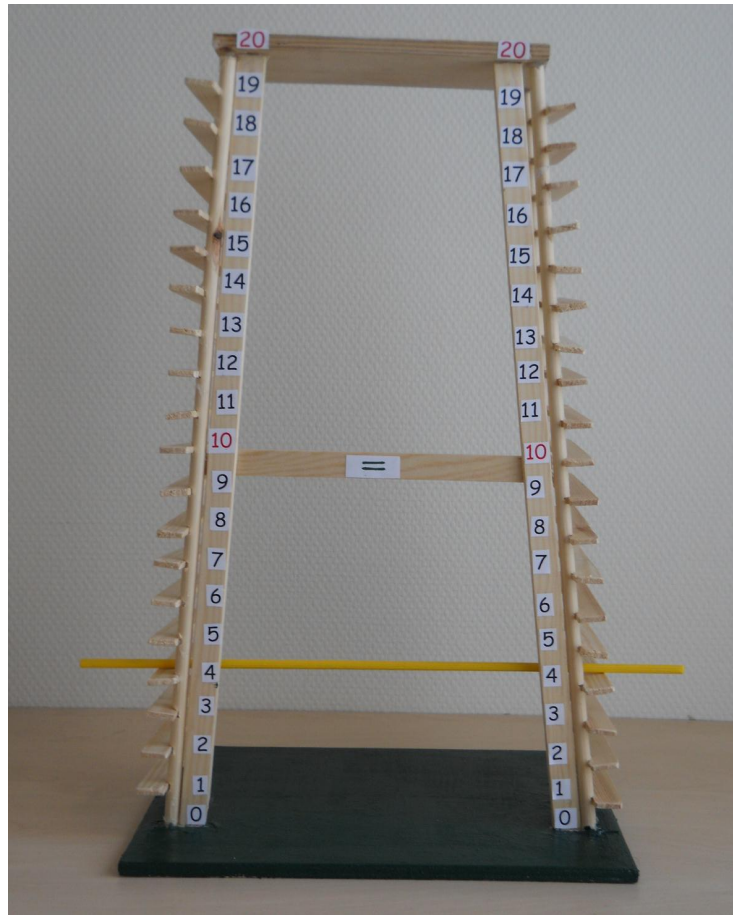
In de gangbare leer- of hulpmiddelen wordt dit tijdsproces in mijn optiek niet optimaal weergegeven maar wordt het vrij statisch naar de leerlingen overgebracht.

Ook mis ik een leermiddel waarin tot uiting komt dat de formule als een vergelijking wordt gezien.

Je **vergelijkt** dat wat aan de ene kant van het ' $=$ -teken' staat met dat wat aan de andere kant van dit teken staat.

Het weegschaal-model (zie hoofdstuk 4.3.4.) komt hier nog het dichtste bij maar hierbij mis ik getallen waardoor de kinderen het overzicht niet goed hebben op wat ze gedaan hebben.

Het rijmpje dat Ceyssens (2002) aanhaalt om bepaalde puntsommen te kunnen oplossen (zie hoofdstuk 4.3.4.) lijkt meer op een truc en geeft geen inzicht in de handeling als zodanig. Dit geldt in zekere zin ook voor het 'deel-geheel- model' en het 'bril- model van het aapje' zoals van Desoete en Braams (2008, zie hoofdstuk 4.3.4.).



Ik was op zoek naar een leermiddel dat het dynamische, tijdsafhankelijke karakter van een som/ formule inzichtelijk maakt.

Daarbij wilde ik aansluiten op de leefwereld van de kinderen door een eenvoudig leermiddel te ontwikkelen dat zij zelf kennen uit hun ervaring.

Belangrijk daarbij is dat het leermiddel een proces laat zien dat zich afspeelt in ruimte en tijd, omdat dat de natuurlijke belevingswereld is van kinderen.

Al snel kwam ik op de gedachte van een trap waarbij iedere trede staat voor een getal. Bij 'de trap omhoog' gaan, betekent naar een groter getal gaan en 'omlaag gaan' betekent naar een kleiner getal gaan.

Dit sluit aan op de termen 'optellen' en 'aftellen'. Je loopt ook een trap op en je loopt een trap af.

Maar daarmee was nog niet het probleem opgelost dat het in een som niet alleen gaat over toename of afname van een getal maar ook staat in een som de einduitkomst (aan de andere kant van 'het wordt- gelijk teken').

Ik moest dus een leermiddel hebben dat de twee kanten van de opgave, die staan aan weerszijde van het =-gelijktteken, laat zien als twee verschillende dingen die onderling samenhangen.

Zodoende kwam op een gegeven moment het idee om een ladder te maken met aan weerszijden een trap.

Aan de linkerkant een trap met de getallen van 0 tot 20 en aan de rechterkant een ladder met getallen van 0 tot 20. De getallen 0 onder, en de getallen 20 bovenaan.

Als je het gele stokje legt op bijv. tree 5 van de linker trap, ligt het stokje horizontaal als je dit ook op tree 5 van het rechter trapje legt (en andersom natuurlijk).

De onderlinge verbondenheid van de twee trappen wordt in de voorstelling van de ladder uitgebeeld doordat de twee trappen verbonden zijn.

De verbinding hiertussen kan ik aangeven als het '=' - gelijktteken' (of eigenlijk beter; het 'wordt- gelijk teken').

Visueel heeft dit het voordeel dat de linkerzijde van de formule (links van het = gelijktteken) wordt voorgesteld door de linkertrap en de rechterzijde van de formule (rechts van het =-gelijktteken) wordt voorgesteld door de rechter trap. Dit is eenvoudig, makkelijk voor te stellen en voor alle sommen en formules van toepassing.

Dus niet voor aparte typen sommen aparte presentaties.

Bij het toepassen van deze ladder moet de leerling eerst zelf bedenken of de linkertrap of de rechtertrap de eindsituatie / uitkomst voorstelt.

In de meeste gevallen is dit de rechterkant (bijv. $4 + . = 5$) maar het kan ook de linkerkant zijn (bijv. $5 = 4 + .$).

Er zijn nu twee mogelijkheden.

De eerste mogelijkheid is dat de som een somtype A is.; hierbij staat de eindsituatie niet aangegeven; bijvoorbeeld $5 + 2 = .$ en $5 - 2 = .$ In dit geval heeft de ladder voor de leerling minder duidelijk voordeel. Dit zijn de reguliere sommen die meestal niet specifieke rekenproblemen met zich meebrengen.

De tweede mogelijkheid is dat de som niet van type A is. In dat geval staat de eindsituatie aangegeven bij één van de twee kanten van het =gelijktteken. In deze gevallen gaat de leerling de ladder gebruiken in drie stappen.

Stap 1: de leerling gaat het gele stokje leggen op de ladder. Daarbij begint de leerling bij de linker of rechter trap die de einduitkomst voorstelt . In het geval dat de som $4 + . = 5$ is, wordt één kant van het stokje op de rechter trap op de 5 gezet.

Stap 2: De andere kant van het stokje wordt gelegd op de tree van de andere trap die hetzelfde getal heeft . Dat is in dit geval op de linker trap trede 5 want het moet evenveel worden. Het stokje ligt dan dus horizontaal.

De ene kant van het stokje (hier rechts) geeft aan wat het uiteindelijk ' moet worden' en de andere kant van het stokje (links, in dit geval) geeft aan, langs welke weg deze einduitkomst tot stand is gekomen.

Het stokje geeft aan dat het in de woorden van de leerling 'even- veel' is wat er aan de ene kant en aan de andere kant aangegeven wordt.

Stap 3:De derde stap is dat de leerling nu gaat werken met de trap die aangeeft hoe de uitkomst tot stand is gekomen. Daarbij is het belangrijk dat dit wordt voorgesteld als een proces dat zich afspeelt in de loop van de tijd.

In de terminologie van de ladder kan een verhaal bij de som bijvoorbeeld in de volgende zinnen worden verteld:

(voorbeeld som ' $4 + . = 5$ ') " Eerst sta ik op de vierde tree. Maar ik moet naar tree 5. Dan ga ik tellen naar de 5 en dat is één stap. Dus er moet nog één tree gelopen worden".

Het ondersteunen van het oplossen van de som door een verhaal erbij te vertellen en te handelen tijdens dit verhaal heeft een belangrijke invloed op het besef van wat er gebeurt in het rekenproces.

'Metacognition, or reflection on thinking processes, according to Vygotsky is encouraged by verbalization, which helps children control learning strategies, such as memorization or organization of ideas. Ginsburg and Allardice (1983) have argued that 'awareness of executive processes' is important for mathematical learning. Modelling the articulation of problem solving strategies, for instance by thinking aloud, is therefore an important teaching strategy'.
(Sue Gifford, 2004)

De ladder heb ik de naam '**de evenveel-ladder**' gegeven. Het grote voordeel van dit leermiddel ten opzichte van bijvoorbeeld het rekenrek en de kralenketting en de weegschaal is, dat de getallen zichtbaar zijn en blijven; de leerling ziet o.a. 'waar hij/ zij langs gaat' en je kunt er een verhaal bij maken en nog belangrijker; je kunt het hele verhaal uitvoeren. Dit is niet goed mogelijk bij een weegschaal. Het lukt ook niet bij een kralenketting of een rekenrek waarbij gebruik gemaakt wordt van één getallenrij.

Derde sessie met de leerlingen (individueel):

Voor deelvraag 3 heb ik bij drie volgende sessies 'de evenveel-ladder' gebruikt. De eerste sessie met de 'evenveel-ladder' was redelijk vrijblijvend. Ik wilde de leerlingen kennis laten maken met de ladder en stelde hen vragen als:

- Wat is dit?
- Waar denk je aan?
- Wat zou je ermee kunnen?

Ook het =-teken op de ladder kreeg aandacht.

De leerlingen kregen al gauw door dat het over sommen ging en dat het wel iets met rekenen te maken zou hebben.

Een leerling dacht dat je er misschien sommen mee uit zou kunnen rekenen maar had geen idee hoe dit zou moeten gebeuren.

Ik schreef bij elke leerling de som $2 + 3 = 5$ op.

Het '= -teken' van deze som liet ik ook zien op de ladder. Ik vertelde dat wat aan de rechterkant van het '= -teken' staat, het uitkomst -getal, op de rechterladder aangegeven kan worden d.m.v. het gele stokje.

Voor de linkerkant van het '= -teken' geldt hetzelfde; de uitkomst van deze getallen moet weer evenveel zijn als de uitkomst rechts van het '= -teken'; het stokje ligt dan horizontaal. De uitkomst is aan beide kanten evenveel.

Vervolgens liet ik een som maken als $1 + . = 6$

Dergelijke sommen (somtype B;b) probeerden de leerlingen als eerste stipsom op te lossen m.b.v. het evenveel-laddertje, met het gele stokje.

De leerlingen toonden veel plezier bij het oplossen van deze opgaven en wat opviel was dat het inzichtelijker voor hen werd. Een leerling gaf dit mooi aan:

" Goh, nu zie je wat je doet!"

Het somtype B;a was iets lastiger maar de leerlingen konden er eigenlijk allemaal een goed verhaal bij bedenken. Het begon met (bijvoorbeeld): " Je

staat ergens op de trap en als je 2 treden naar boven loopt, kom je op de 5^e tree”.

De vraag die vervolgens gesteld werd: “Waar kwam je dan vandaan?” (Hier hoorde dus de som $5 + 2 = 5'$ bij). In het begin vonden de leerlingen dit lastig maar door het verhaal te ‘verinnerlijken’ leek het erop dat ze zelf bedachten dat je dan van de 5^{de} tree, twee treden naar beneden moet.

Vierde sessie met de leerlingen (individueel):

In deze sessie kregen de leerlingen ‘+-sommen’ en aangeboden volgens somtype B;b en B;a. en gingen de sommen tot 20 door het tiental heen.

Deze keer werden de sommen zo mogelijk opgelost aan de hand van een door mij aangeboden verhaaltje met gebruikmaking van de ‘evenveel-ladder’. Het was de bedoeling dat de leerlingen dit verhaaltje bij de volgende sommen op een gelijkwaardige manier bij het oplossen van de som zouden gebruiken. Er werd een ‘verhaalstrategie’ aangeboden bij elk somtype. Vervolgens moest het gevonden antwoord gecontroleerd worden.

Dit lukte vrij aardig. Somtype B;a werd duidelijk lastiger gevonden.

Het was moeilijker om het verhaaltje te vertellen dan bij somtype B;b.

De leerlingen konden allemaal duidelijk aangeven waarom somtype B;a lastiger was. Een leerling:” Bij die som weet je waar je beginnen moet. Bij die andere moet je dat juist opzoeken op de ladder. Dat is ietsje lastiger”.

Vijfde (en laatste) sessie met de leerlingen (individueel):

In deze sessie kregen de leerlingen minsommen aangeboden volgens somtype B;d en B;c. en ook hier werden sommen tot 20 aangeboden door het tiental heen.

Ook nu werd weer een verhaal geïntroduceerd met gebruikmaking van de ‘evenveel-ladder’ om tot de oplossing te komen. De leerlingen deden dit na.

De minsommen werden duidelijk slechter gemaakt dan de plussommen van de vorige keer. Het kostte ook meer inspanning en het verhaal kwam niet altijd ‘uit de verf’.

Het moeilijkst waren hier de somtypen B;c; ‘eraf –sommen zonder vertrekpunt.

Dit maakt het voor leerlingen wel heel lastig. Met het laddertje werd het wel inzichtelijker voor de leerlingen. Toch bleek dit somtype een moeilijke opgave.

Bij de laatste twee sessies is gewerkt volgens het model van strategisch handelen.

‘ Vooral voor zwakke leerlingen is de fase van begeleide (in) oefening heel belangrijk..... Het model voor strategisch handelen is in ieder geval in het begin van het leerproces sturend. De vraag is of dit model wel te combineren is met realistisch rekenwiskundeonderwijs, dat in principe meer banend van aard is’. (Ruijssenaars, van Luit & van Lieshout, 2004. blz. 156)

5.3. Analyse van de gegevens (data-analyse)

Voor deelvragen 1 en 2 heb ik de volgende analyse methode gebruikt: bussommen (klassikaal): door de hele groep 3 zijn de bussommen t/m 10 (-/+ type A;a, B;b en A;b en B;d) van Remelka (2002) (zoals genoemd bij 5.2) gemaakt.

Dit is geanalyseerd door te kijken in hoeverre er meer fouten gemaakt werden bij de nieuw aangeboden typen (B;b en B;d) in vergelijking met de bekende typen (A;a en A;b).

Deze analyse is te vinden als bijlage 4 (analyse van de bussommen).

Daarnaast geeft bijlage 5 de uitslag in percentages weer in een staafdiagram.

Bij het afluisteren van de sessies via het dicteerapparaat is vooral gekeken welke punten naar voren kwamen.

Er is gelet op:

- hoe leerlingen in het algemeen naar stipsommen keken
- de oplossingsmethoden die de kinderen hadden bij somtypen B;b en B;d. Bij somtype B;d werd vooral doorgevraagd om te kijken of er sprake was van gecamoufleerd onbegrip.
- wat de leerlingen moeilijk vonden
- hoe de leerlingen de 'strategieverhaaltjes' gebruikten in de tijdslijn
- of de 'evenveel-ladder' een geschikt hulpmiddel is voor het oplossen van de stipsommen
- in hoeverre de 'evenveel-ladder' leidde tot meer begrip bij de leerlingen
- hoe de leerlingen de bruikbaarheid van de evenveel-ladder beoordeelden.

5.4. Resultaten van het onderzoek per deelvraag

5.4.1. Resultaten deelvraag 1

Deelvraag 1: Klopt het dat leerlingen bij 'een ander beeld van de opgaven' (somtype B;b en B;d) eerder fouten maken dan bij somtype A;a en A;b?

Antwoord op deelvraag 1:

Bij het bekende somtype A;a en A;b waren dit er slechts 23; bij somtype B;b waren dit 4 fouten en bij somtype A;b waren dit 19 fouten (zie bijlage 5).

Bij somtype B;b en B;d werden in totaal 57 fouten gemaakt; bij somtype B;b waren dit 41 fouten en bij somtype B;d waren dit 16 fouten!

De verwachting was dat de laatste twee uitkomsten eerder andersom zouden zijn.

Er moet wel een kanttekening gemaakt worden bij de hoeveelheid gemaakte fouten bij somtype B;d.

De leerlingen konden hier gemakkelijk een goed antwoord geven door de twee opgegeven getallen van elkaar af te trekken. Zo kwam wel het goede antwoord maar het is onduidelijk of de leerlingen hierbij de juiste strategie uitgevoerd hebben. Dit zou alleen achterhaald kunnen worden door met alle leerlingen een diagnostisch gesprek te voeren. Dit is helaas niet haalbaar maar zou interessant

zijn om er achter te komen of het aantal fouten in feite niet veel hoger ligt dan de 57.

Ondanks deze gedachten is mijn vermoeden bevestigd dat bij type B;b en B;d meer fouten gemaakt zouden worden dan bij de somtypen A;a en A;b.

Van de uitkomst van de bussommen heb ik een analyse gemaakt (zie bijlage 4) en ook heb ik de uitkomsten van de resultaten in een staafdiagram verwerkt (zie bijlage 5).

Resultaten van de analyse bussommen (klassikaal zie bijlage 4):

De somsoorten van A vallen onder de sommen die, op moment van afname, bekend horen te zijn bij de leerlingen van deze groep. Deze zijn herkenbaar in de analyse in de kolommen waarin in het bovenste vakje de kleur groen is gemarkeerd.

De gegevens van de leerlingen die rood gekleurd zijn in de bijlage zijn van de vier leerlingen die ik individueel begeleid heb in de sessies.

Hieronder noem ik alleen de fouten die bij elk type gemaakt zijn. Wat 'niet ingevuld' is laat ik hieronder buiten beschouwing. Dit wordt in het staafdiagram verder uitgewerkt.

Resultaat 1: bij de bekende somtypen (A;a en A;b) zijn in totaal 21 fouten gemaakt: A;a: 2 fout (!) en bij A;b:19 fouten.

Resultaat 2: bij de nieuwe somtypen (B;b en B;d) zijn in totaal 57 fouten gemaakt: B;b:41fouten en B;d; 16 fouten.

Het is algemeen bekend dat optelsommen bij de meeste leerlingen beter gemaakt worden dan de aftelsommen. Dit beeld wordt bevestigd bij resultaat 1.

Bij resultaat 2 wordt dit niet bevestigd. Integendeel, de minsommen zijn veel beter gemaakt dan de optelsommen!

Nog sterker, het totaal van het aantal fouten van de bekende minsommen ligt hoger (19) dan dat van de niet bekende minsommen (16).

Dit vraagt om onderzoek!

In november 2010 heeft dit klassikale onderzoek met de bussommen plaatsgevonden. In december is de eerste sessie geweest waarbij een diagnostisch gesprek werd gevoerd met de vier geselecteerde leerlingen. Pas medio januari 2011 werd de 'even-veel ladder' bij deze vier leerlingen geïntroduceerd. Medio januari 2011 werd ook de Cito-toets voor rekenen afgenomen waarvan ik de score heb bijgevoegd op bijlage 4.

Vergelijking gemaakte bussommen en Cito-toets:

- leerling 4 heeft opvallend veel fouten gemaakt bij de bussommen maar behaalde toch nog een 2/B-score op de Cito -toets
- leerling 6 heeft totaal slechts 6 fouten gescoord ij de bussommen maar heeft op de Cito een 5/E-score gehaald
- leerling 12 had slechts 3 opgaven fout en scoorde op de Cito 3/C

- leerling 17 had geen enkele fout in het 'min' somtype B;d maar maakte relatief veel fouten bij het onbekende 'optel' somtype
- leerling 22 heeft alle bussommen goed gemaakt maar had een 3/C score voor de Cito
- leerling 23 had relatief veel fouten bij de bussommen gemaakt maar had een hoge score bij de Cito: 2/B!
- leerling 28 had relatief weinig fouten gemaakt bij de bussommen maar scoorde toch een 4/C bij de Cito.

Bovenstaande uitkomsten zetten aan tot denken en zouden eventueel voor nader onderzoek gebruikt kunnen worden.

Toelichting bij tabel a en figuur a (bijgevoegd als bijlage 5):

Gegevens:

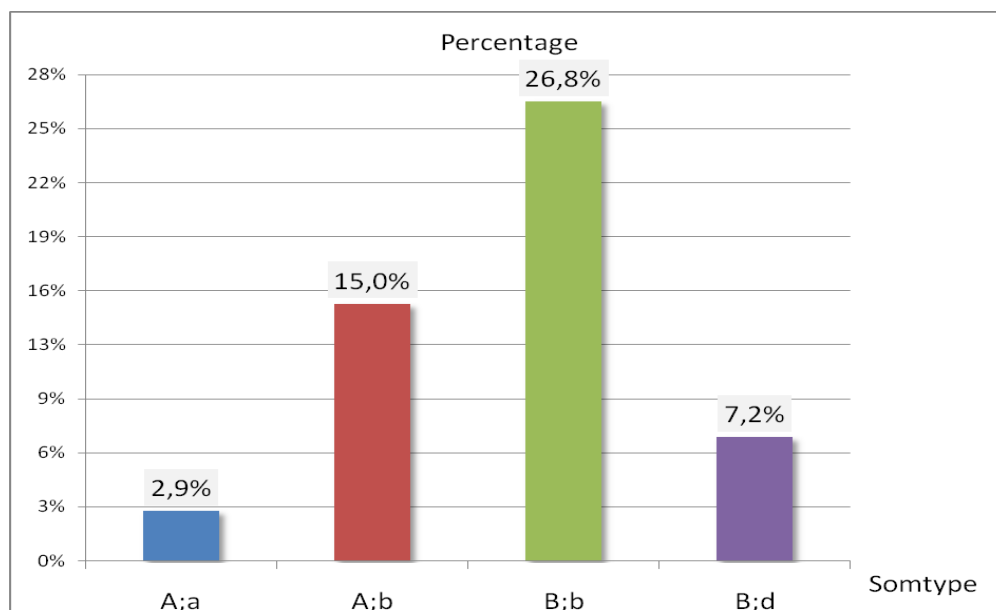
29 leerlingen.

Elke leerling maakte van elke type bussommen 9 opgaven; dus per leerling 36 opgaven.

Per somtype zijn in totaal $9 \times 29 = 261$ sommen gemaakt. Voor ieder somtype heb ik (tabel a) het percentage berekend van de niet- goede (totaal van foute en niet -ingevulde) sommen ten opzichte van het totaal aantal gemaakte sommen (namelijk 261).

Somtype	Aantal fout	Aantal niet ingevuld	Totaal niet-goed	%
A;a (bekend + somtype)	2	6	8	2,9 %
A;b(bekend -somtype)	19	20	39	15%
B;b (onbekend + somtype)	41	29	70	26,8%
B;d (onbekend - somtype)	16	3	19	7,2%

Tabel a. Aantal fouten en niet-ingevulde sommen per somtype.



Figuur a. Percentages van niet-goede sommen (foute en niet –ingevulde sommen) in een staafdiagram, per somtype.

Legenda. Blauw: somtype A;a (+), rood: somtype A;b (-), groen: somtype B;b (+, stipsom), paars: B;d (-, stipsom) .

De 'niet- ingevulde' sommen en 'foute sommen' zijn per somtype opgeteld en in een kolom/staaf gezet.

Somtype A;a en A;b zijn somtypen met voor de leerlingen het 'normale beeld'.

De min-sommen zijn slechter gemaakt dan de plus-sommen. Dit is te verwachten.

Somtype A;a en somtype B;b zijn allebei plus-sommen. De sommen van type B;b zijn slechter gemaakt dan de sommen van type A;a. Dit is het effect van het feit dat de sommen van B;b stipsommen zijn.

Somtypen B;b en B;d zijn allebei stipsommen. Sommen van type B;b zijn plus-sommen en sommen van type B;d zijn min-sommen.

Het is dan ook te verwachten dat de sommen van type B;d slechter worden gemaakt dan de sommen van type B;b.

Het blijkt echter dat de sommen van type B;d aanzienlijk beter zijn gemaakt (7,2% niet-goed) dan de sommen van somtype B;b (26,8% niet-goed).

De vraag is hoe dit komt.

Het lijkt erop dat de leerlingen bij dit somtype de oplossing gevonden hebben door het laagste getal in de som af te tellen van het hoogste getal. Het antwoord is dan (toevallig) steeds correct maar de oplossingsstrategie is onjuist.

5.4.2. Resultaten deelvraag 2

Deelvraag 2: Als dit zo is, kan dit dan te maken hebben met onvoldoende begrip van wat de rekentaal (vooral de bewerkingstekens) inhouden?

Antwoord op deelvraag 2:

-Het gecamoufleerde onbegrip is naar voren gekomen.

Dit is bij somtype B;d naar voren gekomen.

Er werd door verschillende leerlingen aangegeven ' dan moet je de getallen in de som van elkaar aftrekken.

In het geval van somtype B;d (bijv. $5 - . = 4$; leerling rekent ' $5 - 4 = .$ ' uit en vult '1' in op de stip) valt de fout niet op als dit schriftelijk door een leerling gemaakt wordt (gecamoufleerd onbegrip).

5.4.3. Resultaten deelvraag 3

Deelvraag 3: Welke oplossingsrichtingen kan ik dan vinden zodat kinderen in de voorbereidende rekenfase beter in staat worden gesteld om het begrip van de rekentaal te ontwikkelen?

Antwoord op deelvraag 3:

De oplossingsrichting heb ik gevonden door een leermiddel te ontwikkelen; de '**evenveel-ladder**'.

Ik zat met een aantal vragen omdat geen van alle bekende aangegeven leerhulpmiddelen bij dit vraagstuk voldoende hulp bieden (zie hoofdstuk 4.3.4. voor leerhulpmiddelen).

Ik realiseerde me dat een som eigenlijk een vergelijking is. Bij een vergelijking hoor je twee (gelijksoortige) 'dingen' te hebben om te kunnen vergelijken.

Dit kwam ik bij geen enkel leerhulpmiddel tegen en vond dat ik dit wel moest bedenken. Vandaar twee exact dezelfde ladders in één leermiddel.

Ook merkte ik dat 'een verhaalstrategie' wonderen doet om bij de oplossing te komen. Dit proces (in de tijd) werd bij geen van de leerhulpmiddelen voor puntsommen gevonden.

Een 'bewerking' is een proces of activiteit, die zich afspelen in de loop van de tijd; verandering dus.

Dus moest het hulpmiddel naast de mogelijkheid van vergelijken ook een handeling in tijd kunnen aangeven.

Dit kon ik versterken door een verhaaltje bij elke opgave uit te laten spreken en gold tevens als strategietraining.

Het is een sterk beproefde aanpak gebleken. (*Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2004, blz. 211*). Er wordt als het ware een specifieke strategie aangeleerd om de formules in een verhaal om te zetten en zo tot de oplossing van het ontbrekende getal te komen.

De bruikbaarheid van de 'evenveel-ladder' bij stipsommen is door de vier leerlingen positief beoordeeld.

Leerlingen; de doelgroep! (overgenomen van het dicteerapparaat):

- " Veel makkelijker met het laddertje, dan uit mijn hoofd. Nu zie ik wat er gebeurt".
- "Het gaat makkelijker met het laddertje".
Want? " Met een rekenrekje dat is kleiner en je moet met balletjes bewegen".

- Wat vind je handiger rekenrekje of dit? (evenveel-ladder).
"Dit. Je kan tellen hoeveel erbij moet als je moet kiezen."
- Welk leermiddel vind je het handigst voor deze sommen?
"Ik geloof misschien het laddertje dan kan je meteen kijken wat je zet en waar je zit en dat kan niet bij het rekenrekje. Hier kan ik wel naar de wc gaan want dan ben je het niet kwijt. Bij het rekenrekje wel".

De 'evenveel-ladder' blijkt in de praktijk te werken!

Ook het tijdselement is naar voren gekomen. Kinderen vertelden uit zichzelf "... en dan.. je hebt iets en als je dat erbij doet dan... steeds dan .. dan.." enz.

Bruikbaarheid door mij als leerkracht:

- overzichtelijk hulpmiddel om de stipsommen inzichtelijk te maken.
- de getallen zijn en blijven tijdens het uitvoeren van de bewerkingen zichtbaar
- je kunt de leerlingen de hele som laten uitvoeren- het hele proces is zichtbaar
- je hoort hoe de leerlingen tot de oplossing komen doordat elke stap, gedachte echt uitgevoerd kan worden.
- je doorloopt als leerkracht met de leerling(en) de verinnerlijking van het handelen (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2006, blz. 58).

Ik denk dat het 'even-veel laddertje' gezien kan worden in een breed perspectief. Het laddertje heeft laten zien dat het de mogelijkheid heeft om betekenis te geven aan een formule/ som.

Het zet aan tot denken over een formule. Hoe zit dat nu eigenlijk in elkaar? Wat betekent het voor je als een som anders opgeschreven is dan je gewend bent? Welke oplossingsstrategie kan je dan hanteren?

Hier wordt weleens te snel door leerkrachten aan voorbij gelopen.

Het is een bekend gegeven dat veel bovenbouwleerlingen de basale vaardigheden niet beheersen. Hierbij gaat het dan niet alleen om de tafels en automatiseren tot 20 maar ook optel- en aftelsommen (tot 100!) die op onjuiste wijze opgelost worden.

De formule is een vertaling van de werkelijkheid en ook andersom. Die werkelijkheid 'vang je' in een formule.

Dat is nu juist zo moeilijk voor veel leerlingen bij de Cito!

5.5. Interpretatie van de resultaten

5.5.1. Betrouwbaarheid

Als de meting nog eens zou worden herhaald, zou het dan dezelfde resultaten opleveren?

Als een collega het onderzoek zou hebben gedaan zou dat dezelfde resultaten hebben opgeleverd?

Voor de bussommen geldt dit wel want dit zijn gevalideerde sommen.

Voor wat betreft de interviews; factoren die de betrouwbaarheid in de hand werken zijn:

- Alles is opgenomen op het dicteerapparaat dus er is geen vertekening geweest van wat de leerlingen zelf hebben gezegd.
- Mij is een keer, toen ik op het dicteerapparaat de opgenomen gesprekken beluisterde, opgevallen dat ik op een bepaald punt de leerlingen in een richting stuurde. In de daarop volgende sessie heb ik dit onderwerp weer aan de orde gesteld en het meer vanuit de leerlingen zelf laten komen.
- Voor wat betreft mijn vaststelling van het gecamoufleerde onbegrip; de oplossingsstrategie is door de leerling zelf naar voren gebracht zonder sturing van mijn kant. Dus ik denk dat dit betrouwbaar is.
- Wat betreft het door mij vastgestelde belang van het tijdselement en het verhaalelement; in de tweede sessie met de vier leerlingen heb ik hen gevraagd een verhaal bij de som te maken. Er werd toen geen sturing gegeven door mij.

5.5.2 . Validiteit

Aanwijzing voor validiteit is dat dezelfde uitkomst wordt verkregen vanuit verschillende invalshoeken. Dit zal ik nu toelichten voor de drie onderzoeksvragen.

Onderzoeksvraag 1: Klopt het dat leerlingen bij 'een ander beeld van de opgaven' (somtype B;b en B;d) eerder fouten maken dan bij somtype A;a en A;b? (zie voor somtypen hoofdstuk 2)

Vanuit verschillende invalshoeken is gekeken:

- In mijn onderzoek heb ik hier naar gekeken door middel van de toetsing met sommen van de bovengenoemde somtypen waarbij het model van de bussommen als uitgangspunt is gebruikt (zie bijlage 3 en 4).
- De docenten gaven los van de toets aan, dat er meer fouten worden gemaakt bij type B;b en B;d dan bij type A;a en A;b
Dit is ook mijn eigen ervaring.

- In de literatuur wordt dit ook aangegeven:

'Je kunt puntoefeningen tegenkomen bij hoofdrekenen, bijvoorbeeld $5 + .. = 14...$ (somtype B;b) Wanneer je rekeninzicht hebt, is dit geen probleem, maar wanneer je een ruimtelijk probleem hebt en moeite hebt met de juiste richting van getallen en bewerking, dan heb je veel kans om hier vast te lopen'. (Ceyssens, 2002, blz. 73.)

'De ene puntsom is de andere niet. ' $5 + . = 7$ ' en ' $7 - . = 2$ ' zijn eenvoudiger te begrijpen dan ' $. + 2 = 7$ ' om nog maar te zwijgen van ' $. - 2 = 5$ '. (Heuninck, 2002, blz. 48)

Het antwoord op deze deelvraag kan ik bevestigend antwoorden vanuit de toetsing.

Onderzoeksvraag 2: Als dit zo is, kan dit dan te maken hebben met onvoldoende begrip van wat de rekentaal (vooral de bewerkingstekens) inhouden?

Vanuit verschillende invalshoeken is gekeken:

- Interviews door mij:
Uit de interviews is gebleken dat de leerlingen veel moeite hebben met de betekenis van de bewerkingstekens. Dit komt vooral tot uiting als de vorm van de 'traditionele som' verandert.
- Uit de literatuur is o.a. het volgende bekend over de bewerkingstekens en de rekentaal:

'Het is onvoorstelbaar hoeveel kinderen het '=' – teken niet ten volle begrijpen. Zij zien het uitsluitend als een vast onderdeel van rekensommen, rekensommen die ze vaak zonder meer uit het hoofd leren. Dat het teken fungeert als een scharnier tussen twee gegevens die naar hoeveelheid gelijk zijn, is hen onbekend.'
(Heuninck, 2002, blz. 22)

'Het kwantificeren van logische relaties en het formaliseren in een rekentaal vereist veel aandacht in het proces van leren rekenen. Daarnaast moeten we ons realiseren op welke leerlingkenmerken een beroep wordt gedaan, zoals het kunnen komen tot abstracties. Formaliseren veronderstelt het kunnen loslaten, 'afzien van', de concrete werkelijkheid en het op elk gewenst moment weer kunnen maken van de vertaling naar die werkelijkheid.' (Ruijsenaars, van Luit & van Lieshout, 2006, blz. 51).

Vanuit de verhaallijn en het tijdselement haal ik het volgende aan uit de literatuur:

'Een som is een abstracte weergave van een context in beweging, er gebeurt iets met die context, er verandert iets.' (Heuninck, 2002, blz. 11)

Deelvraag 3: Welke oplossingsrichtingen kan ik dan vinden zodat kinderen in de voorbereidende rekenfase meer in staat worden gesteld om het begrip van de Rekentaal te ontwikkelen?

Het gebruik van 'de even- veel ladder' heeft de leerlingen meer inzicht gegeven bij het begrijpen van de bewerkingstekens en de rekentaal. Dit bleek ook uit de reacties van de kinderen (zie 5.4. antwoord op deelvraag 3). De validiteit kan in verder onderzoek aangetoond worden.

Hoofdstuk 6: Conclusies

6.1 De belangrijkste uitkomsten.

Voor de drie deelvragen zijn de belangrijkste uitkomsten als volgt.

Deelvraag 1: Klopt het dat leerlingen bij somtype B eerder fouten maken dan bij type A?

Wat betreft somtype B;b kan dit bevestigend beantwoord worden. Dit geldt niet voor B;d (zie bijlagen 4 en 5).

B;d is zelfs beter gemaakt dan je zou verwachten. Dit heeft te maken met het gecamoufleerde onbegrip. Het is dus heel belangrijk dat leerkrachten extra alert moeten zijn op dit gecamoufleerde onbegrip als dit somtype aangeboden wordt. Een mogelijkheid om hier achter te komen is, om met een leerling een diagnostisch gesprek te voeren.

Ga je nog wat nauwkeuriger kijken dan valt ook nog op dat, met het als 'bekende' somtype A;b, nog slechter gescoord is, dan bij het moeilijkste 'onbekende' somtype B;d.

Deelvraag 2: Als dit zo is, kan dit dan te maken hebben met onvoldoende begrip van wat de rekentaal (vooral de bewerkingstekens) inhouden?

Uit de door mij gehouden interviews/sessies is gebleken dat dit inderdaad het geval is. Dit is nog sterker naar voren gekomen doordat ik heb aangetoond dat er bovendien sprake is van gecamoufleerd onbegrip omdat bij somtype B;d de leerling wel een goede uitkomst geeft maar een verkeerde oplossingsstrategie hanteert.

De leerkracht ziet een correct antwoord maar de oplossingsstrategie van de leerling is onjuist (gecamoufleerd onbegrip). Het kind heeft de som (de bewerkingstekens in een andere context dan bekend was) niet begrepen. Deze leerling krijgt waarschijnlijk geen instructie van de leerkracht en gaat zijn oplossing weer toepassen bij de volgende opgaven want de leerkracht rekende deze opgaven goed!

Als dit soort fouten gemaakt wordt bij somtype B;b (bijv. $1 + . = 3$; leerling reken '1 + 3 = ' uit en vult '4' in op de stip) valt de fout op en kan de leerkracht de fout snel signaleren en de juiste instructie aan de betreffende leerling geven. De fout wordt hier zichtbaar (schriftelijk) gemaakt.

Uit mijn onderzoek is gebleken, dat leerlingen moeite kunnen hebben met het maken van een verhaal bij somtype B;b en B;d.

Als je geen verhaal kunt maken met de som, begrijp je de som/ de formule niet en is het logischerwijs lastig om de oplossing te vinden.

Deelvraag 3:

Welke oplossingsrichtingen kan ik dan vinden zodat kinderen in de voorbereidende rekenfase meer in staat worden gesteld om het begrip van de rekentaal te ontwikkelen?

De oplossingsrichting die ik heb gevonden is om een formule op te vatten en te behandelen als de weergave van een proces dat zich afspeelt in het verloop van ruimte en tijd.

Deze oplossingsrichting heb ik geconcretiseerd door het ontwikkelen van een leermiddel namelijk 'de evenveel- ladder'.

'De evenveel- ladder' slaat de brug tussen de formule en de leefwereld van het kind.

6.2. Herkenbaarheid van de uitkomsten van het onderzoek.

In feite laten de uitkomsten veel zien wat herkenbaar is:

- het door mij veronderstelde onbegrip van wat een formule betekent; en onbegrip van de bewerkingstekens en de rekentaal
- de grote afstand die er voor zwakke rekenaars bestaat tussen de abstracte formule en de concreetheid van hun alledaagse leefwereld
- de beperkte mogelijkheden van gangbaar leermateriaal voor stipsommen om de zwakke rekenaars te helpen bij het vertalen van de abstracte formule naar hun leefwereld en terug
- de grote betekenis van het tijdselement in de concrete leefwereld maar ook in de formule, waarbij het tijdselement in de formule nog te veel impliciet blijft
- de noodzaak voor het ontwikkelen van een leermiddel dat helpt om de afstand tussen de abstracte formule en concrete leefwereld te overbruggen.

6.3. De mogelijke betekenis van de uitkomsten van het onderzoek voor de praktijk van het onderwijs.

De oplossing van de rekenproblemen rondom de stip/ puntsommen in brede zin, ligt niet in de ene of in de andere reken-, denkstroming (traditionele- en realistische stroming).

Het zou belangrijk kunnen zijn om de verschillende elementen van uit de verschillende denkrichtingen te combineren om zo te kunnen zorgen voor rekenoplossingen voor zwakke rekenaars.

In mijn onderzoek heb ik aan de ene kant een element van de realistische denkrichting gebruikt door een realistisch leermiddel te ontwikkelen ('de evenveel- ladder'). Het gebruik hiervan is nauw en onlosmakelijk verbonden met het toepassen van een formule en strategie training, waarbij elementen uit het traditionele rekenen zijn toegepast.

De realistische kijk en de traditionele kijk zijn twee kanten van de medaille. Het gaat mij niet om de kanten van de medaille maar om de medaille zelf. Die medaille staat voor mij symbool voor het kind zelf dat rekenproblemen ondervindt.

Hoofdstuk 7. Discussie en reflectie.

7.1. Discussie onderzoek

Aanpak:

In hoofdstuk 5 (zie 5.1.) heb ik onderscheid gemaakt in drie soorten sommen (type A, B en C).

Vervolgens heb ik in de onderzoeksgroep, groep 3, de 'traditionele sommen' laten maken tegelijk met een nieuw somtype '+-som' (B;b) en een nieuw somtype '- som' (B;d).

Met deze resultaten heb ik een analyse gemaakt (zie bijlage 3 en 4) en op basis van die analyse ben ik verder onderzoek gaan doen met vier leerlingen die bij de bovenstaande opdracht zwak gescoord hadden of waarbij de uitkomst niet overeen kwam met het verwachtingspatroon van de betreffende leerling.

Hierbij ben ik gaan onderzoeken in hoeverre de leerlingen begrip hadden van bewerkingen en de rekentaal.

Het bleek een lastige materie te zijn. Daarom heb ik een leermiddel ontwikkeld , de 'evenveel-ladder', die ondersteuning moest bieden bij het oplossen van verschillende stipsommen.

Uitvoerbaarheid:

Het onderzoek was goed uitvoerbaar. Het klassikale onderzoek werd in een keer afgenomen en vervolgens werd (4x) individueel, ongeveer een half uur met de geselecteerde leerlingen gewerkt.

Ik heb voldoende kunnen werken aan de probleemstelling en het uitwerken van de deelvragen.

Acceptatie:

De betreffende leerkrachten van groep 3 stonden zeer open voor het onderzoek. Ook zij ervaren grote problemen met het aanleren van de verschillende stipsommen. Het was voor hen een eye-opener dat somtype B;d door veel (juist ook zwakke rekenaars) goed gescoord kon worden, waarmee je als leerkracht, het gecamoufleerde onbegrip in schriftelijk gemaakt werk er niet uit haalt. Zij hebben aangegeven extra alert te zijn bij het maken van dit somtype en zo nodig navraag te doen bij leerlingen hoe ze tot de oplossing gekomen zijn.

Effectiviteit:

De 'evenveel- ladder' staat voor een bepaald principe van kennisoverdracht en is in dit onderzoek gebruikt voor het oplossen van stipsommen.

Het is niet ondenkbaar dat 'de evenveel- ladder' meerdere mogelijkheden biedt voor het rekenonderwijs.

In mijn onderzoek heb ik mij beperkt tot het somtype B. Ik heb aanwijzingen gevonden dat het gebruik van 'de evenveel- ladder' de zwakke rekenaars helpt om vooral begrip en inzicht te krijgen of te ontwikkelen, voor wat de som eigenlijk betekent.

Twee belangrijke elementen zijn daarbij:

- het tijdselement; het is belangrijk om de som te begrijpen als een proces dat zich afspeelt in de loop van de tijd.
- het verschijnsel van gecamoufleerd onbegrip.

'De evenveel ladder' helpt kinderen 'grip' te krijgen op het meest elementaire niveau, namelijk op het niveau van de rekentaal en de betekenis van de bewerkingen. Het helpt de kinderen een brug te slaan tussen de formule en hun eigen leefwereld en andersom.

Daarmee opent 'de evenveel- ladder' de mogelijkheden om aan te sluiten naar de meer complexe opdrachten van het rekenonderwijs .

In het onderzoek heb ik slechts één uitvoeringsvorm gebruikt.

Voor mensen in de praktijk is het goed denkbaar dat er andere uitvoeringsvormen gebruikt kunnen worden zoals bijv. een kleinere ladder of een grotere ladder of een uitklapbare ladder, andere getallen enz.

Ook kan een ladder in het platte vlak dienst doen. Deze kan op een magneetbord gehangen worden en van (verwisselbare) getallen voorzien worden door magneetjes.

Verschillende toepassingen van 'de even-veel ladder':

- Met een beetje fantasie zijn er meer toepassingen te bedenken waarbij op iedere trap een poppetje staat en waarbij hun bewegingen van de trap op en de trap af elementen hebben van spel en competitie.
Deze toepassingen kun je specifiek richten op de leefwereld van de kinderen op hun ontwikkelingsniveau. Je kunt interactie bevorderen door twee leerlingen te laten werken aan dezelfde ladder waarbij een leerling de ene kant van de ladder heeft en de ander de andere kant.....enz.
- Een belangrijk element is, dat de getallenlijn op ieder van de twee trappen verticaal in de ruimte is en niet horizontaal. De associatie is dat bij grotere hoogten het getal toeneemt. Dit past bij de beleving van het kind (en trouwens ook bij de volwassenen!).
- Bij deze ladder, met twee getallenlijnen, wordt ook de tientaloverschrijding aangegeven door bijv. een andere kleur. Je kunt ook nog overwegen de 5-structuur zichtbaar te maken door een (andere) kleur.
Het is denk ik handig om met een ladder van 0 -20 te beginnen. Als de leerling meer aan kan, kun je op een gegeven moment ook op elke tree een tiental zetten, waardoor de ladder tot 200 gaat enz. enz..
In de uitvoering van een ladder kun je werken met meerdere getallenlijnen die je qua structuur kunt verwisselen. De getallen op de ladder moeten dan ook eigenlijk verwisselbaar zijn.
- De betekenis van 'de evenveel- ladder' voor vermenigvuldigen en delen:
De betekenis is meer dan alleen optellen en aftellen want het geeft ook de basis voor inzicht in vermenigvuldigen en delen.
Vermenigvuldigen is niets anders dan herhaald optellen en dat kun je laten zien door herhaald hetzelfde aantal treden de trap op te lopen.
Bijvoorbeeld $3 \times$ achter elkaar steeds 2 treden omhoog.
 $2 + 2 + 2 = 3 \times 2$. Links staat nu hoe je er bent gekomen en rechts staat de samenvatting en dus ook de uitkomst.
Omgekeerd, kun je ook het delen inzichtelijk maken door aan te geven dat $6 : 3$ gelijk is aan 2. Je staat 6 treden hoog en je gaat $3 \times$ naar beneden met dezelfde afstand en daarna ben je beneden; hoeveel treden ben je per keer naar beneden gegaan?

- De 'even-veel' ladder zal zich waarschijnlijk ook goed kunnen lenen voor computerspelletjes. Te denken valt aan levels waarbij er bijv. steeds minder getallen op de ladder zichtbaar zijn en dat kinderen steeds 'handiger' gaan rekenen (van handelend niveau naar mentaal niveau)

Tevredenheid:

Met veel plezier heb ik het onderzoek uitgevoerd. Ik ben tevreden, ook al heb ik maar een heel klein onderdeel van de stipsommen onderzocht. Dit gaf al zoveel informatie en riep veel vragen bij me op.

Dit heeft er wel toe geleid dat mijn nieuwsgierigheid gewekt is om hier verder onderzoek naar te doen. Er is nog maar 'een tipje' van de sluier opgelicht.

7.2. Reflectie op eigen leerproces

Het uitvoeren van het praktijk onderzoek heb ik als zeer positief ervaren.

Het onderzoek kon ook goed verlopen omdat ik alle medewerking kreeg van de leerkrachten van groep 3, waarbij ik het onderzoek heb kunnen uitvoeren.

Het was heerlijk om echt analytisch bezig te kunnen zijn. Antwoorden te zoeken op vragen.

- Waarom zijn stipsommen zo lastig voor (rekenzwakke) leerlingen?
- Welk belang heeft het maken van stipsommen?
- Wat kan ik eraan doen zodat het maken van die stipsommen wel 'behapbaar' voor een leerling wordt?

Dit analytisch denken past heel erg bij mij.

In feite doe ik dit ook in mijn remedial teaching praktijk waarbij ik altijd zoek naar een weg/ een middel om een leerling verder te kunnen helpen.

Eigenlijk was het voor het eerst dat ik dit analytische denken veel diepgang kon geven d.m.v. het onderzoek. Je graaft je als het ware steeds dieper in 'het probleem' en gaat je steeds meer afvragen en wilt ook antwoord krijgen op je vragen.

Het was heerlijk om in de literatuur over hulpmiddelen te lezen. Allemaal goed bedoelde ideeën om kinderen aan te reiken hoe je tot een oplossing van die wel erg lastige stipsommen komt.

Ik moet eerlijk zeggen, dat naar mijn idee, de oplossingen allemaal wel ergens te kort schoten..

Ik miste vooral de ruimtelijke beleving en het proces in de tijd dat zich bij het oplossen van een stipsom afspeelt. Ook miste ik de (vaste) getallen bij de hulpmiddelen waaraan kinderen juist zoveel houvast kunnen hebben om stipsommen makkelijker op te kunnen lossen.

Het zou een uitdaging zijn om met de auteurs hierover van gedachten te wisselen.

Zeker omdat ik nu de evenveel- ladder heb ontworpen en dit volgens mijn idee leerlingen beter in staat stelt om inzicht en begrip te ontwikkelen bij de (stip) som als formule.

Het is voor mij een zeer positieve ervaring geweest!

Samenvatting

Hoofdstuk 1

Het is de vraag of het begrip van rekentaal voldoende ontwikkeld is bij leerlingen op de basisschool.

In dit hoofdstuk geef ik aan dat het onderzoek gaat over het ontwikkelen van begrip van de rekentaal en bewerkingstekens in een formule, die meestal 'som' genoemd wordt.

'Stipsommen' vormen een uitzonderlijk goed hulpmiddel om te onderzoeken hoe het begrip van leerlingen op het gebied van rekentaal en bewerkingstekens is.

Hoofdstuk 2

Begrip van de rekensymbolen is nodig om sommen (formules) te kunnen begrijpen en op te kunnen lossen.

In groep 3 wordt een start met de formele som gemaakt. De indruk bestaat bij mij dat te snel voorbij gegaan zou kunnen worden aan het begrip van de bewerkingstekens. Het niet voldoende begrijpen van de rekentaal lijkt niet alleen een probleem in groep 3 te zijn maar zelfs ook nog in de in de bovenbouw.

Hoofdstuk 3

Ik verantwoord hier mijn probleemstelling. Ik geef aan dat ik wil onderzoeken welke factoren een rol spelen bij het niet begrijpen van de rekentaal en bewerkingstekens. De door mij ontwikkelde 'even-veel ladder' wordt genoemd als ondersteunend leermiddel bij het inzichtelijk maken van de eerder genoemde stipsommen.

Ook wordt aangegeven dat het belangrijk is de vertaalslag van de verhaalsom naar de formule te kunnen maken.

Hoofdstuk 4

Uit de literatuur haal ik aan hoe de ontwikkeling van kinderen is op het gebied van rekenen van de voorschoolse periode tot aan groep 3.

In dit hoofdstuk vertel ik dat het onderzoek plaatsvindt in een groep 3. In deze groep wordt gestart met het aanleren van de formele rekensom. Door kinderen stipsommen te laten maken is goed vast te stellen of er begrip is van de formule in de rekentaal. Ik laat vooral aan de hand van gevonden literatuur zien wat er lastig is aan het oplossen van stipsommen en welke oplossings- en hulpmiddelen al bedacht zijn. Het theoretisch kader voor het onderzoek is de handelingsleerpsychologie.

Hoofdstuk 5

Ik vertel over de indeling die ik gemaakt heb in 'somsoorten' en 'somtypen'. Deze indeling wordt gebruikt als basis voor het onderzoek. Van de resultaten van vier 'somtypen', die door een groep van 29 kinderen zijn gemaakt, is een analyse gemaakt. Er werd bekeken of leerlingen 'bij een ander beeld van de opgaven' (somsoort B; zie bijlage 1) eerder fouten maakten dan bij het voor bekende beeld van de som (somsoort A). Het bleek dat bij somtype B; d de sommen onverwacht goed werden gemaakt. Volgens mij is dit het gevolg van 'gecamoufleerd onbegrip' want het bleek dat dit te maken had met een oplossingsstrategie die kinderen volgden en die 'toevallig' steeds het goede antwoord gaf.

Vervolgens beschrijf ik het vervolg- onderzoek met vier leerlingen uit die groep.

Vijf keer heb ik met hen een individuele sessie gedaan, waarin ik keek naar

- hun eigen oplossingsstrategie van stipsommen (diagnostisch gesprek)
- het gebruik van de 'evenveel-ladder' als ondersteuning bij het oplossen van de stipsommen

- mogelijkheden voor het aanleren van een 'verhaalstrategie' bij het oplossen van stipsommen m.b.v. de 'evenveel-ladder'.

Het bleek dat de leerlingen moeite hebben met de rekentaal.

Hoofdstuk 6

De oplossingsrichting die ik heb gevonden is om een formule op te vatten en te behandelen als de weergave van een proces dat zich afspeelt in het verloop van ruimte en tijd.

Deze oplossingsrichting heb ik geconcretiseerd door het ontwikkelen van 'de evenveel- ladder'.

'De evenveel- ladder' slaat de brug tussen de leefwereld van het kind en de som als formule.

Hoofdstuk 7

In dit hoofdstuk beschrijf ik kort de aanpak, uitvoerbaarheid, acceptatie en de effectiviteit van het praktijkonderzoek.

Belangrijk is dat er aanwijzingen zijn gevonden dat het gebruik van 'de evenveel-ladder' de zwakke rekenaars kan helpen om vooral begrip en inzicht te krijgen of te ontwikkelen voor wat de som eigenlijk betekent.

Twee belangrijke elementen zijn daarbij:

- het tijdselement; het is belangrijk om de som te begrijpen als een proces dat zich afspeelt in de loop van de tijd
- het verschijnsel van gecamoufleerd onbegrip.

'De evenveel- ladder' helpt kinderen 'grip' te krijgen op het meest elementaire niveau, namelijk op het niveau van de rekentaal en de betekenis van de bewerkingen. Het helpt de kinderen een brug te slaan tussen de formule en hun eigen leefwereld en andersom.

Daarmee opent 'de evenveel- ladder' de mogelijkheden om meer 'grip' te krijgen op de meer complexe opdrachten van het rekenonderwijs.

In dit hoofdstuk geef ik verder aan welke toepassingen er nog meer te bedenken zijn voor 'de evenveel-ladder' om de rekentaal inzichtelijk te maken.

Tot slot schrijf ik mijn reflectie op mijn leerproces naar aanleiding van dit praktijkonderzoek.

Literatuur

Boerema, J. Bokhove, J. et al. (2001) *Handleiding Rekenrijk 3a*. Methode voor rekenen. Groningen/ Houten: Wolters-Noordhoff

Borghouts-van Erp, J.W.M. (1980) *Rekenproblemen: opsporen en oplossen*. Orthovisies. Groningen: Wolters-Noordhoff

Buys, K. (1999) *Jonge kinderen leren rekenen*, Tussen doelen Annex Leerlijnen (TAL) Groningen: Wolters-Noordhoff

Ceyssens, M. (2002) *Ik reken fout*. Uitgeverij Terra – Lannoo

Desoete, A. & Braams, T. (2008) *Kinderen met dyscalculie*. Amsterdam: Boom

Gifford, S. (2004) *A new mathematics pedagogy for the early years: in search of principles for practice*. International Journal of Early Years Education, Volume 12 Issue 2. Geraadpleegd op 26 april 2011 via http://www.cpa.ca/cpasite/userfiles/documents/publications/cjep/edito_eng.html

Groenesteijn, M. *Van informeel handelen naar formeel rekenen*. Uit tijdschrift: Volgens Bartjens, jaargang 29, september 2009, nr. 1)

Heuninck, H. (2002) *Nog lang niet uitgeteld*. Uitgeverij Het Geelpunt

Lefevre, J.A. (June 2000) *Research on the Development of Academic Skills: introduction to the Special Issue on Early Literacy and Early Numeracy*. Canadian Journal of Experimental Psychology Abstracts, Carleton University, page 57-60. Geraadpleegd op 26 april 2011 via <http://www.nrcl.org/resources/ldsummit/fletcher7.html>

Marmasse, N. & Bletas, A. & Mart, S. *Numerical Mechanisms and Children's concept of numbers*. The Media Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge. Geraadpleegd op 26 april 2011 via http://web.media.mit.edu/~stefanm/society/som_final_natalia_aggelos_stefan.pdf

Remelka (2002, 3^e geheel herziene druk), Den Bosch: Uitgeverij Malmberg

Ruijsenaars, A.J.J.M., Luit, J.E.H. van & van Lieshout, E.C.D.M., van (2006). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat

Treffers, A. (1999) *Jonge kinderen leren rekenen*, Tussen doelen Annex Leerlijnen (TAL) Groningen: Wolters-Noordhoff

Vugt, J.M.C.G. van, Wösten, A. (2004) *Rekenen: een hele opgave*. Baarn: Houtboeken

Bijlage 1

Somsoorten A, B en C met de onderverdeling in somtypen.

- A.- normale beeld van opgaven
- B.- ander beeld van de opgaven
- C.- wijziging van de vorm van de formule.

A. Met het 'normale beeld' (type A) van opgaven bedoel ik bijvoorbeeld:

- a) $2 + 5 = .$
- b) $7 - 2 = .$

Het in te vullen getal vind je door van links naar rechts te werken. Het antwoord komt achter het '= - teken'

B. Met een 'ander beeld' (type B) van de opgaven bedoel ik bijvoorbeeld:

- a) $. + 2 = 7$
- b) $5 + . = 7$
- c) $. - 2 = 5$
- d) $7 - . = 2$

Het '= - teken' staat bij dit type opgave steeds rechts van de som en achter het '= -teken' staat al een getal. Het antwoord van de opgave moet voor het '= - teken' en vòòr of achter het +/- teken gezet worden.

C. Met een 'wijziging van de vorm van de formule' (type C) bedoel ik bijvoorbeeld:

- a) $7 = . + 2$
- b) $7 = 5 + .$
- c) $. = 5 + 2$
- d) $7 = 5 - .$
- e) $7 = . - 2$
- f) $. = 7 - 2$

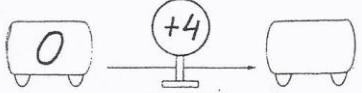
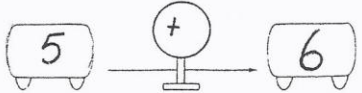
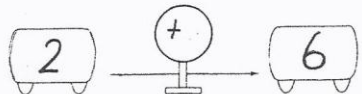
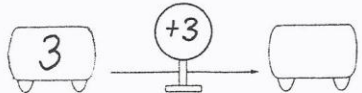
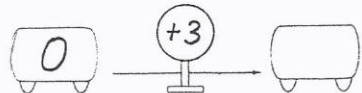
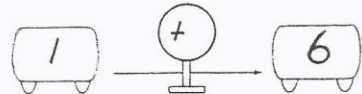
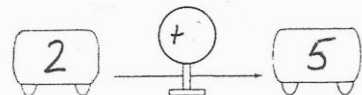
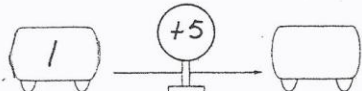
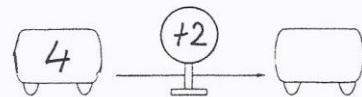
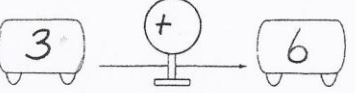
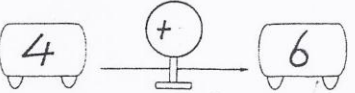
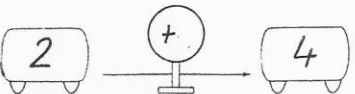
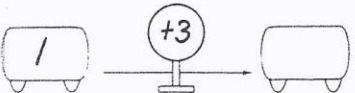
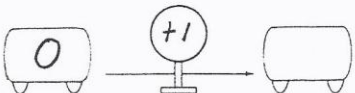
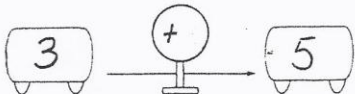
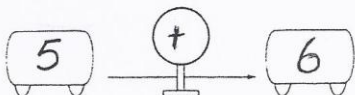
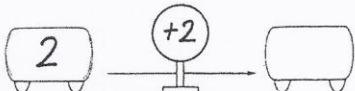
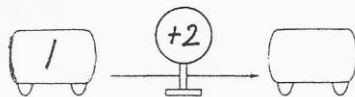
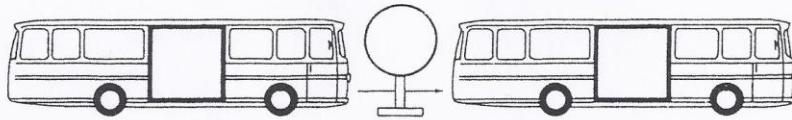
Het '= - teken' staat bij dit type opgave links van de som. Het antwoord moet worden ingevuld vòòr het '= -teken' of na het '= - teken' of na het +/- teken.

In mijn onderzoek heb ik mij beperkt tot het type A en het type B omdat deze typen het meeste voorkomen. Type C heb ik dus niet toegepast in het onderzoek.

Bijlage 2

Voor het klassikale onderzoek zijn onderstaande (+) opgaven gebruikt.

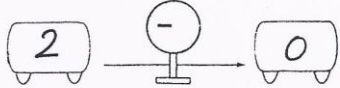
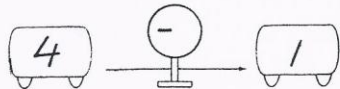
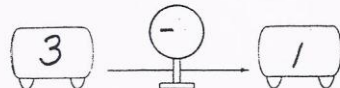
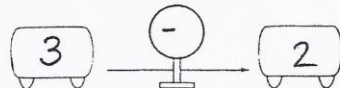
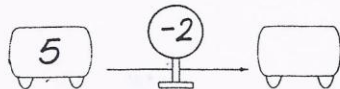
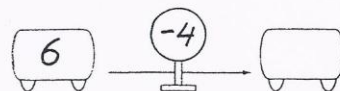
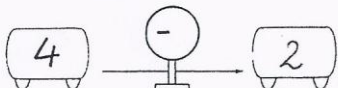
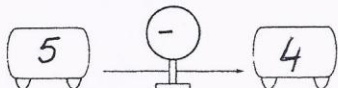
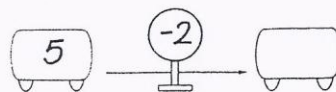
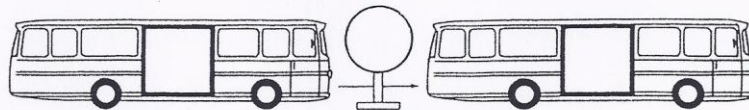
Naam: _____



Bijlage 3

Voor het klassikale onderzoek zijn onderstaande (-) opgaven gebruikt.

naam: _____



Bijlage 4 Bussommen (klassikaal)

Aantal gemaakte fouten bij dit blad:

Aantal gemaakte fouten bij dit blad:

	+ -blad	+ -blad	+ - blad	-blad	-blad	-blad	totaal	opmerkingen	Cito-jan.'11	
leerl. nr.	somtype: (A;a): 1+2 = .	somtype: (B;b): 1 + . = 3	niet ingevuld:	somtype: (A;b): 5 - 1=.	somtype: (B;d): 5 - . = 4	niet ingevuld				
1.		1		2			3		3	B
2.			2x B;b				2		1	A
3.							0	Volgens leerkr. lln. met zeer goed rekenbegrip	1	A
4.		4	4 x B;b			9x B;d	17	Een zeer faalangstige leerling die ook niet probeerde om iets te maken. Diagnostisch gesprek	2	B
5							0	Volgens leerkr. lln. met zeer goed rekenbegrip	1	A
6.	1				5		6		5	E
7.	1	4					5	Diagnostisch gesprek vanwege 4 fout v.d. acht bij B;b is verwachting dat somtype B;d misschien sprake is van gecamoufleerd onbegrip..	2	B
8.					1		1		1	A
9.				1			1		1	A
10.			8x B;b			7x B;d	15	Diagnostisch gesprek.	4	C
11.		1	3x A;a 4x B;d	3		3x A;b 3x B;d	17	Had beide bladen niet af. Laag tempo. 'Niet af' is als fout gerekend. Ze heeft eerst de sommen gemaakt die bekend waren. Diagnostisch gesprek	3	C

leerl. Nr.	Aantal gemaakte fouten bij dit blad:			Aantal gemaakte fouten bij dit blad:			totaal	opmerkingen	Cito-jan.'11	
	+ -blad	+ -blad	+ - blad	-blad	-blad	-blad				
	somtype: (A;a): 1 + 2 = .	somtype: (B;b): 1 + . = 3	niet ingevuld:	somtype: (A;b): 5 - 1 = .	somtype: (B;d): 5 - . = 4	niet ingevuld				
12.		1	1x B;b		1		3			C
13.		1	1xB;b		1	1x B;d	4		3	B
14.		1		1			2		1	A
15.		1		1			2		1	A
16.			2xB;b	1	1		4		1	A
17.		6		3			9	Opvallend geen fouten in B;d somtype; diagnostisch gesprek!	2	B
18.							0	leerling met goed begrip	2	A
19.		1			1		2		1	A
20.		9		1	1		11	Komt in aanmerking voor diagnostisch gesprek ook voor somtype B;d!	3	3
21.		3	1x B;b	1	1		6	Diagnostisch gesprek?	3	B
22.							0 !!	Niet zo'n hoge score verwacht. Diagnostisch gesprek.	3	C
23.		5	3x B;b	2	3		13	Komt in aanmerking voor een diagnostisch gesprek	2	A
24.					1		1		1	A
25.				1			1		2	A
26.		1					1		1	A
27.		1	2x B;b				3		2	B
28.			1x B;b	1			2		4	C
29.		1		1			2		1	A
Totaal	2	41	29x B;b	19x A;b	16x B;d	20x B;d				
			3x A;a			3x A;b				
							133			

Bijlage 5 Resultaten van de bussommen (van bijlage 1 en 2)

Gegevens:

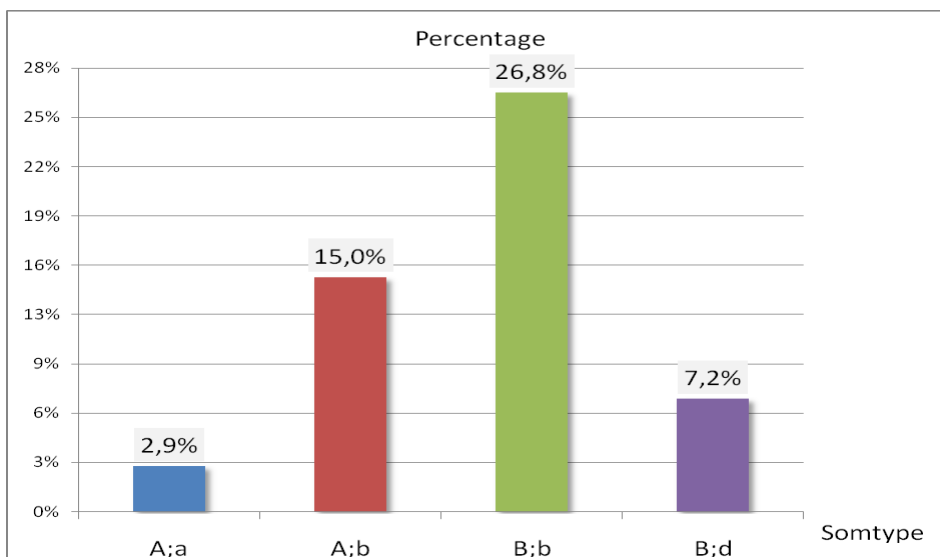
29 leerlingen.

Elke leerling maakte van elke type 9 opgaven; dus per leerling 36 opgaven.

Per somtype zijn in totaal $9 \times 29 = 261$ sommen gemaakt. Voor ieder somtype heb ik (tabel a) het percentage berekend van de niet- goede (totaal van foute en niet -ingevulde) sommen ten opzichte van het totaal aantal gemaakte sommen (namelijk 261).

Somtype	Aantal fout	Aantal niet ingevuld	totaal	%
A;a (bekend +somtype)	2	6	8	2,9 %
A;b(bekend – somtype)	19	20	39	15%
B;b (onbekend + somtype)	41	29	70	26,8%
B;d (onbekend – somtype)	16	3	19	7,2%

Tabel a. Aantal fouten en niet-ingevulde sommen per somtype.



Figuur a. Percentages van niet-goede sommen (foute en niet -ingevulde sommen) in een staafdiagram.

Legenda. Blauw: somtype A;a (+), rood: somtype A;b (-), groen: somtype B;b (+, stipsom), paars: B;d (-, stipsom) .